



Universidad del Rosario

MAESTRÍA EN FINANZAS CUANTITATIVAS

Cálculo de CVA/DVA para swaps de tasa de interés IBR:

Una Aplicación del modelo de tasa corta de Hull-White de un factor

Felipe Ramírez Amaya

Supervisado por:

Rafael Serrano PhD

4 de junio de 2019

Dedicado a:

Jesucristo, mis Padres y Esstefanía

Agradecimiento a:

Néstor Orejuela por sus valiosos aportes a este trabajo

Abstract

Since the financial crisis in 2008, the concept of credit risk in derivatives has changed, creating new value adjustments in its valuation (xVA). These include the Credit Value Adjustment (CVA) and the Debit Value Adjustment (DVA) that this work calculates for an IBR interest rate swap. The simulation of scenarios for the forward rates of the IBR swap curve was performed, through the implementation of a deterministic version of the one-factor Hull-White short-rate model. Likewise, this paper calculates the Probability of Default in pesos for each counterparty from the Asset-Swap Spread (ASW) of the bond market.

A partir de la crisis financiera de 2008, el concepto de riesgo de crédito en los derivados cambió, creando nuevos valores de ajuste en su valoración (xVA). Dentro de estos, se incluye el Credit Value Adjustment (CVA) y el Debit Value Adjustment (DVA) que este trabajo calcula para un swap de tasa de interés IBR. Se realizó la simulación de escenarios para las tasas forward de la curva swap IBR, mediante la implementación de una versión determinística del modelo de tasa corta de Hull-White de un factor. De igual manera, este trabajo calcula la Probabilidad de Default en pesos para cada contraparte a partir de los Asset-Swap Spread (ASW) del mercado de bonos.

Tabla de Contenidos

Capítulo 1	Introducción	5
1.1	Motivación	5
1.2	Alcance del trabajo	13
1.3	Descripción de los datos y supuestos	14
Capítulo 2	Modelando la Tasa de Interés IBR usando árboles trinomiales	15
2.1	Modelos de un factor.....	15
2.2	Modelos de difusión para procesos de tasa corta	15
2.3	Árboles de tasa de interés	16
2.4	Procedimiento para la construcción del ‘árbol trinomial de tasas de interés:.....	17
Capítulo 3	Estimación de la probabilidad de default a partir del Asset-Swap Spread (ASW).....	22
3.1	Diferentes aproximaciones para medir el riesgo de crédito:.....	22
3.2	Estimando la probabilidad de default a partir del Asset-Swap Spread (ASW).....	25
Capítulo 4	Valoración y Cálculo de CVA/DVA	29
4.1	Valoración de Swaps libre de riesgo (VND):	30
4.2	Cálculo de Exposición Potencial Futura (EPF) – CVA/DVA:	32
Conclusiones		36
Bibliografía		37
Apéndice		1

Capítulo 1

Introducción

Hablar de riesgo de crédito es algo tan antiguo, que incluso ya aparecía en el mismo código de Hammurabi (1754 AC) donde se hace una de las primeras referencias sobre el reconocimiento del incumplimiento de una obligación:

“...Si alguien tiene una deuda por un préstamo, y una tormenta postra el grano, la cosecha fracasa, o el grano no crece por falta de agua, en ese año no necesita darle a su acreedor ningún grano, sus deudas en la tabla de deudas quedan lavadas y no paga renta por este año...”

1.1 Motivación

Si bien el concepto de riesgo de crédito es antiguo, fue desde la crisis financiera de 2008 que el mercado de derivados a nivel global sufrió modificaciones sustanciales, tanto desde el punto de vista técnico como regulatorio. Fue en 2009 cuando un marco regulatorio centrado en el riesgo de contraparte de los derivados OTC ¹, se empezó a implementar a nivel global con el fin de supervisar y administrar este riesgo. En Estados Unidos hizo su aparición la ley *Dodd-Frank* y en Europa el *European Market Infrastructure Regulation (EMIR)*. Por su parte, los acuerdos de Basilea III, próximos a ser implementados, imponen a los bancos nuevas exigencias en términos de capital introduciendo nuevos requerimientos de liquidez y de apalancamiento.

Para hablar de derivados y su riesgo de contraparte es necesario recapitular como se clasifican.

1.1.1. Tipología de los derivados

Los derivados se pueden clasificar en las siguientes categorías teniendo en cuenta el lugar donde son transados y según la forma en que son compensados y liquidados Gregory (2015):

Derivados Estandarizados negociados en el mercado bursátil: Estos corresponden a todos aquellos que son transados a través de una bolsa. Siempre tienen una cámara de riesgo central de contraparte que a través de sus miembros garantiza el cumplimiento de las operaciones. En este tipo de derivados, las garantías entregadas desde el comienzo, sus condiciones son estandarizadas y generalmente son de corto plazo por su baja complejidad.

En Colombia la Bolsa de Valores de Colombia cuenta con un mercado de contratos de futuros en los que se pueden transar: Futuros sobre acciones locales, futuros sobre TES² de referencias

¹ Over the Counter (Sobre mostrador). Es un mercado no estandarizado donde las partes hacen acuerdos de manera bilateral.

² Bonos del Gobierno de la República de Colombia

específicas, futuros sobre TRM³, futuros de OIS⁴ IBR (Indicador Bancario de Referencia)⁵ y recientemente opciones estandarizadas sobre TRM.

Para compensar y liquidar este tipo de contratos existe la Cámara de Riesgo Central de Contraparte de Colombia (CRCC).

Derivados OTC compensados y liquidados por una cámara de riesgo central de contraparte: Este tipo de derivados se transan en el mercado OTC, es decir a través de una comunicación bilateral entre sus partes, debido a que tienen condiciones particulares y algunas de ellas están hechas a la medida de las necesidades de quienes las están negociando. No obstante, el nuevo marco regulatorio a nivel global ha propendido porque este tipo de derivados tengan la compensación y liquidación a través de una cámara de riesgo central. Para el caso de Estados Unidos, los Interest Rate Swap (IRS) sobre la libor⁶ fueron unos de los primeros derivados OTC en ser obligatoriamente compensados en cámara. En Colombia los swaps de IBR ya han empezado a ser compensados y liquidados en cámaras nacionales e internacionales, como se expondrá más adelante.

Derivados OTC garantizados de manera bilateral: Este tipo de contratos, al igual, que los contratos del punto anterior son transados de manera bilateral, pero no cuentan con una cámara de riesgo central que compense y liquide las operaciones, por lo que las partes se entregan garantías entre sí. La forma en que se establece la relación crediticia para definir el umbral en exposición crediticia a través del cual se empiezan a suministrar garantías (que viene siendo similar a un cupo de crédito entre las partes) así como el neteo de las exposiciones, el monto mínimo a transferir de garantía, y las garantías admisibles entre otros, se definen en lo que previamente las partes han suscrito y se conoce como Anexo de Riesgo Crediticio (ARC)⁷ o el (Credit Support Anex)⁸. Los anteriores anexos de crédito son parte integral de Contrato Marco o Master Agreement que reglamenta las operaciones de derivados a nivel local e internacional.

En Colombia este Contrato Marco para la celebración de derivados es definido y publicado por Asobancaria. Actualmente la industria bancaria se encuentra estableciendo las definiciones para poder implementar el Anexo de Riesgo Crediticio (ARC) el cual busca garantizar este tipo de derivados a nivel local con la incorporación de garantías y mitigantes de riesgo crediticio.

³ Tasa Representativa de Mercado. Corresponde al promedio ponderado de las operaciones de compra y venta de dólar de Estados Unidos, realizadas el día anterior por los Intermediarios del Mercado Cambiario (IMC).

⁴ Overnight Index Swap. Más adelante se explica su definición.

⁵ Para más detalle sobre las características del IBR visite: <https://www.asobancaria.com/ibr/>

⁶ London Interbank Offered Rate

⁷ Bajo la definición de Asobancaria como anexo al Contrato Marco de Derivados a nivel local

⁸ Bajo la definición del International Swaps and Derivatives Association ISDA

Derivados OTC sin garantía: Son operaciones que se celebran de manera bilateral en donde no se establece la entrega de garantías. Por ende, las exposiciones están respaldadas por las líneas de crédito que existen entre las partes lo que hace que las operaciones sean más costosas.

Este tipo de derivados son los más comunes en Colombia con las empresas del sector real, de ahí la importancia del análisis de este trabajo.

1.1.2. El x'VA

La crisis financiera de 2008 dejó en evidencia que el tema de los derivados debía tener un componente adicional y relevante que hasta ese entonces solo se tenía en cuenta para un ajuste marginal de los precios a través de los cargos de crédito de algunas operaciones.

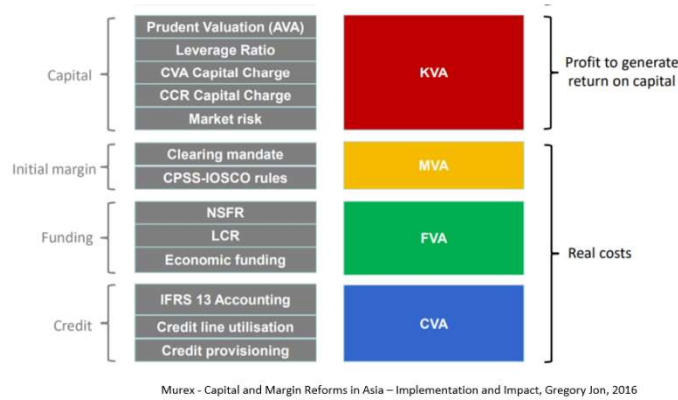
Este factor relevante es el reconocimiento de las relaciones crediticias e integrales entre los agentes que participan en dichas transacciones, así como su respectiva gestión dinámica.

Hoy por hoy no se puede hablar de derivados sin tener en cuenta aspectos tales como su incidencia en la relación de crédito entre las partes, establecida en los Contratos Marco y sus anexos de crédito (líneas de crédito), la consecución de fondos para la constitución de garantías, el consumo de capital de las operaciones o el ajuste por el tipo de colateral utilizado, entre otros.

Todos estos ajustes hacen parte de lo que hoy se denomina ajustes por x'VA, donde la equis es una variable para enunciar cualquiera de los siguientes valores de ajuste (value adjustments): CVA/ DVA (Credit o Debit Value adjustment), FVA (Funding Value Adjustment), MVA (Margin Value Adjustment), ColVA (Collateral Value Adjustment), KVA (Kapital Value Adjustment). Todos estos ajustes están amparados por una normatividad correspondiente y que poco a poco, se ha ido volviendo obligatoria. En Colombia con la llegada de la implementación de las normas IFRS 13, el cálculo del CVA/DVA sobre los portafolios de derivados es obligatorio para las entidades financieras.

Gregory (2016) muestra una hoja de ruta en la evolución en la implementación de cada uno de estos ajustes, el marco regulatorio que lo promueve y el aspecto a nivel del balance que afecta a las entidades financieras:

Figura 1: Componentes del x'VA



Bajo este contexto se hace evidente que uno de los principales desafíos en la industria del mercado de derivados es realizar aproximaciones que permitan un cálculo correcto de las diversas métricas del xVA así como su adecuada gestión. De ahí que el objetivo de este trabajo sea realizar una aproximación al cálculo de los dos primeros miembros de esta familia de ajustes: el CVA y el DVA para el caso de los derivados de tasa de interés, específicamente un swap IBR en Colombia.

1.1.3. Definición de un swap OIS (Overnight Index Swap)

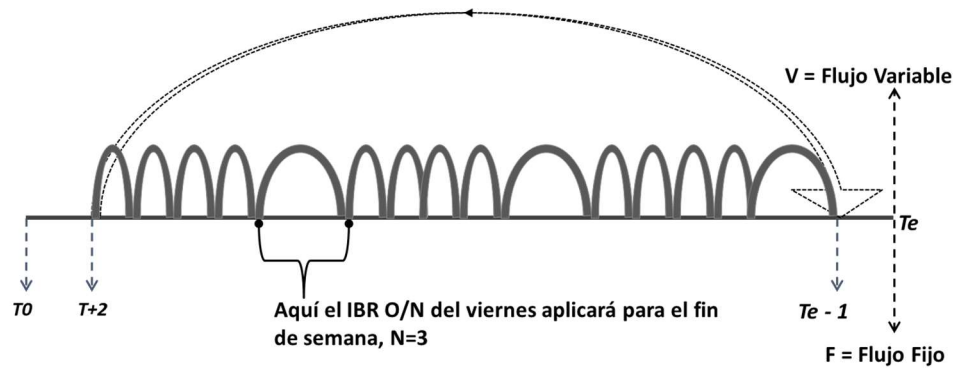
Un OIS es un swap que intercambia una tasa fija por una tasa variable. La tasa variable es calculada usando una tasa interbancaria a un día (overnight). Para Colombia, la tasa variable corresponde al promedio geométrico compuesto de la IBR overnight que publica diariamente el Banco de la República⁹, desde la fecha de inicio del swap (start date) hasta la fecha final (end date).

En una transacción OIS las partes acuerdan intercambiar al vencimiento, la diferencia entre el interés acumulado usando la tasa fija y el interés acumulado usando el promedio geométrico compuesto de la tasa variable. El pagador (de la tasa fija) se beneficia de la subida en las tasas de interés y viceversa. La compensación de estos flujos se hace en la fecha de vencimiento. Este tipo de contratos son negociados OTC. Para el caso del IBR, poseen una convención de conteo de días act/360, siguen los calendarios de Bogotá para la definición de la tasa variable y de Bogotá y Nueva York para el cumplimiento (para el caso del contrato offshore) siguiendo la cláusula *modified following business day* de ISDA. Para más detalle sobre la descripción de las características del swap IBR y su metodología de valoración véase Burrus (2018).

⁹ <http://www.banrep.gov.co/es/indicador-bancario-referencia-ibr>

La siguiente gráfica muestra la mecánica de un swap OIS. Para este caso, se negocia en T_0 , comienza a componer la tasa IBR overnight en $T+2$ hasta T_e-1 y finaliza en T_e

Figura 2: Mecánica de un OIS



De manera formal el cálculo de la tasa variable será como sigue:

$$r = \frac{360}{n} \left[\prod_{i=ts}^{te-1} \left(1 + \frac{ri \cdot di}{360} \right) - 1 \right] \quad (1.1)$$

Donde t_e : fecha final; t_s : fecha de inicio; ri : IBR overnight del día;

di : número de días por los que cuenta el IBR (3 para el caso del fin de semana).

La figura 1.3 muestra los flujos de caja para un inversionista que entra en un OIS_{6m} IBR a una tasa del 4,20%

Figura 3: Flujos de Caja para quién recibe la tasa fija en un OIS de 6 meses

Fechas		Tasa Variable	Tasa Fija	Pago Neto
1/10/2018	Fecha de negociación			0
3/10/2018	Fecha de inicio (Ts)			0
3/04/2019	Fecha Final (Te)	$-N \cdot r_{\text{variable}} \cdot 182/360$	$N \text{ OIS}_{6m} \cdot 182/360$	$N \cdot (\text{OIS}_{6m} - r_{\text{variable}}) \cdot 182/360$

Nota: OIS 6m al 1 de octubre de 2018 = 4,20% fuente: ICAP NY

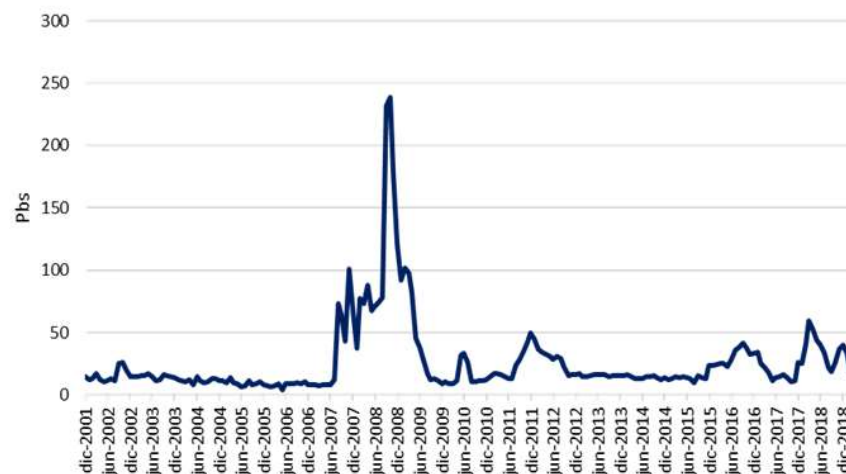
De acuerdo con (1.1) $r_{\text{variable}} = 4,126\%$ (haciendo el promedio geométrico compuesto de la IBR overnight desde el 3/10/2018 hasta el 2/04/2019).

1.1.4. Evolución del mercado de swaps IBR en Colombia

Desde el 2011 se inició en Colombia una transformación radical y acorde con los más altos estándares de la regulación en la estructura del mercado de derivados. Con la incorporación de los denominados OIS sobre la tasa IBR, Colombia se puso a tono con los más recientes desarrollos del mercado de derivados global.

Luego de la crisis de 2008, donde los diferenciales de las tasas OIS frente a los *benchmarks* de tasa de interés a plazo como la libor de tres meses estuvieron en su máximo histórico, el mundo se empezó a replantear sobre la necesidad acerca de reformar los esquemas de formación de las tasas de interés a plazo¹⁰ y la necesidad de incluir curvas de descuento para la valoración de derivados basadas en el costo efectivo de fondos y por ende en tasas overnight.

Figura 4: Spread OIS de tres meses vs Libor de tres meses (puntos básicos). Fuente Bloomberg



Fue ahí donde la definición de la curva swap IBR basada en una tasa overnight y una estructura OIS, le permitió la inserción en el mercado mundial de la cual se hablará más adelante.

Es así como en el año 2011 se celebró el primer swap IBR en el mercado OTC entre dos bancos, siendo un mercado que se ha ido consolidando en volumen negociado y ha contribuido al desarrollo

¹⁰ Véase: The Wheatley Review of LIBOR: final report 2012

adyacente de derivados sobre monedas e inflación¹¹ que utilizan como columna vertebral la curva swap IBR.

1.1.5. Reformas estructurales en el Marco Regulatorio Local que hacen posible la implementación del xVA:

En Colombia en los últimos años, se ha conseguido un paquete de reformas muy importante que hacen posible implementar y gestionar el xVA. A continuación, las más importantes en su orden de aparición:

Ministerio de Hacienda y Crédito Público: Artículo 10 del decreto 4765 de 2011:

- Hace de Colombia una jurisdicción que implementa el “Close out netting” de las operaciones de derivados OTC.

Banco de la República: Circular Reglamentaria Externa DODM-144 del 24 febrero de 2017, Asunto: 6: "Operaciones de Derivados"

- Reglamenta la implementación del “close out netting” a través de los sistemas de negociación.

Banco de la República: Resolución Externa No. 1 de 2018: Por medio de esta resolución el Banco de la República, permite:

- La negociación de CDS
- Modificación de contrapartes en los contratos de derivados OTC (Novación)
- Exige la implementación de cláusulas de “Close out” netting en los contratos Marco de Derivados

Ministerio de Hacienda y Crédito Público: Decreto 1477 de 2018 expedido el 6 de agosto de 2018:

- Este decreto modifica el cálculo de la Exposición Crediticia incorporando para el efecto las garantías y/o demás mitigantes de riesgo de crédito si cuenta con ellos.

A la fecha de este trabajo se está a la espera de la implementación de estos cambios regulatorios en el capítulo XVIII de la circular externa 036 de 2018 de la Superintendencia Financiera de Colombia que hace referencia la valoración de derivados y productos estructurados.

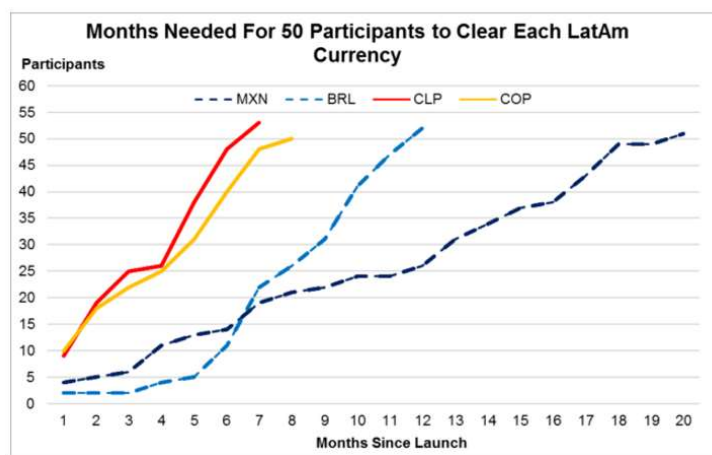
1.1.6. Incorporación de las Cámaras de Riesgo Central de Contraparte

¹¹ Hoy en el mercado OTC se transan derivados de tasa de interés y monedas libor-IBR así como swaps de inflación IBR-UVR

La crisis de 2008 llevó a la definición de un Marco Regulatorio que propende por la utilización, cada vez más común de las cámaras de riesgo central de contraparte para los derivados OTC. En este caso, el riesgo de contraparte se centraliza a través de un tercero, la cámara de riesgo central de contraparte, quién asume la posición de riesgo luego de haberse pactado el contrato en el mercado de derivados OTC.

El tema de la incorporación de las cámaras de riesgo central para el mercado de swaps IBR ha sido un hito en la historia del mercado de capitales colombiano. La cámara de Chicago (CME¹² por sus siglas en inglés) fue la primera de ellas. El 21 de marzo de 2018 se hizo el lanzamiento de las operaciones swap IBR a través de esta cámara de riesgo central y desde entonces el volumen de negociación se ha ido incrementando, al igual que el de los agentes internacionales participantes distribuidos entre bancos, fondos administradores de portafolio y fondos de cobertura. Según el informe de febrero de 2019 de CME, Colombia y Chile han logrado llegar a 50 participantes en un lapso de 8 meses, mientras que a Brasil y México les tomó 12 y 20 meses respectivamente, llegar a este número de participantes

Figura 5: Crecimiento en número de participantes luego del lanzamiento en CME



Openmarkets CME Group: Callahan, Jack.
INVESTMENT MANAGERS ARE TURNING TO LATIN AMERICAN SWAPS. FEB 6 DE 2019

De esta manera Colombia y Chile han empezado a tener participación en el mercado de operaciones de swap de tasa de interés que liquidan y compensan a través de la cámara de Chicago (CME). Frente a este desarrollo el CME asegura en su último informe (Feb 2019): “Chile and Colombia were our best OTC product launches of all time”

Pero CME no es la única cámara que lleva los swap IBR a esta modalidad de compensación y liquidación. La Cámara de Riesgo Central de Contraparte de Colombia (CRCC), también ha iniciado un proyecto para compensar y liquidar swaps de IBR desde 2018. De igual manera, en marzo de 2019 el London Clearing House (LCH) ha iniciado sus primeras pruebas para hacer la compensación y liquidación de swaps IBR.

1.1.7. Cambio en la valoración de los swaps garantizados en dólares

Otro aspecto que gana absoluta relevancia con la llegada del swap IBR a las cámaras centrales de riesgo internacionales es el descuento de la valoración con una curva que mide el costo de la consecución de garantías en dólares. Esto es sin duda el primer paso para incorporar el cálculo del FVA (Funding Value Adjustment). Lo que de una u otra manera permite medir el costo de conseguir recursos en monedas diferentes para cumplir con los llamados al margen.

1.2 Alcance del trabajo

El presente trabajo tiene como objetivo general calcular el CVA/DVA para un swap IBR a cinco años (10 semestres) siguiendo la metodología de Smith (2015) y utilizando la versión determinística (árboles trinomiales) del modelo tasa corta de Hull-White (1994). Lo anterior se realizará a partir de la simulación de tasas forward (FRA) semestrales implícitas en la curva cero cupón de cotizaciones del mercado swap IBR. Adicionalmente, la estimación de las probabilidades de default en pesos para Ecopetrol y dos bancos colombianos (Banco de Bogotá y Bancolombia) a partir de los Asset-Swap Spread (ASW) de los bonos en dólares en el mercado Internacional (Choudhry, 2006), nos permitirá realizar los cálculos respectivos.

Objetivos específicos:

- Simular las tasas forward semestrales de la curva swap IBR para un periodo de cinco años a través de la implementación del modelo de tasa corta de Hull-White (1994) de un factor mediante árboles trinomiales (Capítulo 2)
- Calcular la probabilidad de default a partir del mercado de bonos en dólares de emisores colombianos haciendo uso de sus correspondientes *Asset-Swaps Spread ASW*. (Capítulo 3)
- Calcular el valor de mercado de un swap para cada uno de los escenarios de curva de tasa de interés IBR simulada. (Capítulo 4)
- Calcular la exposición crediticia de un swap de tasa de interés IBR a cinco años. (Capítulo 4)
- Calcular el CVA/DVA para un swap IBR a cinco años entre Ecopetrol y un banco local colombiano. (Capítulo 4)

1.3 Descripción de los datos y supuestos

Este trabajo se realizó utilizando datos de mercado. Se define como fecha de valoración el 2 de abril de 2019 (en adelante: hoy).

La curva par swap IBR es tomada del cierre de mercado de ICAP NY PLC el 2 de abril de 2019.

Los datos de otras curvas, así como los precios de los bonos que se usaron para el cálculo de la probabilidad de default en el capítulo 3 son tomados de Bloomberg para la misma fecha.

El supuesto de monto notional del swap sobre el que se calculará el CVA/DVA es de diez mil millones de pesos colombianos (COP \$ 10,000,000,000).

Dado que el objetivo de este trabajo es calcular el CVA/DVA, el swap de tasa de interés IBR sobre el que se trabajará, se asume con cupones semestrales tanto en derechos como en obligaciones a un plazo de cinco años. Se asume que plazos inferiores para la estimación del CVA/DVA como la convención del swap *plain vanilla* IBR (cupones trimestrales) no aportan información adicional relevante sobre la calidad crediticia de las contrapartes y por el contrario si demandan una carga computacional considerable.

Los agentes sobre los que se calculará el CVA/DVA son Ecopetrol y un “Banco Local Colombiano” como nombre genérico pues se utilizarán datos de los bonos internacionales de Bancolombia y Banco de Bogotá por tener emisiones de similar calidad crediticia y grado de subordinación (seniority) como se explicará más adelante.

Capítulo 2

Modelando la Tasa de Interés IBR usando árboles trinomiales

Para la simulación de la curva swap IBR haremos uso de la implementación discreta del modelo para procesos de tasa corta de un factor de Hull-White (1994). La razón para utilizar este enfoque radica en que la curva swap IBR es OIS (overnight index swap), lo que significa que la curva en todos los plazos depende de la trayectoria de la tasa IBR overnight.

2.1 Modelos de un factor

Usando la definición de Campolieti y Makarov (2014), podemos decir que un modelo de tasa de interés de un solo factor (*single-factor model*) tiene una fuente unidimensional de aleatoriedad afectando el precio de los bonos, para este trabajo, de los swaps. Formalmente se define que estos modelos tienen un Movimiento Browniano $\{W(t)\}_{t \geq 0}$ como una única fuente de aleatoriedad. En este tipo de modelos dejamos que la filtración del Movimiento Browniano $\mathbb{F}^W := \{\mathcal{F}_t^W\}_{0 \leq t \leq T^*}$ coincida con la filtración $\mathbb{F}$ generada por el proceso de la tasa corta, $\{r(t)\}_{0 \leq t \leq T^*}$. Este es el caso cuando $r(t)$ sigue un proceso de Itô basado en una ecuación diferencial estocástica (SDE) de la forma $dr(t) = a(t) dt + b(t) dW(t)$ con los procesos a y b adaptados a la filtración $\mathbb{F}^W$.

2.2 Modelos de difusión para procesos de tasa corta

Siguiendo a Campolieti y Makarov (2014), suponemos que el proceso que sigue la tasa corta $\{r(t)\}_{t \geq 0}$ sigue un proceso de difusión descrito por la ecuación diferencial estocástica (SDE)

$$dr(t) = a(t, r(t))dt + b(t, r(t))dW(t) \quad (2.1)$$

Los coeficientes a y b son funciones suaves que cumplen las condiciones estándar requeridas para garantizar la existencia de una solución para la ecuación (2.1). A continuación, una lista de los modelos de tasa de interés de un factor más populares que caben dentro de los procesos de difusión descritos en (2.1):

$$dr(t) = \alpha dt + \sigma dW(t) \text{ (Merton)} \quad (2.2)$$

$$dr(t) = \beta r(t)dt + \sigma r(t) dW(t) \text{ (Dothan)} \quad (2.3)$$

$$dr(t) = (\alpha - \beta r(t))dt + \sigma(t) dW(t) \text{ (Vasicek)} \quad (2.4)$$

$$dr(t) = (\alpha - \beta r(t))dt + \sigma r(t) dW(t) \text{ (Brenan-Schwartz)} \quad (2.5)$$

$$dr(t) = (\alpha - \beta r(t))dt + \sigma \sqrt{r(t)}dW(t) \text{ (Cox-Ingersoll-Ross)} \quad (2.6)$$

$$dr(t) = \alpha(t)dt + \sigma dW(t) \text{ (Ho-Lee)} \quad (2.7)$$

$$dr(t) = \alpha(t)r(t)dt + \sigma(t) dW(t) \text{ (Black-Derman-Toy)} \quad (2.8)$$

$$dr(t) = (\alpha(t) - \beta(t)r(t))dt + \sigma(t) dW(t) \text{ (Hull-White)} \quad (2.9)$$

$$dr(t) = r(t)(\alpha(t) - \beta(t) - \ln r(t))dt + \sigma(t)r(t) dW(t) \text{ (Back-Karasinski)} \quad (2.10)$$

Aquí α, β y σ son constantes; $\alpha(t), \beta(t)$ y $\sigma(t)$ son no aleatorios y funciones continuas del tiempo. Asumiendo que los coeficientes a y b en (2.1) son independientes del tiempo, esto es: $a = a(r(t))$ y $b = b(r(t))$, obtendremos modelos de tasa corta homogéneos en el tiempo. Los modelos (2.2)-(2.6) son homogéneos en el tiempo, mientras que los modelos (2.7)-(2.10) son no homogéneos en el tiempo.

Cada uno de estos modelos tiene su propia motivación. Hay tres características principales que deben ser tenidas en cuenta a la hora de elegir uno de ellos.

- Tasas de interés positivas. Los modelos de Merton y Vasicek no garantizan tasas de interés $r(t)$ positivas. En un ambiente de tasas negativas en algunos mercados como el que se ha vivido después de la crisis de 2008 y bajo políticas monetarias expansionistas, esta restricción es irrelevante.
- El proceso de la tasa $r(t)$ tiene reversión a la media. Esto significa que $r(t)$ fluctúa cerca a la media de largo plazo que está dada por $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}[r(t)]$. Por lo que el proceso no puede desviarse hacia $+\infty$ (o cero) ya que una razón de cambio o drift positivo o negativo hará que el proceso retome la senda de largo plazo. Por ejemplo, el modelo de Vasicek tiene una media de largo plazo igual a α/β . La razón de cambio (drift) del proceso de difusión en (2.4) es positivo para $r(t) < \alpha/\beta$ y es negativo para $r(t) > \alpha/\beta$.
- El modelo debe ser manejable. Esto significa que idealmente las fórmulas para la valoración de bonos y derivados deben poder llegar a una solución cerrada.

Todos los anteriores modelos son aproximaciones de la realidad por lo que un modelo es digno de ser tenido en consideración si brinda una buena aproximación de lo que se observa en el mercado. La decisión de utilizar el modelo de Hull-White en este trabajo radica en que la tasa corta se asume directamente observable a través de la IBR overnight, garantizando así, la estructura de la curva cero cupón del mercado. La estimación de los parámetros a y b debe ser realizada con los datos de mercado más próximos, como lo haremos más adelante.

2.3 Árboles de tasa de interés

Según Hull (2003), un árbol de tasa de interés es una representación *tiempo-discreta* de un proceso estocástico de tasa corta. Si cada paso de tiempo en el árbol (en nuestro caso semestres) está

representado por Δt , las tasas del árbol son compuestas continuamente Δt (semestralmente). El supuesto principal cuando se construye un árbol de tasas de interés es que la tasa del periodo Δt , R , sigue el mismo proceso estocástico de la tasa continua, r , para el correspondiente modelo en su versión continua. Es importante anotar que, en un árbol de tasas de interés, la tasa de descuento cambia entre cada uno de los nodos, de periodo a periodo, en nuestro caso, cada semestre.

Con tasas de interés, resulta conveniente utilizar árboles trinomiales en lugar de árboles binomiales. La ventaja principal es que los árboles trinomiales proporcionan un grado de libertad adicional, haciendo más sencilla la representación de características de los procesos de tasa de interés tales como la reversión a la media. Usar un árbol trinomial es equivalente a usar un método de diferencia finita explícita.

2.4 Procedimiento para la construcción del árbol trinomial de tasas de interés:

Hull-White (1994) propusieron una metodología robusta de dos fases para la construcción de un árbol trinomial que permite representar varios de los modelos de tasa de interés de un factor. En este trabajo, se hará la modelación de la estructura a plazos de la curva IBR a través del modelo de Hull-White, por medio de una implementación en el software R de un árbol trinomial.

La primera fase expone la construcción de las probabilidades para cada una de las tres ramas en cada nodo del árbol. La segunda fase parte una curva cero cupón de mercado del swap IBR y a partir de ahí, se derivan las tasas forward para cada uno de los pasos Δt del árbol, que para nuestro caso serán semestres. Se debe asegurar que estas tasas forward IBR, coincidan con la curva de mercado de la que estamos partiendo.

Primera fase:

El modelo de Hull-White (1993) en su versión continua tiene la siguiente forma:

$$dr = [\Theta(t) - ar] dt + \sigma dWt \quad (2.11)$$

Este modelo es una extensión del modelo de Vasicek, el cual garantiza ajustarse a la curva de mercado (curva IBR observable) en el que los parámetros a y σ son constantes, siendo $\Theta(t)$ la pendiente inicial de la curva forward (drift). El parámetro a será la velocidad de reversión a la media del proceso y σ la volatilidad.

Supondremos que cada paso del árbol es constante e igual a Δt y llamaremos R a la tasa en cada Δt y esta a su vez, seguirá el mismo proceso de r , debido a lo anterior, obtenemos la siguiente expresión:

$$dR = [\Theta(t) - aR] dt + \sigma dWt \quad (2.12)$$

Esto es razonable en el límite ya que Δt tiende a cero. El primer paso en la metodología descrita por Hull-White en la construcción del árbol trinomial, será construir el árbol para la variable R^* , la cual, es inicialmente cero siguiendo el siguiente proceso:

$$dR^* = -aR^*dt + \sigma dW_t \quad (2.13)$$

Para nuestro caso:

$a = 0,1$ tomando el parámetro de calibración del trabajo de Hull-White

$\sigma = 0,036\%$ que corresponde a la volatilidad histórica de la tasa IBR de seis meses, la cual viene de la tasa IBR overnight¹³.

El proceso es simétrico con $R^* = 0$. La variable $R^*(t+\Delta t) - R^*(t)$ se distribuye normal. Si los términos de orden mayor a Δt son ignorados, el valor esperado de $R^*(t+\Delta t) - R^*(t)$ es $-aR^*(t) \Delta t$ y la varianza de $R^*(t+\Delta t) - R^*(t)$ es $\sigma^2 \Delta t$.

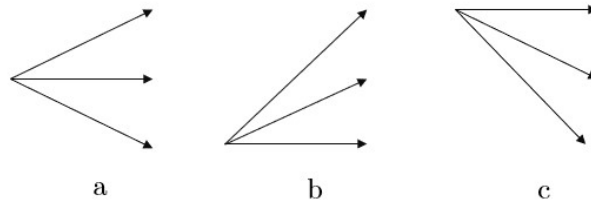
El espacio entre cada uno de los pasos del árbol ΔR se establece como:

$$\Delta R = \sigma \sqrt{3 \Delta t} \quad (2.14)$$

Según el trabajo de Hull-White (1994), este resultado prueba ser una buena elección para ΔR desde el punto de vista de minimizar el error.

Es importante anotar que para la construcción del árbol trinomial podemos seguir cualquiera de las tres opciones de ramificación de Hull y White que se muestran a continuación:

Figura 6: Alternativas al método de ramificación en un árbol trinomial



¹³ Esto debido a que el esquema de formación de la IBR a plazo se forma a través de una subasta diaria de OIS sobre la IBR. Más información en <https://www.asobancaria.com/ibr/>

Del método de ramificación para cada uno de los nodos del árbol que escojamos va a depender el cálculo de las probabilidades entre las ramas. Para el caso de esta implementación, es importante anotar que debido a que hoy por hoy no se pueden descartar tasas negativas en los mercados, que no se desea acotar el árbol trinomial hacia tasas muy altas y que el número de pasos que asumiremos será $\Delta t = 10$ semestres; utilizaremos el método de ramificación de la figura (a).

Hull-White (1994) hacen una definición en forma genérica de (i, j) como el nodo donde $t = i \Delta t$ y $R^* = j \Delta R$, definiendo $j_{\max}$ como el valor de j donde se hace el cambio del método de ramificación para acotar el árbol trinomial, argumentando una mejora de la implementación numérica. Hull-White demuestran que las probabilidades serán siempre positivas para algún valor de $j_{\max}$ entre $0.184/(\sigma \Delta t)$ y $0.816/(\sigma \Delta t)$ y para algún valor de $j_{\min}$ entre $-0.184/(\sigma \Delta t)$ y $-0.816/(\sigma \Delta t)$. En nuestra implementación este cambio de método de ramificación no será necesario y tampoco será necesario definir $j_{\max}$ y $j_{\min}$ dado que tenemos claro el número de pasos Δt (10 semestres, equivalentes a 5 años).

Es importante mencionar que existen probabilidades diferentes para cada uno de los tipos de ramificación (a) (b) y (c) de la figura anterior. Para ello P_u, P_m y P_d serán las probabilidades de un movimiento alto, medio y bajo respectivamente. Estas probabilidades serán escogidas de manera que logren hacer sentido con el cambio de la varianza y del cambio de R^* a través del tiempo en el intervalo Δt y deben sumar uno. Esto nos conduce a tres ecuaciones en las tres probabilidades P_u, P_m y P_d .

Partiendo de que la media del cambio para la tasa R^* en cada Δt está definida como $-aR^*\Delta t$ con varianza $\sigma^2 \Delta t$. Para el nodo (i, j) , $R^* = j \Delta R$. Si la ramificación es de la forma de la figura (a) entonces P_u, P_m y P_d en el nodo (i, j) deberán satisfacer las siguientes tres ecuaciones de manera que sean consistentes con la media y la varianza:

$$P_u \Delta R - P_d \Delta R = -aj \Delta R \Delta t \quad (2.15)$$

$$P_u \Delta R^2 - P_d \Delta R^2 = \sigma^2 \Delta t - a^2 j^2 \Delta R^2 \Delta t^2 \quad (2.16)$$

$$P_u + P_m + P_d = 1 \quad (2.17)$$

Usando el resultado que teníamos $\Delta R = \sigma \sqrt{3\Delta t}$, la solución para las probabilidades P_u, P_m y P_d del árbol trinomial escogido para el método de ramificación (a), tenemos que:

$$P_u = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + (a^2 j^2 \Delta t^2 - aj \Delta t) \quad (2.18)$$

$$P_m = \frac{2}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 \quad (2.17)$$

$$P_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + (a^2 j^2 \Delta t^2 + aj \Delta t) \quad (2.18)$$

Una vez definidas las probabilidades, procedemos a calcularlas en cada nodo del árbol trinomial de periodicidad semestral a cinco años, por medio de una implementación en el software R (Tabla No 2).

Segunda fase:

Una vez calculadas las probabilidades de la fase anterior, en esta fase de la implementación, para cada nodo convertiremos el árbol de la variable R^* en el árbol de R .

Esto se logra desplazando los nodos en el árbol de R^* para que la curva cero cupón de mercado IBR (R) de la cual vamos a partir, coincida exactamente. Definimos entonces:

$$\alpha(t) = R(t) - R^*(t) \quad (2.19)$$

En otras palabras, debemos llegar a las tasas forward $\alpha(t)$ tales que el descuento de un flujo que paga \$1 sea igual a la curva cero cupón IBR de mercado. Para esto es necesario definir un valor presente $Q_{i,j}$ el cual pagará \$1

Cada α_i y cada $Q_{i,j}$ se calculará utilizando una inducción hacia adelante de manera que converjan a la curva cero cupón IBR de mercado. Para tal fin, partiremos de la curva *par swap* IBR de cierre de mercado con la que se calculó la curva cero cupón de la que parte la simulación (Tabla No 1).

El valor de nuestro primer Q_{00} es 1.0. El valor de α_0 será el de la tasa forward que haga el precio justo al que garantice el valor de descontar el flujo cero cupón del plazo Δt . debido a que la curva swap IBR es cero cupón hasta los dieciocho meses α_0 se establece igual a la tasa de interés del primer Δt . En nuestro la tasa forward del primer semestre, Δt , es 2.10%.

Esto definirá a su vez la posición inicial del primer nodo en el árbol para R . El siguiente paso es calcular los valores de Q_{11} , Q_{10} , Q_{1-1} .

Tomando las probabilidades de la primera fase de la implementación (tabla No 2), el valor de Q_{11} será $0.167e^{-0.0420 \cdot 0.5} = 0.163$. De forma similar, hacemos los cálculos para Q_{10} y Q_{1-1} obteniendo los Q 's para todo el árbol de R .

Una vez hemos calculado todos los Q 's (Tabla 3) a través de la implementación en R, podemos determinar las tasas forward $\alpha(t)$. De este modo, α_1 será elegido de manera que garantice el valor de un flujo cero cupón con vencimiento en $2\Delta t$. Como ya definimos anteriormente que $\Delta R = \sigma \sqrt{3\Delta t}$ y que $\Delta t = 0.5$ (semestral), el valor presente de los posibles valores del árbol trinomial para el segundo paso $2\Delta t$ será:

$$Q_{11}e^{-(\alpha_1 + \Delta R)} + Q_{10}e^{-\alpha_1} + Q_{1-1}e^{-(\alpha_1 - \Delta R)} \quad (2.20)$$

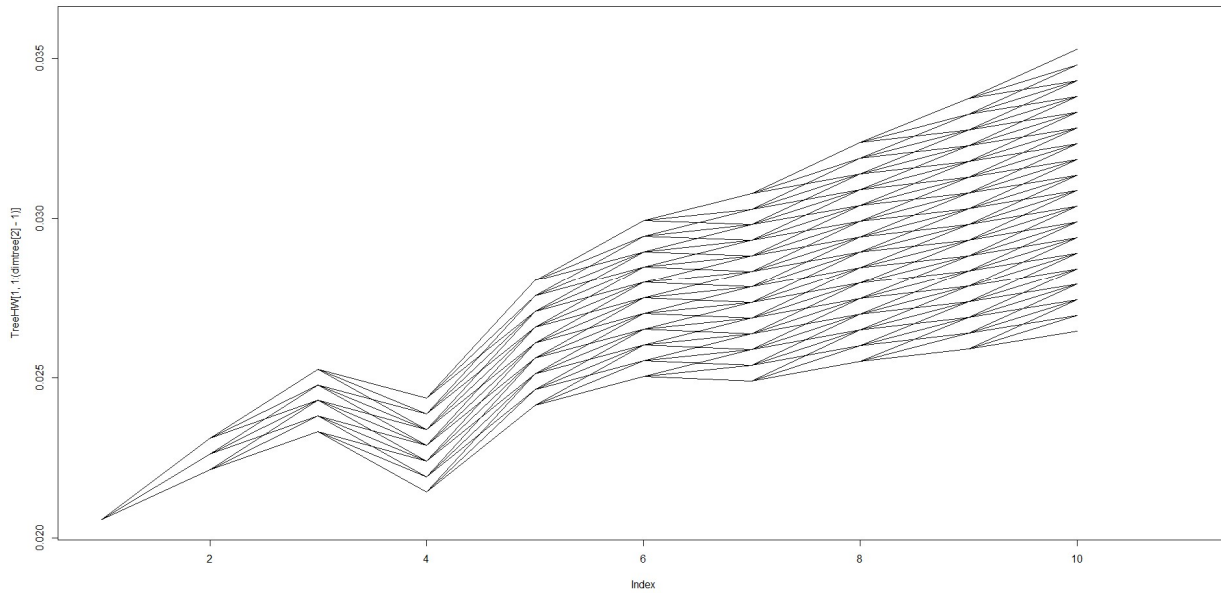
Partiendo de la curva cero cupón inicial, sabemos que un flujo traído a valor presente debe ser $e^{-(0.0420 \cdot 0.5)} = 0.9792$ pues tomamos la tasa del segundo semestre. Haciendo que el valor de la tasa forward converja a este valor de mercado tendremos:

$$Q_{11}e^{-(\alpha_1 + \Delta R)} + Q_{10}e^{-\alpha_1} + Q_{1-1}e^{-(\alpha_1 - \Delta R)} = 0.9792 \quad (2.21)$$

Resolviendo, obtenemos nuestra primera tasa forward $\alpha_1 = 2.10\%$. Con este método iterativo para cada paso Δt obtenemos cada una de las tasas forward α_t para cada uno de los 10 pasos (semestres) de la simulación.

Una vez tenemos las probabilidades, los Q's y los α_t , y podemos calcular la totalidad del árbol trinomial de tasas forward para R. Es decir, tenemos la tasas forward IBR para cada uno de los escenarios en los 10 pasos de la simulación como se muestra en el siguiente árbol:

Figura 7: Simulación del árbol trinomial de tasas forward para cada semestre



Los resultados de las tasas forward de la simulación se muestran en la Tabla 4.

Capítulo 3

Estimación de la probabilidad de default a partir del Asset-Swap Spread (ASW)

En este capítulo se estimará la probabilidad de default en pesos para de Ecopetrol y un banco local colombiano. Lo anterior partiendo del asset-swap spread (ASW) de los bonos en dólares de la República de Colombia, Ecopetrol y dos bancos locales colombianos (Bancolombia y Banco de Bogotá).

Generalmente cuando se quiere calcular la probabilidad de default de una contraparte se acude al mercado de CDS (Credit Default Swaps). Para nuestro caso sería suficiente con tener la probabilidad de default en pesos que tiene Ecopetrol y la probabilidad de default en pesos que tiene el banco local colombiano acudiendo al mercado de CDS en pesos.

En casos como el de PEMEX o Petrobras, empresas petroleras de México y Brasil respectivamente, basta con acudir al mercado de CDS para ver cómo se está transando el CDS en dólares de cada empresa y a partir de este valor, podríamos calcular la probabilidad de default en dólares y luego en moneda local de dichas empresas.

En nuestro caso, no podemos hacer lo mismo ni para Ecopetrol ni para los bancos locales ya que sobre ellos no opera un mercado de CDS. De ahí la necesidad de acudir a otras medidas de riesgo a partir de las cuales podamos deducir la probabilidad de default en dólares y en pesos.

3.1 Diferentes aproximaciones para medir el riesgo de crédito:

Debido a la inexistencia de un mercado de CDS para Ecopetrol y para los bancos locales a partir del cual podamos calcular las probabilidades de default que necesitamos para nuestras estimaciones del CVA/DVA, acudiremos al mercado de bonos en dólares y su correspondiente Asset-Swap Spread (ASW), siguiendo la metodología expuesta por Choudhry (2006).

Si bien tanto Ecopetrol como los bancos locales de similar calificación crediticia (Bancolombia y Banco de Bogotá) cuentan con bonos en dólares del mismo nivel de *seniority*¹⁴ se hace necesario iniciar nuestro análisis desde el riesgo soberano de Colombia, el cual, sí cuenta con emisiones de bonos en dólares, en pesos y con cotizaciones de CDS.

¹⁴ El precio de los bonos está influenciado por la prioridad (*seniority*) relativa de la emisión respecto de otras emisiones de deuda del emisor y las preferencias de repago en caso de incumplimiento. En su orden descendente son: Senior secured, senior unsecured y subordinated.

Para nuestro caso, se muestran los precios y las tasas de rendimiento (Yield to Maturity YTM) a los cuales se operan en el mercado los bonos en dólares para Colombia, Ecopetrol y dos bancos locales de similar calificación (Bancolombia y Banco de Bogotá) a los plazos más próximos a cinco años, plazo al cual estamos calculando el CVA/DVA (Tabla No 5).

3.1.1 G-Spread e I-Spread

EL G-Spread (Government bond spread) corresponde a la medida de valor relativo más básica. Es simplemente la diferencia en puntos básicos existente entre la tasa de rendimiento a la cual se está negociando el bono (YTM) y la tasa de rendimiento interpolada a la cual se está negociando el bono del tesoro de Estados Unidos. En la tabla No 5 el bono de Colombia con vencimiento en febrero de 2024 se negocia a un precio de 102,77% equivalente a una tasa de rendimiento (YTM) de 3,32%. Si comparamos esta tasa de rendimiento frente a la tasa de rendimiento del bono del Tesoro Americano interpolada al plazo, tendremos que el G-Spread es de 104 puntos básicos ($3,32\% - 2,28\%$).

El I-Spread corresponde al spread de la tasa de rendimiento a la cual se está negociando el bono (YTM) sobre la tasa de la curva swap sobre la tasa libor interpolada al mismo plazo. Este corresponde a una medida de valor relativo frente al mercado swap. Debido a que el mercado swap es operado entre bancos, este spread corresponde al riesgo interbancario. Para el caso del mismo bono de Colombia con vencimiento en 2024 el I-Spread es de 99 puntos básicos ($3,32\% - 2,33\%$). En algunas ocasiones el I-Spread es usado para comparar un bono frente al precio de lo que debería ser su CDS, pero dentro de un análisis de valor relativo más directo, la balanza suele inclinarse en favor del Asset-Swap Spread como se detallará más adelante.

3.1.2 Z-Spread (Zero-Volatility spread)

Los anteriores spreads son nominales, son los más simples y sufren de una limitación común. La tasa de rendimiento (YTM), el G-Spread y el I-Spread descuentan los flujos del bono a una única tasa, lo que ignora la pendiente de la curva de rendimiento. En otras palabras, esto indica que tanto el YTM como el G-Spread y el I-Spread, funcionan bien cuando la curva esta plana.

Para subsanar este problema, el z-spread corresponde al spread que debe sumarse a cada una de las tasas cero cupón la curva de rendimiento de los tesoros americanos que los igualará al precio de mercado del bono.

3.1.3 Asset-Swap Spread (ASW)

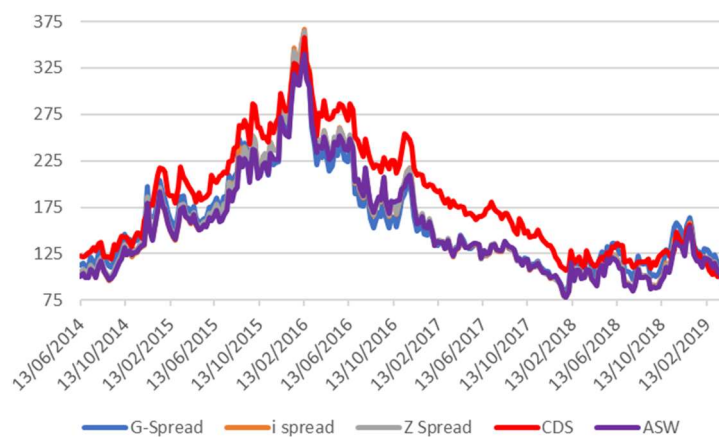
Un asset-swap (ASW) se define como una operación que “empaqueta” 1) un swap de tasa de interés y 2) la compra de un bono. Normalmente un bono con un cupón a tasa fija se combina con un swap de tasa de interés donde el tenedor del bono entrega los cupones fijos a cambio de

recibir un cupón a tasa flotante. Para este trabajo el asset-swap spread (ASW) en dólares estará definido como un spread sobre la tasa libor mientras que el asset-swap spread (ASW) en pesos estará definido como un spread sobre la tasa IBR. Este spread se define como el asset-swap spread (ASW) y está en función del riesgo de crédito del bono sobre el riesgo interbancario.

Los asset-swap spread (ASW) se transan a par o al precio al cual se está transando el bono; en nuestro caso el asset-swap se calcula incorporando el precio del bono en el mercado. Se puede decir que el asset-swap spread es el spread que iguala la diferencia entre los flujos del bono traídos a valor presente a través de las tasas cero cupón que provienen de la curva par swap y el precio de mercado del bono. Por tanto, el spread será una función de: 1) el precio de mercado del bono y por ende su tasa de rendimiento (YtM) 2) los flujos del bono y 3) las tasas cero cupón implícitas que provienen de la curva par swap.

Retomando el bono de Colombia con vencimiento en 2024 (tabla 5) podemos observar que el nivel al cual se opera el CDS de 5 años de Colombia (101 pbs), es muy similar a los niveles I-Spread, Z-Spread y el asset-swap spread (ASW) sobre la Libor. La gráfica siguiente muestra la evolución histórica de estas medidas de riesgo sobre dicho bono.

Figura 8: Evolución de las medidas de riesgo para el bono en dólares de la República de Colombia (2024)



Teniendo en consideración que el asset-swap spread (ASW) tiene en cuenta la curvatura, las tasas cero cupón provenientes de la curva par swap y el precio de mercado del bono, se considera que es una buena medida alternativa de riesgo de crédito ante la ausencia de un mercado de CDS.

Vale la pena aclarar que la diferencia entre el asset-swap spread (ASW) y el CDS es lo que en la literatura se define como el Credit Default Swap Basis. Se define como sigue:

Credit Default Swap Spread (D) – asset swap spread (S)

Donde $D-S > 0$, tenemos un basis positivo. El basis positivo ocurre cuando el CDS está por encima del asset-swap (ASW), este es el caso más común, tal y como ocurre en el caso nuestro al comparar el histórico de los asset-swap spread (ASW) en dólares con el CDS para el caso de los bonos en dólares de Colombia.

Donde $D-S < 0$, tenemos un basis negativo. El basis negativo ocurre cuando el CDS está por debajo del asset-swap (ASW).

Sobre las implicaciones, causas y análisis de esta diferencia entre el CDS y el asset-swap spread (ASW) la literatura es muy amplia y esto daría para un trabajo completo de investigación. En este trabajo es suficiente con hacer uso de los asset-swap spread (ASW) en dólares de los bonos de Ecopetrol y los bancos locales colombianos para poder estimar las probabilidades de default en pesos que necesitamos en el cálculo del CVA/DVA.

3.2 Estimando la probabilidad de default a partir del Asset-Swap Spread (ASW)

El asset-swap spread (ASW) es la aproximación que usaremos ante la ausencia de un mercado de CDS la cual nos permite la posibilidad de calcular la probabilidad de default que necesitamos para el cálculo del CVA. Para ello partimos de los bonos en dólares emitidos por Ecopetrol y dos bancos locales colombianos a los plazos cercanos a cinco años.

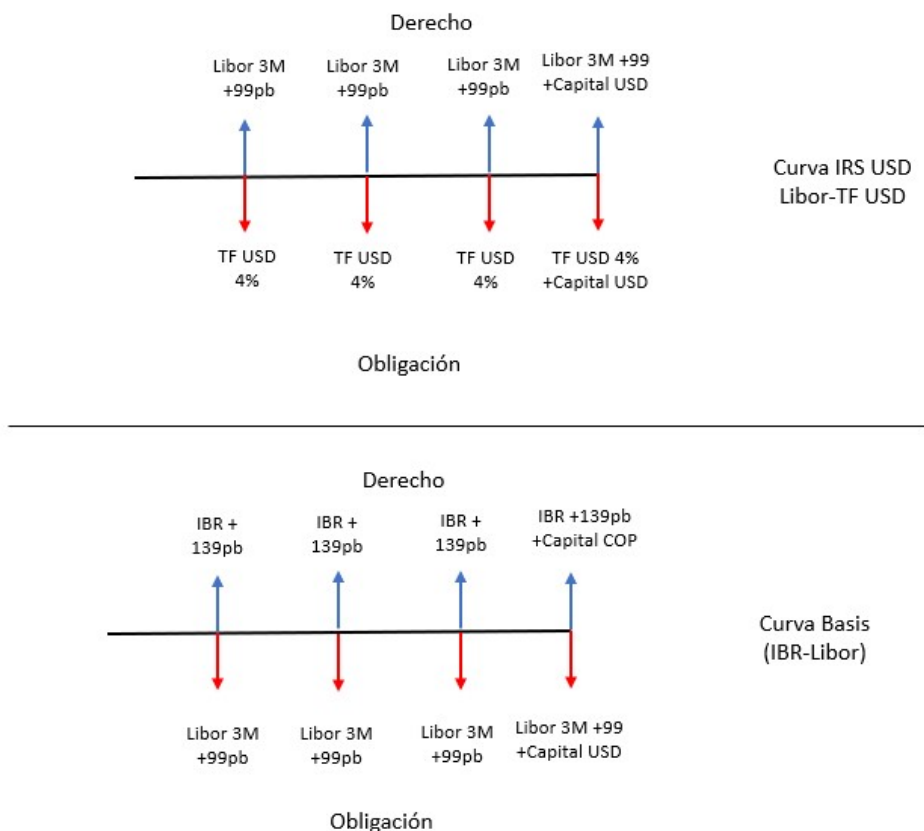
3.2.1 Estimación de la probabilidad de default en dólares a partir de los Asset Swap Spread (ASW) en dólares

Cuando tenemos los asset-swap (ASW) de los bonos en dólares (tabla No 5) tenemos un spread sobre la tasa libor, no obstante, se hace necesario saber la equivalencia de tal spread a pesos.

Para ello acudimos de nuevo al asset-swap spread (ASW) de los mismos bonos en dólares, pero en este caso sobre la tasa IBR colombiana. Obviamente esto implica hacer un cross currency swap en el mercado basis (IBR- Libor) donde un lado del swap está en pesos y el otro en dólares. Esto con el fin poder calcular el asset-swap (ASW) de los bonos en dólares como un spread sobre la tasa IBR.

A continuación, se muestra de manera gráfica y con los datos de mercado, las dos operaciones swap de mercado que replican la cobertura para poder llegar al Asset-Swap Spread (ASW) de un bono en dólares a IBR. Tomamos como ejemplo los bonos de Colombia con vencimiento 26 de febrero de 2024 (cupón 4%), la réplica es como sigue:

Figura 9: Réplicas de cobertura para los Bonos Rep. Colombia 2024



La tabla No 5 muestra este spread sobre la IBR que indica la equivalencia del asset-swap spread (ASW) en dólares (sobre libor) a pesos (sobre IBR).

Una vez tenemos el asset-swap spread (ASW) en dólares y su equivalente en pesos proveniente de los bonos en dólares, tenemos una aproximación al riesgo de crédito de cada uno de los emisores (República de Colombia, Ecopetrol y Bancos Colombianos) en dólares. Esto es, qué probabilidad de default hay de que no se pueda cumplir con las obligaciones en dólares. Nos queda entonces saber cuál es la probabilidad de incumplir con las obligaciones en pesos.

3.2.2 Estimación de la probabilidad de default en pesos a partir de los Asset Swap Spread (ASW) en pesos

Para estimar esta probabilidad de default en pesos bastaría con calcular el Asset-swap spread sobre la IBR de bonos emitidos en pesos, eso sería lo ideal. El inconveniente es que el mercado de deuda privada local no es muy líquido y las emisiones de bonos corporativos tanto del sector real como el sector financiero a plazos de 5 años o mayores, son escasas.

Para evaluar a cuanto equivale el spread sobre la IBR de los bonos en dólares a un riesgo de emisión en pesos, partiremos de comparar los asset-swap spread (ASW) de bonos en dólares equivalentes a pesos con los asset-swap spread (ASW) de los bonos soberanos en pesos (TES).

Lo anterior nos permite tener una aproximación de lo que en la terminología de los derivados se denomina el *Wrong Way Risk (WWR)*, el cual ocurre cuando la exposición de riesgo a una contraparte se ve correlacionada de manera adversa con la calidad crediticia de la misma contraparte. Existen dos tipos de Wrong Way Risk (WWR) Mosconi (2016):

- a. *Wrong Way Risk específico*, el cual aparece por factores específicos de la contraparte: bajada de calificación, malos resultados financieros o riesgo de litigio.
- b. *Wrong Way Risk general*, el cual aparece cuando la posición se ve afectada por factores macroeconómicos: tasas de interés, inflación, tipo de cambio etc

Para determinar el wrong way risk (WWR) del Asset-Swap Spread en dólares acudimos a la deuda soberana local (TES) sobre los cuales hacemos el mismo ejercicio que hicimos para los bonos en dólares, obteniendo un asset-swap spread (ASW) sobre la tasa IBR para cada uno de los TES (Tabla No 6). Esto nos permite comparar que, para el caso de la deuda soberana de Colombia a un plazo interpolado de 5 años existe una diferencia de 92 pbs entre los asset-swap spread (ASW) de bonos en dólares sobre la IBR y en pesos sobre la misma IBR ($141 - 49 = 92$) (Tabla No 7). Esto no refleja otra cosa que lo que le cobra el mercado a La República de Colombia por deber en pesos frente a deber en dólares.

Dado que la deuda soberana colombiana tiene este diferencial para una emisión en dólares versus pesos, procedemos a ajustar los asset-swap spread (ASW) en dólares sobre la IBR de Ecopetrol y los bancos colombianos al plazo interpolado de 5 años por este diferencial (Tabla No. 7).

Una vez tenemos los asset-swap spread (ASW) equivalentes para el riesgo de emisiones en pesos y en dólares, procedemos a calcular las probabilidades de default (p) de la siguiente expresión:

$$(1 - p)e^{(rf+y)t} + RRpe^{(rf+y)t} = e^{rft} \quad (3.1)$$

Donde rf es a tasa de interés libre de riesgo, y es el asset-swap spread (ASW) y t el tiempo.

Obtenemos que la probabilidad de default p es:

$$p = \frac{1 - e^{-yt}}{1 - RR} \quad (3.2)$$

Siendo RR la tasa de recuperación (recovery rate)¹⁵

¹⁵ El Recovery Rate hace referencia al valor que se recupera luego de un default. Es definido como un porcentaje del valor nominal del bono más sus intereses acumulados Para riesgo local tomamos un Recovery Rate (RR) del 25% (fuente Bloomberg).

Usando la expresión anterior obtenemos las probabilidades acumuladas de default en pesos a lo largo de los cinco años (Ecopetrol: 5,3%; Banco Local: 5,9%), mientras que:

$p_{4.5,5} = p_{0,5} - p_{0,4.5} = 0.58\%$ para el Banco Local y 0.52% para Ecopetrol será la probabilidad de default en el semestre 10 (Tabla No 8).

Capítulo 4

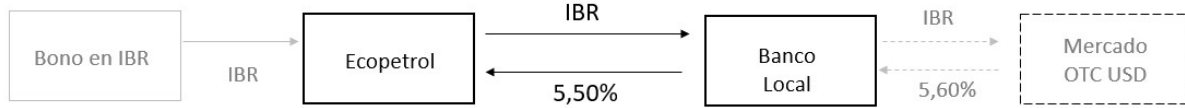
Valoración y Cálculo de CVA/DVA

En este capítulo seguiremos la metodología expuesta por Smith (2015) para el cálculo de CVA/DVA. Hasta el momento ya hemos definido tres insumos para calcular el CVA/DVA del swap entre Ecopetrol y el Banco Local Colombiano. El primero es la estructura a plazo de la tasa de interés IBR que obtuvimos del capítulo 2 en la implementación del modelo de tasa corta de un factor de Hull-White a través de árboles trinomiales, el cual, nos permite calcular los factores de descuento. El segundo, son las probabilidades de default en pesos para el swap local entre una empresa del sector real (Ecopetrol) y un banco local colombiano los cuales se obtuvieron a partir de los asset-swap spread (ASW) en el capítulo anterior. El tercero es la tasa de recuperación (Recovery Rate RR) para contrapartes locales (25%).

Asumimos que el swap que vamos a valorar entre un Ecopetrol y un banco local colombiano se cerró hace 2 años a una tasa fija del 5,50% semestral. EL Banco Local paga a Ecopetrol una tasa fija del 5,50% semestral y Ecopetrol paga la tasa IBR de seis meses.

El cumplimiento es cada semestre en donde se liquidan derechos y obligaciones al vencimiento de cada cupón del swap. La intención de Ecopetrol al realizar este swap es convertir una inversión (bono) que tiene en tasa variable IBR a tasa fija, esto debido a que tiene una expectativa de reducción de las tasas de interés y desea asegurar sus flujos de caja. Un aspecto importante es que este es un swap sin ningún tipo de garantía, es decir, que tanto Ecopetrol como el banco local colombiano asumen el riesgo crediticio amparados en las líneas de crédito que cada uno ha definido para la contraparte. La siguiente figura muestra en línea continua el swap sobre el que vamos a calcular el CVA/DVA. En línea punteada se tiene un swap sobre el que se puede realizar un trabajo posterior, el cálculo del FVA:

Figura 10: Esquema Swap



Hoy, dos años después, este swap a 5 años, a una tasa fija del 5,50%, será valorado. Existen diferentes caminos para determinar el precio de un swap libre de riesgo, sin asumir default (VND). El trabajo de Smith (2015) expone tres de ellas. En este trabajo se utilizará el tercer método, el cual hace uso de la estructura de tasas de interés que obtuvimos del árbol trinomial de Hull-White (capítulo 2) para realizar la valoración (Tabla 4). La ventaja de este método radica en que los valores del swap calculados para cada una de las ramas del árbol serán utilizados en el cálculo del CVA y DVA.

4.1 Valoración de Swaps Libre de Riesgo (VND):

Prueba de desempeño:

Antes de realizar la valoración del swap es necesario hacer una prueba de desempeño para la estructura de tasas de interés obtenida en el capítulo 2. Para ello valoramos un swap a 5 años (10 semestres) cerrado hoy a la tasa de hoy de la curva swap IBR para el plazo de 5 años.

Es importante recordar que el valor de un swap de tasa de interés (IRS) como la IBR, donde de un lado se reciben flujos a una tasa fija y del otro se entregan flujos en IBR, se cumple la siguiente igualdad:

$$\text{Valor de los Derechos} = \text{Valor de las obligaciones} \quad (4.1)$$

O de manera alternativa:

$$\text{Valor Neto del swap} = 0 \quad (4.2)$$

En otras palabras, esto quiere decir que, si se cierra un swap a la tasa par de ese día, su valoración, la diferencia del valor presente de ambas “patas” (VP Derechos- VP Obligaciones), debe ser igual a cero. Para nuestro caso valoramos un swap a 5 años, obteniendo que el valor presente es igual a 109,631 que sobre un nominal de 10,000 millones de pesos es el 0,001% (se aproxima a cero). De esta forma comprobamos que la estructura de tasas estimada en el capítulo 2 nos garantiza una valoración de cero para un swap cerrado hoy a la tasa de mercado (Tabla 9).

Valoración de swap al 5,50% para quién recibe tasa fija (Ecopetrol) asumiendo que no hay default (VND)

Una vez probada la bondad de nuestra estructura de tasas para valorar un swap, procedemos a valorar nuestro swap de Ecopetrol y el banco local, obteniendo un valor sin default (VND) de \$142,973,253 (Tabla 10) sin considerar riesgo de crédito.

Para entender mejor el resultado, es necesario explicar cómo se llega a un nodo del periodo final desde el lado de quien recibe la tasa fija, en este caso Ecopetrol (Tabla 10). Por definición en el último periodo el valor del swap estará dado por:

$$V_{\text{swap}} = [\text{flujo en tasa fija} - \text{flujo en tasa variable}]_{10} * \text{Factor de Descuento}_9$$

$$- 77,560,345 = [10,000,000,000 * e^{5,50\% * 0,5} - 10,000,000,000 * e^{3,529\%}] * e^{-3,529\%}$$

En la tabla 10, se resalta este último nodo que acabamos de revisar. Nótese que la tasa de 3,529% corresponde a la tasa forward estimada en el capítulo 2 para el último nodo de las tasas al alza.

Para un nodo anterior el valor tendrá dos componentes:

Valor del nodo = [valor del cupón en t] + valor esperado del cupón en t+1.

$$-130,669,774 = -(62,265,305 + 68,404,472)$$

$$-62,265,305 = [10,000,000,000 * e^{5,50\% * 0,5} - 10,000,000,000 * e^{3,375\%}] * e^{-3,375\%}$$

$$-68,404,472 = [-77,560,345 * P_u + 72,698,171 * P_m + 67,833,615 * P_d] * e^{-3,375\%}$$

donde $P_u = 4,67\%$, $P_m = 50,67\%$, $P_d = 44,67\%$, son las probabilidades estimadas en el capítulo 2, de que la tasa en cada nodo del árbol suba (P_u), se mantenga estable (P_m) o que baje (P_d) (Tabla No 2). En la tabla 10 se resalta este nodo que acabamos de revisar.

Para saber si el resultado de la valoración es coherente, podemos hacer una aproximación, pues sabemos que el valor de un punto básico (DV01)¹⁶ para un swap de 10,000 millones a un plazo de 5 años es de 4,450,000. Si esto lo comparamos con la tasa a la que está pactado el swap, (5,50%) versus la tasa de hoy a cinco años de la curva IBR (5,18%), tenemos que hay una diferencia de 32 puntos básicos. Lo anterior nos daría una valoración de +142,400,000 (32 x 4,450,000) que

¹⁶ En el mundo de la renta fija se habla de DV01 o por sus siglas en inglés: “dollar value of an 01 or 1 basis point” en nuestro caso hace referencia a cuanto cambia el valor de la pata a tasa fija del swap ante un movimiento paralelo de la curva en un punto básico.

comparado con los resultados de nuestra valoración (+142,973,253) (Tabla 10), resulta una aproximación muy coherente.

Valoración de swap al 5,50% para quién paga tasa fija (Banco Local) asumiendo que no hay default (VND)

Repitiendo el mismo procedimiento anterior llegamos a un árbol de valores del swap exactamente igual al del apartado anterior, pero con signos contrarios, siendo el valor del swap para quién paga la tasa fija (Banco Local) (Tabla No 11) -142,973,253.

4.2 Cálculo de Exposición Potencial Futura (EPF) – CVA/DVA:

El CVA mide la pérdida esperada (PE) en valor presente resultantes de la quiebra (default) de la contraparte, en el caso del banco local sería la quiebra de Ecopetrol. En este caso el DVA sería la pérdida esperada que experimentaría Ecopetrol si el banco local quiebra.

En general el CVA/ DVA es la sumatoria del producto de los siguientes cuatro términos:

$$CVA = \sum_{t=1}^T (Exposición Potencial Futura EPF) * (1 - Tasa de Recuperación_t RR) * (Probabilidad de Default_t PD) * (Factor de Descuento_t FD)$$

Donde:

(1 – Tasa de Recuperación) se conoce como la pérdida severa (*Loss Severity*). El producto de la Exposición Potencial Futura (EPF) y la pérdida severa (*Loss Severity*) es conocida como la pérdida esperada dada la ocurrencia de quiebra de la contraparte (*Expected Loss Given Default*). Este valor multiplicado por la probabilidad de default es la pérdida esperada (PE). Los factores de descuento fueron calculados en el capítulo 2 a través del proceso de bootstrapping de la curva par swap IBR.

La exposición potencial futura (EPF) en un elemento clave para llegar al cálculo del CVA/DVA; esta corresponde al valor que se esperaría recibir a futuro y que depende de la valoración del swap en cada semestre para nuestro caso. Es acá donde el resultado de la simulación del árbol trinomial del capítulo 2 para el cálculo de un valor del swap libre de riesgo (VND) así como la probabilidad de llegar a cada uno de los nodos del árbol empiezan a cobrar relevancia.

En el trabajo de Smith (2015) los parámetros de probabilidad de default (PD) y la tasa de recuperación (Recovery Rate RR) se asumen como exógenos y calculados por las áreas de riesgo a las mesas de negociación. En nuestro caso fueron estimadas en el capítulo 3.

De igual manera se reconoce que una de las limitaciones a esta metodología que hemos desarrollado es que los parámetros de probabilidad de default (PD) y tasa de recuperación (Recovery Rate RR) no tienen una correlación con el ciclo de tasas de interés, es decir que no hay forma de ajustar estos parámetros en la medida que las tasas de interés cambian. En nuestro caso esto no es así ya que al derivar las probabilidades de default directamente del mercado de bonos y sus asset-swap spread (ASW) sobre la tasa IBR hemos recogido tales efectos.

EL CVA y el DVA son calculados en la tablas 15 y 18 respectivamente, el factor clave es la Exposición Potencial Futura (EPF) para cada uno de los semestres. El modelo asume que no hay quiebra en el periodo cero. De igual forma, se debe aclarar que este ejercicio corresponde a una única operación swap y que no hace parte de algún portafolio en donde ya existirían temas como como el impacto del *close out netting*, del cual ya hablamos en el capítulo 1, sobre el agregado de todas las exposiciones de un portafolio entre dos contrapartes. En el caso de la existencia de un portafolio, la Exposición Potencial Futura (EPF) de los swaps que están en una situación ganadora compensan los que están en una situación perdedora, teniendo un saldo neto entre ambas contrapartes.

En este trabajo donde el portafolio está compuesto por un solo swap, los valores negativos en la valoración del swap se descartan y se asumen como cero. En el cálculo del CVA solo los valores positivos se tienen en cuenta (Tabla No 12). Con este ajuste se procede a calcular el valor de cada swap de la manera que lo hicimos antes, pero ahora involucrando en cada valor esperado el valor de cero que corresponde a valores negativos del swap. Como ejemplo calculamos el valor en negrilla en la Tabla No 12:

Valor del nodo = [valor del cupón en t]+ valor esperado del cupón en t+1.

$$+19,309,239 = 15,936,395 + 3,372,845$$

$$15,936,395 = [10,000,000,000 * e^{5,50\% * 0,5} - 10,000,000,000 * e^{2,591\%}] * e^{-2,591\%}$$

$$3,372,845 = [520,995 * P_u + 5,421,430 * P_m + 10,324,267 * P_d] * e^{-2,591\%}$$

donde $P_u = 44,67\%$, $P_m = 50,67\%$, $P_d = 4,67\%$, son las probabilidades estimadas en el capítulo 2, de que la tasa en cada nodo del árbol suba (P_u), no asuma volatilidad (P_m) o que baje (P_d) (Tabla No 2).

Para poder llegar al cálculo de la Exposición Potencial Futura (EPF), ahora es necesario determinar la probabilidad de llegar a cada uno de los valores esperados en cada nodo del árbol anterior. Para ello se requiere una demanda computacional alta debido a que a través del código en R se deben determinar las probabilidades de llegar a cada nodo por los diferentes caminos del árbol. Así obtenemos las probabilidades de la Tabla No 13.

Con estas probabilidades calculadas, multiplicamos cada valor esperado positivo del swap por la probabilidad de llegar a cada nodo, obteniendo la Exposición Potencial Futura (EPF) para el cálculo del CVA (Tabla No 14)

El CVA/DVA para cada semestre será el producto de la Exposición Potencial Futura (EPF) que acabamos de calcular, la severidad de la pérdida (loss severity), la probabilidad de quiebra y el factor de descuento. Por tanto, el CVA/DVA al momento de hoy será 1,383,321 (Tabla No 15) para quien recibe la tasa fija. Si comparamos esto en términos de DV01 esto nos indica que el CVA corresponderá a un tercio de punto básico aproximadamente ($1,383,321 / 4,450,000 = 0,31$)

El CVA/DVA para quién paga la tasa fija se calcula de la misma manera, usando las probabilidades de default obtenidas en el capítulo 3 para el caso de Ecopetrol. La Exposición Potencial Futura (EPF) para el banco local derivada de un default de Ecopetrol en el semestre 5 será de 52,930,746 (Tabla No 18). El CVA/DVA será 1,219,352 (Tabla No 18) equivalente a un cuarto de punto básico aproximadamente ($1,219,352 / 4,450,000 = 0,27$).

Por definición sabemos que:

$$\text{Valor}^{\text{Swap}} = \text{VND} - \text{CVA} + \text{DVA} \quad (4.3)$$

podemos decir que el valor justo (*fair value*) del swap será de la siguiente manera:

Para el que recibe la tasa fija (Ecopetrol)

$$\text{Valor}^{\text{Swap}} = \text{VND} - \text{CVA} + \text{DVA} = +142,973,253 - 1,383,321 + 1,219,352 = \mathbf{142,809,284}$$

Para el pagador de la tasa fija (Banco local)

$$\text{Valor}^{\text{Swap}} = \text{VND} - \text{CVA} + \text{DVA} = -142,973,253 - 1,219,352 + 1,383,321 = \mathbf{-142,809,284}$$

Este ejercicio numérico de valoración ilustra un aspecto importante del riesgo de crédito de contraparte en un swap de tasa de interés (IRS). Debido a que este swap que analizamos es sin garantía alguna, expone a pérdidas potenciales ante la quiebra de alguna de las dos contrapartes, por lo que el valor del contrato debe ser ajustado, de igual forma, el cambio en la calidad crediticia de alguna de las dos partes llevará a ajustes en estos ajustes de valoración.

Tal como expone Smith (2015), el valor de ajuste por cuenta del riesgo de contraparte, el CVA y DVA, son una función de tres parámetros: (1) cambios en los factores de riesgo de crédito

(probabilidad de default (PD) y tasa de recuperación (RR) 2) el signo del valor del contrato swap libre de riesgo (VND) como el elemento más importante de la Exposición Potencial Futura (EPF) y 3) la pendiente de la curva swap.

La implicación de este tercer factor radica en que en un swap donde se tienen las mismas probabilidades de default para ambas partes, las mismas tasas de recuperación y un valor del swap igual a cero, el CVA y el DVA no serán iguales. Cuando la curva tiene una pendiente positiva, la Exposición Potencial Futura (EPF) desde el lado del pagador de la tasa fija se concentra en los plazos largos tal como ocurre en nuestro caso. Lo contrario sucede a quién recibe la tasa fija.

Conclusiones

Este trabajo calculó el CVA y DVA para un swap IBR entre Ecopetrol y un banco local colombiano a través de la implementación del modelo de tasa corta de un factor de Hull-White en su versión discreta (árboles trinomiales), demostrando que es posible simular una trayectoria de tasas forward de la tasa IBR que se ajuste a la valoración de mercado del swap.

Obtuvimos a través de los asset-swap spread de bonos internacionales en dólares para Ecopetrol y los bancos locales colombianos, la probabilidad de default en pesos sin tener un mercado de CDS en dólares o en pesos. En este proceso se utilizó como medio para discriminar el *wrong way risk* de obligaciones en dólares la deuda soberana de la República de Colombia en dólares y en pesos.

La información proporcionada en el cálculo de la probabilidad de default en dólares mostró que Ecopetrol por ser una empresa con una indexación en dólares a sus ingresos tiene una posición crediticia en dólares mejor que los bancos locales, lo cual está incorporado en el asset-swap spread.

El cálculo del CVA y DVA obtenido a través de los insumos utilizados, proporcionó un resultado coherente en términos de puntos básicos pues fueron de un tercio (0.31) y un cuarto de punto básico (0.27) respectivamente.

Bibliografía

Burrus, Jacques (2018) Análisis de los mercados financieros latinoamericanos: Colombia, Chile, Perú, México. Primera Edición. Capítulo 12 pp 234-240

Callahan, Jack. (2019). Investment Managers are Turning to Latin American Swaps.

Open Markets, CMEGroup. Recuperado de: <http://spr.ly/6045EZhS5>

Campolieti, Giuseppe y Makarov, Roman. (2014). Financial Mathematics a Comprehensive Treatment. CRC Press

Choudhry, Moorad. (2006). The Credit Default Swap Basis, New York. United States: Bloomberg Press.

Gregory, Jon (2015). The xVA Challenge, Counterparty Credit Risk, Funding, Collateral and Capital. John Wiley & Sons

Hull, John C, y White, Alan. (1993) One-Factor Interest Rate Models and the Valuation of Interest Rate Derivative Securities. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 28, pp 235-254

Hull, John C, y White, Alan. (1994) Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models I Single-Factor Models. Journal of Derivatives, 2 (1) 7-16

Hull, John C. (2003) Options, Futures & Other Derivatives. Fifth Edition. Prentice Hall. 23 pp 538-558

Khan, Mehreen (2015). The biggest debt write-offs in the history of the world. The Telegraph.

Recuperado en: <https://www.telegraph.co.uk/finance/economics/11383374/The-biggest-debt-write-offs-in-the-history-of-the-world.html>

Gregory, Jon (2016). Murex - Capital and Margin Reforms in Asia – Implementation and Impact. The State of Global xVA Standards and their Adoption in Asia. Recuperado en:

<https://cvacentral.com/wp-content/uploads/2017/01/Murex-Singapore-Nov-16.pdf>

Mosconi, Paola (2016). Introduction to Counterparty Risk. Bocconi University. Recuperado en:

http://didattica.unibocconi.it/mypage/dwload.php?nomefile=Lecture_7_CVA_201820180402201111.pdf

Smith, Donald J (2015)., Understanding CVA, DVA, and FVA: Examples of Interest Rate Swap Valuation. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.25109>

Apéndice

Tabla 1: Curva Par Swap (PAR), Curva cero cupón (ZC), factores de descuento (FD) y tasas forward IBR (α) (FRA's)

Años	PAR	ZC	FD	Fra 's
0,5	4,20%	4,20%	0,9792	2,10%
1,0	4,32%	4,32%	0,9577	2,22%
1,5	4,50%	4,50%	0,9347	2,43%
2,0	4,52%	4,52%	0,9136	2,29%
2,5	4,65%	4,66%	0,8900	2,61%
3,0	4,78%	4,80%	0,8659	2,75%
3,5	4,89%	4,91%	0,8421	2,79%
4,0	4,99%	5,02%	0,8181	2,90%
4,5	5,09%	5,13%	0,7940	2,98%
5,0	5,18%	5,23%	0,7699	3,09%

Tabla 2: Probabilidades del árbol para R* en cada uno de los 10 pasos

	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
PU	49,29%	44,67%	40,29%	36,17%	32,29%	28,67%	25,29%	22,17%	19,29%	16,67%
PM	46,42%	50,67%	54,42%	57,67%	60,42%	62,67%	64,42%	65,67%	66,42%	66,67%
PD	4,29%	4,67%	5,29%	6,17%	7,29%	8,67%	10,29%	12,17%	14,29%	16,67%
	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PU	16,67%	14,29%	12,17%	10,29%	8,67%	7,29%	6,17%	5,29%	4,67%	4,29%
PM	66,67%	66,42%	65,67%	64,42%	62,67%	60,42%	57,67%	54,42%	50,67%	46,42%
PD	16,67%	19,29%	22,17%	25,29%	28,67%	32,29%	36,17%	40,29%	44,67%	49,29%
	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Tabla 3: Estimación de los Q's para cada uno de los 10 pasos

100,0%											0,0%	10
											0,0%	9
											0,0%	8
											0,0%	7
											0,0%	6
											0,1%	5
											0,5%	4
											2,6%	3
											8,3%	2
	16,3%	21,2%	22,2%	21,8%	21,0%	20,0%	19,0%	18,1%	17,3%	16,5%		1
	65,3%	48,7%	39,7%	34,2%	30,4%	27,6%	25,4%	23,6%	22,1%	20,7%		0
	16,3%	21,2%	22,2%	21,8%	21,0%	20,0%	19,1%	18,2%	17,3%	16,5%		-1
		2,3%	4,4%	6,0%	7,1%	7,7%	8,1%	8,3%	8,4%	8,4%		-2
			0,3%	0,7%	1,2%	1,6%	2,0%	2,3%	2,5%	2,7%		-3
				0,0%	0,1%	0,2%	0,3%	0,4%	0,5%	0,5%		-4
					0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	0,1%		-5
						0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%		-6
							0,0%	0,0%	0,0%	0,0%		-7
								0,0%	0,0%	0,0%		-8
									0,0%	0,0%		-9
										0,0%		-10
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		

Tabla 4: Árbol Trinomial de Tasas Forward IBR

											3,529%	9
											3,480%	8
											3,431%	7
											3,382%	6
											3,333%	5
											3,284%	4
											3,235%	3
											3,186%	2
											3,137%	1
	2,100%	2,220%	2,430%	2,290%	2,610%	2,750%	2,785%	2,895%	2,983%	3,088%		0
	2,214%	2,381%	2,241%	2,561%	2,701%	2,736%	2,846%	2,934%	3,039%			-1
		2,332%	2,192%	2,512%	2,652%	2,687%	2,797%	2,885%	2,990%			-2
			2,143%	2,463%	2,603%	2,638%	2,748%	2,836%	2,941%			-3
				2,414%	2,554%	2,589%	2,699%	2,787%	2,892%			-4
					2,505%	2,540%	2,650%	2,738%	2,843%			-5
						2,491%	2,601%	2,689%	2,794%			-6
							2,552%	2,640%	2,745%			-7
								2,591%	2,696%			-8
									2,647%			-9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			

Tabla 5: Diferentes Aproximaciones para medir el Riesgo de Crédito (pbs)

Emisor	Rating	Seniority	Vencimiento	Años	Cupón	Precio	YtM	Curva TSY	Curva swap
Rep Colombia	BBB-	Sr unsecured	26 de febrero de 2024	4,9	4,00%	102,77%	3,32%	2,28%	2,33%
Rep Colombia	BBB-	Sr unsecured	28 de enero de 2026	6,8	4,50%	105,03%	3,61%	2,36%	2,37%
Ecopetrol	BBB-	Sr unsecured	18 de septiembre de 2023	4,5	5,88%	109,49%	3,49%	2,32%	2,33%
Ecopetrol	BBB-	Sr unsecured	16 de enero de 2025	5,8	4,13%	101,48%	3,80%	2,32%	2,35%
Bancolombia	BBB	Sr unsecured	3 de junio de 2021	2,2	5,95%	105,40%	3,28%	2,30%	2,41%
BanBogotá	BBB-	Sr unsecured	3 de agosto de 2027	8,3	4,38%	99,30%	4,45%	2,42%	2,42%

Emisor	Rating	Seniority	Vencimiento	G-spread	I-Spread	Z-spread	CDS	ASW Libor	ASW IBR
Rep Colombia	BBB-	Sr unsecured	26 de febrero de 2024	104	99	99	101	99	139
Rep Colombia	BBB-	Sr unsecured	28 de enero de 2026	126	124	124	138	125	169
Ecopetrol	BBB-	Sr unsecured	18 de septiembre de 2023	118	116	119	ND	124	166
Ecopetrol	BBB-	Sr unsecured	16 de enero de 2025	147	144	148	ND	144	186
Bancolombia	BBB	Sr unsecured	3 de junio de 2021	98	87	86	ND	88	128
BanBogotá	BBB-	Sr unsecured	3 de agosto de 2027	203	203	203	ND	199	250

Tabla 6: Asset-Swap Spread en pesos - Títulos TES (pbs)

Vencimiento	Años	ASW IBR +
24 de julio de 2020	1,3	16
4 de mayo de 2022	3,1	37
24 de julio de 2024	5,3	46
26 de noviembre de 2025	6,7	49
26 de agosto de 2026	7,4	50
28 de abril de 2028	9,1	48
18 de septiembre de 2030	11,5	55

Tabla 7: Asset Swap Spread y Probabilidades de Default a 5 años (pbs)

	ASW IBR USD	ASW IBR COP	Recovery Rate	Pd USD	Pd COP
República de Colombia	141	49	25%	9,1%	3,2%
Ecopetrol	174	82	25%	11,1%	5,3%
Banco Local	183	91	25%	11,7%	5,9%

Tabla 8: Probabilidades de Default en Pesos

	PD en Pesos (acumulada)		PD en Pesos (Intersemestral)	
Años	Banco	Ecopetrol	Banco	Ecopetrol
0.5	0,61%	0,54%	0,61%	0,54%
1	1,21%	1,09%	0,60%	0,54%
1.5	1,81%	1,63%	0,60%	0,54%
2	2,41%	2,16%	0,60%	0,54%
2.5	3,01%	2,70%	0,60%	0,54%
3	3,60%	3,23%	0,59%	0,53%
3.5	4,19%	3,77%	0,59%	0,53%
4	4,78%	4,29%	0,59%	0,53%
4.5	5,36%	4,82%	0,59%	0,53%
5	5,95%	5,35%	0,58%	0,52%

Tabla 9: Prueba de Valoración de Swap igual a PAR

									(93.293.332)	9
								(161.648.369)	(88.438.868)	8
						(208.826.545)	(152.363.499)	(83.582.025)		7
					(234.311.322)	(195.474.175)	(143.069.813)	(78.722.802)		6
				(246.917.991)	(217.198.104)	(182.103.350)	(133.767.303)	(73.861.197)		5
			(237.484.927)	(226.318.601)	(200.054.265)	(168.714.044)	(124.455.959)	(68.997.211)		4
		(189.520.013)	(213.615.243)	(205.674.459)	(182.879.749)	(155.306.232)	(115.135.774)	(64.130.841)		3
	(149.467.298)	(162.508.476)	(189.685.102)	(184.985.469)	(165.674.502)	(141.879.888)	(105.806.740)	(59.262.087)		2
	(87.337.176)	(119.530.397)	(135.419.371)	(165.694.350)	(164.251.530)	(148.438.468)	(128.434.987)	(96.468.847)	(54.390.947)	1
109.631	(54.585.111)	(89.497.988)	(108.252.472)	(141.642.830)	(143.472.546)	(131.171.591)	(114.971.501)	(87.122.087)	(49.517.420)	0
0,00%	(21.718.748)	(59.369.762)	(81.007.552)	(117.530.387)	(122.648.417)	(113.873.815)	(101.489.407)	(77.766.452)	(44.641.504)	-1
		(29.145.408)	(53.684.385)	(93.356.865)	(101.779.044)	(96.545.086)	(87.988.677)	(68.401.934)	(39.763.200)	-2
			(26.282.741)	(69.122.107)	(80.864.327)	(79.185.347)	(74.469.285)	(59.028.523)	(34.882.505)	-3
				(44.825.955)	(59.904.167)	(61.794.542)	(60.931.207)	(49.646.213)	(29.999.418)	-4
					(38.898.465)	(44.372.615)	(47.374.416)	(40.254.993)	(25.113.939)	-5
						(26.919.510)	(33.798.885)	(30.854.856)	(20.226.065)	-6
							(20.204.590)	(21.445.792)	(15.335.797)	-7
								(12.027.795)	(10.443.132)	-8
									(5.548.069)	-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Tabla 10: Valoración (VND) de swap al 5,50% para quién recibe tasa fija (Ecopetrol)

									(77.560.345)	9
								(130.669.774)	(72.698.171)	8
						(163.027.115)	(121.362.635)	(67.833.615)		7
					(174.042.547)	(149.631.789)	(112.046.662)	(62.966.675)		6
				(172.526.410)	(156.860.151)	(136.217.961)	(102.721.847)	(58.097.350)		5
			(149.187.524)	(151.826.648)	(139.647.040)	(122.785.607)	(93.388.181)	(53.225.639)		4
		(87.289.813)	(125.181.637)	(131.081.973)	(122.403.159)	(109.334.699)	(84.045.656)	(48.351.541)		3
	(33.708.271)	(60.101.573)	(101.115.036)	(110.292.285)	(105.128.451)	(95.865.212)	(74.694.263)	(43.475.055)		2
	41.928.600	(3.550.516)	(32.835.391)	(76.987.568)	(89.457.486)	(87.822.861)	(82.377.121)	(65.333.995)	(38.596.179)	1
142.973.253	74.949.619	26.703.267	(5.491.040)	(52.799.075)	(68.577.476)	(70.486.334)	(68.870.400)	(55.964.842)	(33.714.912)	0
	108.085.630	57.053.387	21.931.709	(28.549.401)	(47.652.157)	(53.118.814)	(55.345.022)	(46.586.796)	(28.831.253)	-1
		87.500.159	49.433.083	(4.238.390)	(26.681.430)	(35.720.244)	(41.800.962)	(37.199.849)	(23.945.201)	-2
			77.013.312	20.134.116	(5.665.193)	(18.290.570)	(28.238.193)	(27.803.991)	(19.056.755)	-3
				44.568.274	15.396.651	(829.734)	(14.656.691)	(18.399.216)	(14.165.913)	-4
					36.504.204	16.662.319	(1.056.428)	(8.985.514)	(9.272.675)	-5
						34.185.645	12.562.621	437.124	(4.377.039)	-6
							26.200.482	9.868.706	520.995	-7
								19.309.239	5.421.430	-8
									10.324.267	-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Tabla 11: Valoración (VND) de swap al 5,50% para quién paga tasa fija: Banco Local

77.560.345											9
72.698.171	130.669.774										8
67.833.615	121.362.635	163.027.115									7
62.966.675	112.046.662	149.631.789	174.042.547								6
58.097.350	102.721.847	136.217.961	156.860.151	172.526.410							5
53.225.639	93.388.181	122.785.607	139.647.040	151.826.648	149.187.524						4
48.351.541	84.045.656	109.334.699	122.403.159	131.081.973	125.181.637	87.289.813					3
43.475.055	74.694.263	95.865.212	105.128.451	110.292.285	101.115.036	60.101.573	33.708.271				2
38.596.179	65.333.995	82.377.121	87.822.861	89.457.486	76.987.568	32.835.391	3.550.516	(41.928.600)			1
33.714.912	55.964.842	68.870.400	70.486.334	68.577.476	52.799.075	5.491.040	(26.703.267)	(74.949.619)	(142.973.253)		0
28.831.253	46.586.796	55.345.022	53.118.814	47.652.157	28.549.401	(21.931.709)	(57.053.387)	(108.085.630)			-1
23.945.201	37.199.849	41.800.962	35.720.244	26.681.430	4.238.390	(49.433.083)	(87.500.159)				-2
19.056.755	27.803.991	28.238.193	18.290.570	5.665.193	(20.134.116)	(77.013.312)					-3
14.165.913	18.399.216	14.656.691	829.734	(15.396.651)	(44.568.274)						-4
9.272.675	8.985.514	1.056.428	(16.662.319)	(36.504.204)							-5
4.377.039	(437.124)	(12.562.621)	(34.185.645)								-6
(520.995)	(9.868.706)	(26.200.482)									-7
(5.421.430)	(19.309.239)										-8
(10.324.267)											-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

Tabla 12: Cálculo del CVA: Exposición Potencial Futura. $(V(t))_+$

										-	9
										-	8
								-		-	7
						-		-		-	6
					-	-		-		-	5
				-	-	-		-		-	4
		32.384.880		-	-	-		-		-	3
	63.205.469	40.933.954	4.197.416	-	-	-		-		-	2
	120.319.240	77.209.966	50.568.494	9.140.388	-	-		-		-	1
206.859.336	139.856.511	92.716.502	61.656.184	15.227.671	216.845	-		-		-	0
	161.350.774	110.594.482	75.761.028	25.431.612	6.667.000	1.387.848	-		-	-	-1
		130.618.139	92.295.556	38.257.655	15.530.670	6.310.309	-		-	-	-2
			110.356.878	52.524.970	25.708.017	11.826.237	182.380		-	-	-3
				68.401.009	37.869.735	20.256.665	5.186.144		-	-	-4
					51.946.062	30.587.382	11.144.495	1.226.847		-	-5
						42.570.200	19.479.294	6.158.904		-	-6
							29.358.916	11.586.343	520.995		-7
								19.309.239	5.421.430		-8
									10.324.267		-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

Tabla 13: Probabilidades de llegar a cada nodo del árbol

									0,00%	9
									0,00%	8
								0,00%	0,00%	7
						0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	6
				0,03%	0,10%	0,20%	0,31%	0,44%	0,57%	5
			0,29%	0,76%	1,30%	1,83%	2,32%	2,75%	3,13%	4
		2,38%	4,73%	6,57%	7,93%	8,90%	9,61%	10,13%	10,52%	3
	16,67%	22,18%	23,74%	23,90%	23,57%	23,11%	22,64%	22,20%	21,80%	2
100,00%	66,67%	50,88%	42,47%	37,48%	34,20%	31,90%	30,18%	28,86%	27,80%	1
	16,67%	22,18%	23,74%	23,90%	23,57%	23,11%	22,64%	22,20%	21,80%	0
		2,38%	4,73%	6,57%	7,93%	8,90%	9,61%	10,13%	10,52%	-1
			0,29%	0,76%	1,30%	1,83%	2,32%	2,75%	3,13%	-2
				0,03%	0,10%	0,20%	0,31%	0,44%	0,57%	-3
					0,00%	0,01%	0,02%	0,04%	0,06%	-4
						0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-5
							0,00%	0,00%	0,00%	-6
								0,00%	0,00%	-7
									0,00%	-8
									0,00%	-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

Tabla 14: Cálculo de la Exposición Potencial Futura para el CVA

									-	-	9
									-	-	8
								-	-	-	7
						-		-	-	-	6
				-		-		-	-	-	5
			-	-		-		-	-	-	4
		93.852	-	-		-		-	-	-	3
	1.505.520	1.937.861	275.967	-		-		-	-	-	2
20.053.214	17.125.606	12.004.333	2.184.096	-		-		-	-	-	1
93.237.712	47.169.540	26.188.268	5.706.670	74.168		-		-	-	-	0
26.891.806	24.530.480	17.984.728	6.076.884	1.571.652	320.789		-	-	-	-	-1
	3.111.253	4.369.379	2.515.325	1.230.847	561.747		-	-	-	-	-2
		319.818	400.590	334.141	216.344	4.227		-	-	-	-3
			20.401	36.802	39.602	16.285		-	-	-	-4
				1.343	3.054	2.568	508		-	-	-5
					80	163	133		-	-	-6
							3	7	1	-	-7
								0	0	-	-8
									0	-	-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

140.182.733	93.442.398	62.898.239	17.179.933	3.248.954	1.141.616	23.246	649	1	0	EPF total
-------------	------------	------------	------------	-----------	-----------	--------	-----	---	---	-----------

Tabla 15: Cálculo de CVA / DVA: Riesgo de crédito que asume el que recibe la tasa fija (Ecopetrol)

Semestre	Exp Potencial Futura	Loss Severity	Prob. de default	Factor de descuento	CVA/DVA
1	140.182.733	75%	0,61%	0,9792	624.796
2	93.442.398	75%	0,60%	0,9577	405.476
3	62.898.239	75%	0,60%	0,9347	265.168
4	17.179.933	75%	0,60%	0,9136	70.470
5	3.248.954	75%	0,60%	0,8900	12.924
6	1.141.616	75%	0,59%	0,8659	4.398
7	23.246	75%	0,59%	0,8421	87
8	649	75%	0,59%	0,8181	2
9	1	75%	0,59%	0,7940	0
10	-	75%	0,58%	0,7699	-
					1.383.321

Tabla 16: Cálculo del DVA: Exposición Potencial Futura. (V(t))-

										77.560.345	9
										130.669.774	8
									163.027.115	121.362.635	7
								174.042.547	149.631.789	112.046.662	6
					172.526.410	156.860.151	136.217.961	102.721.847	93.388.181	58.097.350	5
				149.187.524	151.826.648	139.647.040	122.785.607	109.334.699	84.045.656	48.351.541	4
			87.289.813	125.181.637	131.081.973	122.403.159	109.334.699	84.045.656	74.694.263	43.475.055	3
		33.708.271	60.101.573	101.115.036	110.292.285	105.128.451	95.865.212	74.694.263	65.333.995	38.596.179	2
-	-	3.550.516	32.835.391	76.987.568	89.457.486	87.822.861	82.377.121	65.333.995	55.964.842	33.714.912	1
-	-	-	5.491.040	52.799.075	68.577.476	70.486.334	68.870.400	55.964.842	46.586.796	28.831.253	0
-	-	-	-	28.549.401	47.652.157	53.118.814	55.345.022	46.586.796	37.199.849	23.945.201	-1
		-	-	4.238.421	26.681.430	35.720.244	41.800.962	37.199.849	27.803.991	19.056.755	-2
			-	-	5.665.456	18.290.570	28.238.193	27.803.991	18.399.216	14.165.913	-3
				-	-	832.356	14.656.691	18.399.216	8.985.514	9.272.675	-4
					-	-	1.087.468	8.985.514	-	4.377.039	-5
						-	-	-	-	-	-6
							-	-	-	-	-7
								-	-	-	-8
									-	-	-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		

Tabla 17: Cálculo de la Exposición Potencial Futura para el DVA

									0	9
								1	2	8
							19	70	112	7
					328	1.252	2.429	2.704		6
			4.460	15.661	31.390	42.567	37.293			5
		44.496	147.548	273.012	385.559	413.461	305.562			4
	252.969	954.718	1.703.745	2.239.193	2.533.874	2.313.211	1.514.758			3
802.913	2.845.278	6.648.007	8.740.960	9.358.587	9.214.321	7.569.263	4.574.926			2
- 787.524	7.794.715	18.396.181	21.088.348	20.299.472	18.651.156	14.503.280	8.413.800			1
- -	2.332.302	19.786.801	23.455.733	22.483.487	20.787.357	16.150.290	9.373.960			0
- -	-	6.821.880	11.233.328	12.277.941	12.530.769	10.341.651	6.285.088			-1
- -	-	278.663	2.114.575	3.179.834	4.017.802	3.769.706	2.519.779			-2
	-	-	73.637	334.600	654.431	765.257	597.011			-3
		-	-	1.627	46.023	81.460	81.325			-4
			-	-	251	3.724	5.952			-5
				-	-	-	188			-6
					-	-	-			-7
						-	-			-8
							-			-9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
-	-	1.590.437	13.225.263	52.930.746	68.562.335	70.463.744	68.854.204	55.956.369	33.712.462	EPF total:

Tabla 18: Cálculo de CVA/DVA: Riesgo de crédito que asume el que paga la tasa fija (Banco Local)

Semestre	Exp Potencial Futura	Loss Severity	Prob. de default	Factor de descuento	CVA/DVA
1	-	75%	0,54%	0,9792	-
2	-	75%	0,54%	0,9577	-
3	1.590.437	75%	0,54%	0,9347	6.022
4	13.225.263	75%	0,54%	0,9136	48.743
5	52.930.746	75%	0,54%	0,8900	189.265
6	68.562.335	75%	0,53%	0,8659	237.546
7	70.463.744	75%	0,53%	0,8421	236.454
8	68.854.204	75%	0,53%	0,8181	223.551
9	55.956.369	75%	0,53%	0,7940	175.604
10	33.712.462	75%	0,52%	0,7699	102.167
					1.219.352