

**Universidad del Rosario - Facultad de Economía**  
**Microeconomía III - 2016-II**

**Taller 3 - Equilibrio general: Intercambio puro**

**Profesor** Darwin Cortés.

**Monitor** Daniel Gómez V.

1. Considere una economía de intercambio con 2 consumidores  $(a, b)$  y 2 bienes  $(1, 2)$ . Las dotaciones iniciales son  $w_a = (15, 3)$  y  $w_b = (5, 17)$ . Las preferencias de los consumidores están representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^a(x_1^a, x_2^a) = (x_1^a)^2 x_2^a$$

$$u^b(x_1^b, x_2^b) = x_1^b x_2^b$$

- (a) Halle el conjunto de óptimos de Pareto.
- i. Especifique qué condición se cumple sobre este conjunto de puntos y explíquela intuitivamente.
  - ii. Grafique los óptimos de Pareto en una caja de Edgeworth.
- (b) Halle el equilibrio Walrasiano, asuma el bien 2 como numerario.
- i. Pruebe que el equilibrio cumple el primer teorema de la economía del bienestar.
  - ii. Demuestre que se cumple la Ley de Walras.
  - iii. ¿Podría la asignación  $(x_1^a, x_2^a) = (10, \frac{20}{3})$   $(x_1^b, x_2^b) = (10, \frac{40}{3})$  ser un equilibrio competitivo en esta economía? Explique.
- (c) Encuentre el núcleo de la economía (puede dejar su resultado en términos de expresiones).
- i. Defina intuitivamente el núcleo de una economía.
  - ii. Aclare la relación entre núcleo, equilibrio walrasiano y óptimos de Pareto.
2. Suponga una economía sin producción con dos personas (Alex y Bill) y dos bienes  $(x, y)$ . Alex tiene 8 unidades del bien  $x$  pero ninguna del bien  $y$ . Bill tiene 3 unidades del bien  $y$  pero ninguna unidad del bien  $x$ . Sus preferencias están descritas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^a(x^a, y^a) = x^a y^a$$

$$u^b(x^b, y^b) = \log(x^b) + y^b$$

- (a) Halle las funciones de demanda de los consumidores.
- i. Muestre que con estas funciones de demanda se cumple la Ley de Walras.
- (b) Encuentre el equilibrio competitivo y los óptimos de Pareto.
- i. Pruebe que el equilibrio pertenece a los óptimos de Pareto.
  - ii. Grafique en una caja de Edgeworth los óptimos de Pareto, las dotaciones iniciales y el equilibrio de la economía.

3. Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) y dos bienes  $(x, y)$ . Las preferencias de los consumidores vienen dadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^1(x^1, y^1) = \ln(x^1) + \ln(y^1)$$

$$u^2(x^2, y^2) = 2\ln(x^2) + y^2$$

La dotación de bienes de los consumidores es como sigue: el consumidor 1 tiene una unidad de cada bien, es decir  $(w_x^1, w_y^1) = (1, 1)$ ; el consumidor 2 tiene una unidad del bien  $x$  y tres del bien  $y$ , esto es  $(w_x^2, w_y^2) = (1, 3)$

- (a) Determine la curva de contrato de esta economía
  - i. Explique la condición de optimalidad que se debe cumplir en la curva de contratos.
  - ii. Derive matemáticamente la curva de contratos.
  - iii. Grafique la curva de contratos en la caja de Edgeworth.
- (b) Calcule el equilibrio Walrasiano, normalizando el precio del bien  $x$  a la unidad.
  - i. Escriba los problemas que enfrentan los consumidores.
  - ii. Resuelva matemáticamente el equilibrio, siendo claro con su procedimiento.
  - iii. Ubique el EW en la caja de Edgeworth.
- (c) Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos el precio del bien  $y$  a la unidad.
  - i. Encuentre el nuevo EW.
  - ii. Ubíquelo gráficamente en la caja de Edgeworth.
- (d) Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos de tal manera que el índice de precios  $\frac{p_x}{3} + \frac{2p_y}{3}$  sea uno.
  - i. Resuelva matemáticamente el EW.
  - ii. Grafique en la caja de Edgeworth el nuevo EW.

4. Considere las siguientes economías:

- (a)  $u^h(c_1^h, c_2^h) = \ln(x_1^h) + \ln(x_2^h)$ , donde  $h = 1, 2$ .

Las dotaciones iniciales son  $w^1 = (3, 2)$  y  $w^2 = (2, 3)$

- i. Calcule el Equilibrio Walrasiano.
- ii. Encuentre el/los óptimos de Pareto.
- iii. Defina la curva de contratos.
- iv. Halle el núcleo de la economía.

- (b)  $u^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 + x_2^1$  y  $u^2(x_1^2, x_2^2) = \min\{x_1^2, x_2^2\}$

Las dotaciones iniciales son  $w^1 = (1, 2)$  y  $w^2 = (3, 1)$

- i. Calcule el Equilibrio Walrasiano.
- ii. Encuentre el/los óptimos de Pareto.
- iii. Defina la curva de contratos.
- iv. Halle el núcleo de la economía.

### 5. Primer parcial 2016-1

Considere una economía de dos consumidores y dos mercancías. Los dos consumidores tienen las mismas preferencias y están representadas por la siguiente función:

$$U^i(x_1^i, x_2^i) = e^{x_1^i} x_2^i, \quad \text{para } i = 1, 2.$$

Las dotaciones individuales de cada individuo son  $w^1 = (1, 1)$  y  $w^2 = (5, 5)$ .

- (a) ¿Qué es la Ley de Walras?
  - i. Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) Pruebe la Ley de Walras en la economía dada.
  - i. Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
  - ii. En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (c) Encuentre el equilibrio walrasiano.
  - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (d) Pruebe que se cumple el primer teorema de la economía del bienestar.
  - i. Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal). En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (e) Grafique los resultados del punto c (incluyendo las curvas de indiferencia de equilibrio y el conjunto de óptimos de Pareto) en una caja de Edgeworth.
  - i. Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

6. Considere la economía de intercambio de tres agentes donde:

$$u^a(x_1^a, x_2^a) = x_1^a + x_2^a$$

$$u^b(x_1^b, x_2^b) = \min\{x_1^b, x_2^b\}$$

$$u^c(x_1^c, x_2^c) = x_1^c + x_2^c$$

Con dotaciones  $w^a = w^c = (4, 0)$  y  $w^b = (0, 4)$ .

- (a) Encuentre las asignaciones Pareto-eficientes.
  - i. Sea claro con el procedimiento para encontrar el conjunto de óptimos de Pareto.
  - ii. Grafique en la caja de Edgeworth teniendo en cuenta que los consumidores  $a$  y  $c$  son iguales.
- (b) Determine los equilibrios walrasianos.
  - i. Especifique el problema que enfrenta cada consumidor.
  - ii. Interprete sus resultados.
- (c) Hallar el núcleo de la economía.
  - i. Compare el núcleo con el conjunto de equilibrios walrasianos.
  - ii. Grafique el núcleo.

## Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
  - Justificar analítica y gráficamente su resultado.
1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera acerca del equilibrio de intercambio entre dos individuos?
    - (a) Sus tasas marginales de sustitución son iguales.
    - (b) Las pendientes de las curvas de indiferencia son negativas.
    - (c) Las tasas marginales de sustitución de ambos individuos son iguales a razón de los precios de los bienes.
    - (d) A y B solamente.
    - (e) A, B y C son verdaderas.
  2. Suponga que hay una sequía y el gobierno propone distribuir igual cantidad de agua para cada persona sin costo alguno. Si se les prohíbe intercambiar bienes, ¿tal distribución sería Pareto eficiente?
    - (a) Si, por que cada persona tiene la misma cantidad de agua que los demás.
    - (b) Si, por que cada persona recibe su agua gratis.
    - (c) No necesariamente ya que las personas pueden diferir en sus tasas marginales de sustitución entre agua y otros bienes.
    - (d) No es posible determinar sin saber el precio del agua.
    - (e) Ninguna de las anteriores.