

**UNIVERSIDAD DEL ROSARIO - FACULTAD DE ECONOMÍA**  
**Economía Matemática 2017-II - Parcial 1**

Andrés Felipe Cárdenas T.

Juan Carlos Zambrano J.

Septiembre 14 de 2017

Cada punto tiene un valor de 25 pts, para un total de 100 pts.

**Algunas definiciones:**

- **Conjunto abierto:** Un conjunto  $A$  es abierto si  $\forall x \in A$  existe  $\epsilon > 0$  tal que  $B_\epsilon(x) \subset A$ .  
Un punto  $x \in A$  es interior si  $\exists \epsilon > 0$  tal que  $B_\epsilon(x) \subset A$ .
- **Conjunto cerrado:** Un conjunto  $B$  es cerrado si  $B^c$  es abierto.
- **Puntos de acumulación:** Un punto  $x$  es un punto de acumulación de  $A$  si y solo si  $\forall \epsilon > 0$   $B_\epsilon(x)^* \cap A \neq \emptyset$ , donde  $B_\epsilon(x)^*$  es la bola agujerada. El conjunto  $A'$  es el conjunto de puntos de acumulación de  $A$ .
- **La adherencia de un conjunto  $A$  es:**  $\bar{A} = A' \cup A$

1. Sea el conjunto  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0 \quad y > 0\}$  y la función  $f(x, y) = x^\alpha y^{\frac{1}{2}}$ , donde  $\alpha > 0$ .

- a) ¿Para qué valores de  $\alpha$  es  $f$  una función cóncava en  $X$ ?
- b) ¿Para qué valores de  $\alpha$  es  $f$  una función cónvexa en  $X$ ?

2. Sean los conjuntos

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3n-1}{2n} \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$
$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n^2+2}{n^2} \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

- a) ¿ $A$  y  $B$  son cerrados? ¿Son abiertos?
- b) Calcular  $A', \bar{A}, B', \bar{B}, \overline{A \cup B}$  y  $(A \cup B)'$ .
- c) Determine si  $A \cup B$  es un conjunto cerrado.

¡Justifica todas las respuestas!

3. Sea el ingreso total en una firma  $15q_1 + 18q_2$ , el cual esta sujeto a un costo total de  $2q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2$ . Donde  $q_1$  y  $q_2$  son los niveles de producción de cierto tipo de productos en la firma.
- a) Determine el nivel de producción que maximiza | minimiza el beneficio de la firma.
  - b) Dado que el costo viene dado por  $2q_1^2 + 2q_1q_2 + aq_2^2$ . ¿Qué requisito debe cumplir  $a$  para que exista un beneficio máximo?
4. a) Encuentre el máximo y el mínimo de  $f(x, y) = x^2 - y^2$  s.a  $x^2 + y^2 = 1$  usando el método de Lagrange.
- b) Usando la sustitución  $y^2 = 1 - x^2$  resuelva el mismo problema como una sola variable sin restricciones.
- ¿ Obtienes los mismos resultados? ¿Por qué si o por qué no?