Taller 0: Microeconomía I
2016-II

28 de julio de 2016

Profesores: Andrea Atencio, Carlos Sepúlveda, Luis H. Gutiérrez y Santiago Sautua.

Repaso Matemático

Ejercicio 1

Para la siguiente función:

$$F(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{(1-\alpha)}, \qquad \alpha \in (0, 1).$$

a) Pruebe que es homogénea de grado 1.

b) Maximice respecto a x_1 y x_2 si $5x_1+3x_2=20$.

c) Pruebe que la solución encontrada constituye un máximo local de la función $F(x_1, x_2)$.

Ejercicio 2

Para la siguiente función implícita:

$$\frac{x^2}{(2+a)^3} = x\, b\, e^{4y}.$$

a) Despeje la variable x como función del resto de las variables.

b) Despeje la variable b como función del resto de las variables.

c) Encuentre la derivada $\frac{\partial x}{\partial a}$.

d) Encuentre la derivada $\frac{\partial b}{\partial y}$.

Ejercicio 3

Dada la función $U(x, y, w, z) = x^a\, y^b\, w^c\, z^d$, con parámetros a, b, c y d, encuentre las siguientes derivadas:

a) $\frac{\partial U}{\partial y}$, $\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial U}{\partial w}$, $\frac{\partial U}{\partial z}$.

b) $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial w}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial w \partial z}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y}$.

Ejercicio 4

Diga si las siguientes igualdades son correctas o no.

a) $(a+x)^3 = a^3 + x^3$.

b) $(a+x)^2 = a^2 + x^2$.

c) $e^{2a}\, e^{3a} = e^{6a}$.

d) $e^{2a}\, e^{3a} = e^{5a}$.

e) $x\,(3y+2z)^2 + 3x\,(3y+2z)^2 = 4x\,(3y+2z)^2$.

f) $ln(3x/4y)^3 = 3[ln(3x) - \ln(4y)]$.

g) $ln(3x+4y)^3 = 3[ln(3x) + \ln(4y)]$.

Ejercicio 5

Calcule las siguientes derivadas:

a) $\frac{\partial ln(4x)}{\partial x}$.

b) $\frac{\partial ln(x+2y)}{\partial y}$.

c) $\frac{\partial e^{-(ax+2y)}}{\partial x}$.

d) $\frac{\partial x/(2y)}{\partial y}$.

e) $\frac{\partial \sqrt{x}}{\partial x}$.

Para cada caso indique el signo de la derivada y explique si la función crece o dismininuye cuando la variable de derivación (x o y dependiendo del caso) aumenta/disminuye.

Ejercicio 6

La siguiente función es una parábola que depende de los parámetros a, b, c.

$$y(x) = ax^2 + bx + c.$$

Suponga que $a > 0$ y $b > 0$.

a) Determine para qué valores de x la función es creciente.

b) Determine para qué valores de x la función es decreciente.

c) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x mínimo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese mínimo?.

d) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x máximo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese máximo?.

Ejercicio 7

La siguiente función es una parábola que depende de los parámetros a, b, c.

$$y(x) = ax^2 + bx + c.$$

Suponga que $a < 0$ y $b > 0$.

a) Determine para qué valores de x la función es creciente.

b) Determine para qué valores de x la función es decreciente.

c) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x mínimo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese mínimo?.

d) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x máximo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese máximo?.

Ejercicio 8

Represente la siguiente función en una gráfica: $y = 20 - 10x$. Encuentre la pendiente de esta función.

Ejercicio 9

Grafique las siguientes funciones:

a) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} 300 - 20\,x & \text{si } 10 \geq x \geq 0, \\ 200 - 10\,x & \text{si } 20 \geq x > 10. \end{cases}$$

b) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} 12 & \text{si } 5 \geq x \geq 0, \\ 15 - 0{,}6\,x & \text{si } 25 \geq x > 5. \end{cases}$$

c) La función $y(x) = \frac{8}{x}$, para $x \in [0, +\infty)$.

d) La función $y(x) = \frac{8}{2+x}$, para $x \in [0, +\infty)$.

e) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} \frac{8}{2+x} & \text{si } 2 \geq x \geq 0, \\ 4 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Ejercicio 10

Verificaremos si las siguientes transformaciones son transformaciones monótonas crecientes de la función original U. Es decir diga si las aseveraciones son verdaderas o no para V_1 y V_2. En todos los casos $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ (es decir, nos concentramos en el "primer cuadrante" del dominio de U).

a) Si $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = \log U$ son transformaciones monótonas crecientes.

b) Si $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = U/4$ son transformaciones monótonas crecientes.

c) Si $U(x_1, x_2) = x_1 + \log(x_2)$, las funciones $V_1 = e^U$ y $V_2 = U^2$ son transformaciones monótonas crecientes.

d) Si $U(x_1, x_2) = \log(x_1 x_2)$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = \sqrt{U}$ son transformaciones monótonas crecientes.

Ejercicio 11

Calcule las siguientes integrales:

a) $\int_0^8 10 - x \,\mathrm{d}x$.

b) $\int_1^e \frac{10}{x} \,\mathrm{d}x$.

c) $\int_1^{+\infty} \frac{8}{x^2} \,\mathrm{d}x$.

d) $\int_4^2 \frac{16}{x^2} \,\mathrm{d}x$.
[Nota: el límite inferior (4) es mayor al límite superior (2).]

Ejercicio 12

Para cada uno de los siguientes casos calcule $\frac{\partial F(y)}{\partial y}$

a) $F(y) = \int_0^y 10 - x \, \mathrm{d}x$.

b) $F(y) = \int_y^{10} \frac{2}{x} \, \mathrm{d}x$.

c) $F(y) = \int_1^2 \frac{y}{x} \, \mathrm{d}x$.