

**EL MODELO DE MERTON PARA LA ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE
INCUMPLIMIENTO EN COLOMBIA**

NILIA YIZEL SUÁREZ TORRES

UNIVERSIDAD COLEGIO MAYOR DE NUESTRA SEÑORA DEL ROSARIO

FACULTAD DE ECONOMÍA

BOGOTÁ D.C, 2012

**“EL MODELO DE MERTON PARA LA ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE
INCUMPLIMIENTO EN COLOMBIA”**

Proyecto de tesis de Grado

Presentado como requisito para optar al título de Economista

En la Facultad de Economía

Universidad Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario

Presentado por:

Nilia Yizel Suárez Torres

Dirigido por:

Carlos León

Semestre I, 2012

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
1. RIESGO CREDITICIO.....	3
1.1 Modelo de Riesgo Crediticio.....	5
1.2 Fórmula de Black y Scholes.....	8
CAPÍTULO II	
2. MODELO DE MERTON	9
2.1 Acciones y Deuda Corporativa Tratadas como Opciones Financieras.....	11
2.1.1 Valoración de la Acción.....	13
2.1.2 Ejemplo 1. Modelo de Merton.....	13
CAPÍTULO III	
3. PROCEDIMIENTO EMPÍRICO	16
3.1 Estimación del Valor de Mercado de los Activos.....	16
3.1.1 Resultados.....	19
3.2 Estimación de la Probabilidad de <i>Default</i>	21
3.2.1 Resultados.....	22
3.3 Simulación de Monte Carlo.....	22
3.3.1 Resultados.....	23
3.4 Cholesky: Simulación Multivariada de las Fuentes de Riesgo.....	26
3.4.1 Resultados.....	28
3.5 Análisis de los Resultados.....	29
3.5.1 Éxito.....	29
3.5.2 Cementos Argos.....	31
3.5.3 Bancolombia.....	33
CONCLUSIONES	35
BIBLIOGRAFÍA	38

EL MODELO DE MERTON PARA LA ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE INCUMPLIMIENTO EN COLOMBIA

Nilia Yizel Suárez Torres

Resumen

En este documento se aplica el modelo de Merton para estimar la probabilidad de default de tres empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia: Cementos Argos, Bancolombia y Éxito. El modelo de Merton relaciona el riesgo de default con la teoría de valuación de opciones financieras y la estructura de capital de las empresas; analiza las acciones como una opción call sobre el valor de los activos de la empresa y establece que el default tendrá lugar cuando los activos de la empresa sean inferiores a los pasivos. Esta relación permite hacer una aproximación al valor histórico de los activos a partir del precio de cotización de las acciones y permite estimar el punto en el que la empresa entrará en default. A partir de esta base teórica se generará un pronóstico a un año del valor de los activos a través del método de Simulación de Monte Carlo, con el que se podrá estimar la probabilidad de default. Como complemento al análisis se utilizará la descomposición de Cholesky para estimar la probabilidad condicionada de default.

Palabras clave: Simulación de Monte Carlo, Movimiento Browniano Geométrico, descomposición de Cholesky, modelo de Merton, teoría de valuación de opciones financieras, riesgo crediticio, probabilidad de *default*.

Clasificación JEL: C15, C53, C63, G13, G17, G32, G33.

INTRODUCCIÓN

El riesgo crediticio, según la Circular Externa 011 de 2002 de la Superintendencia Financiera de Colombia, se define como “la posibilidad de que una entidad incurra en pérdidas y se disminuya el valor de sus activos, como consecuencia de que sus deudores fallen en el cumplimiento oportuno o cumplan imperfectamente los términos acordados en los contratos de crédito”¹.

El riesgo crediticio, generalmente asociado con el riesgo que enfrentan los bancos cuando adjudican créditos a particulares, se puede asociar entonces a la probabilidad de no retorno, o de retorno parcial de dichos recursos. Sin embargo, a este mismo riesgo se enfrentan otros agentes en el momento de tomar decisiones tales como: depositar dinero en un banco, invertir en bonos o acciones, vender mercancía a plazo; todas ellas contienen acuerdos

¹ Ver Superintendencia Financiera de Colombia, Circular Externa 011 de 2002, Gestión del Riesgo de Crédito, Capítulo II, p.2.

contractuales que involucran un compromiso de pago y, por tanto, la probabilidad de incumplimiento de la contraparte.

El Acuerdo de Basilea sobre Supervisión Financiera determina que el riesgo crediticio se debe calcular a través de tres componentes fundamentales: la probabilidad de incumplimiento, la pérdida en el momento de incumplimiento y la exposición en el momento de incumplimiento². Es así como el riesgo crediticio es la combinación de la probabilidad de incumplimiento de la contraparte y las pérdidas ocasionadas por el mismo.

Los sistemas de medición de riesgo buscan cuantificar el impacto económico de estos eventos. Sin embargo, para determinar el impacto económico del riesgo de un crédito o de una inversión se necesita medir la probabilidad de que la contraparte incumpla.

Bajo la premisa de que existe riesgo de incumplimiento en todo contrato entre personas o entidades, la teoría de riesgo crediticio es aplicable en muchos campos. Uno de ellos es la evaluación del riesgo de incumplimiento de las empresas.

El modelo de Merton³ es una alternativa para determinar esta probabilidad de incumplimiento de las empresas. El modelo supone que las empresas tienen dos formas de financiación: a través de la emisión de acciones y de deuda, por tanto las empresas tienen obligaciones con los accionistas y con los acreedores. En el momento que la empresa no sea capaz de cumplir con sus obligaciones, es decir, cuando sus pasivos sean superiores al valor de sus activos, se dirá que la empresa entra en *default*⁴. A partir de la estimación de la distancia o la diferencia entre el valor estimado de los activos en el futuro y el valor de la deuda, el modelo de Merton permite estimar la probabilidad de incumplimiento.

Por tanto, el objetivo de este trabajo es aplicar este modelo para determinar la probabilidad de incumplimiento de tres empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia: Cementos Argos, Bancolombia y Éxito.

Es necesario precisar que este modelo ya es una herramienta financiera para la evaluación del riesgo de *default* de empresas con responsabilidad limitada, como las que se estudian en el presente trabajo. Bajo el marco teórico propuesto por Merton, el *default* tendrá lugar si los activos no son suficientes para cubrir los pasivos. En este escenario se espera que los directivos de la empresa ejerzan la opción de declararse en bancarrota, dado que el valor patrimonial de la empresa es negativo, y dado que la empresa tiene responsabilidad limitada sobre las obligaciones con los accionistas y acreedores⁵.

² Ver BIS (2004).

³ Ver Merton (1974).

⁴ Ver Löffler et al. (2007).

⁵ Ver Löffler et al. (2007).

La aplicación más conocida de Merton, en el cual se basa el presente trabajo, es el método utilizado por *Moody's KMV Corporation* y por autores como Löffler⁶. Este método estima el valor de los activos a partir del valor de mercado de sus acciones, y el valor de los pasivos a partir del valor registrado en libros. Utilizando estos dos valores se construye una medida que representa el número de desviaciones estándar que existe entre el valor del activo y el valor del pasivo al plazo analizado. Dicho de otro modo, es una medida estandarizada de la caída del valor del activo necesaria para que los pasivos excedan el valor de los activos en el plazo analizado, también conocida como “la distancia al *default*”⁷.

Este método, derivado de Merton, toma como variables explicativas el valor de los pasivos y de los activos de las empresas. Con el fin de obtener estas variables se utilizarán dos fuentes de información: los estados financieros de las empresas para determinar el valor nominal de los pasivos, y el precio de cotización de las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia para establecer una aproximación al valor histórico de los activos y su volatilidad. Es importante destacar que, acorde con la Hipótesis de Mercados Eficientes, se asume que el precio de mercado de la acción incorpora toda la información que tiene el mercado sobre el desempeño de la empresa. Por tanto, con datos de los estados financieros y del mercado público de valores, se espera obtener un panorama consistente y actualizado del riesgo de *default* inherente a las empresas.

Este trabajo está dividido en tres capítulos. En el primer capítulo se aborda brevemente la problemática del riesgo crediticio y se hace una explicación de los modelos que hoy se conocen como los Modelos Estructurales de Riesgo, cuyo máximo exponente es Robert Merton. En el segundo capítulo se realiza la aplicación empírica del modelo a partir de datos reales de las tres empresas a evaluar; esta aplicación utiliza dos configuraciones del método de simulación de Monte Carlo para estimar la probabilidad incondicionada y condicionada de *default*. El tercer y último capítulo es un análisis de los resultados obtenidos empíricamente.

CAPÍTULO I

1. Riesgo Crediticio

El riesgo de crédito es una rama de la Economía Financiera que ha despertado gran interés en la academia. Según Lando, las razones principales de este incremento en popularidad se pueden encontrar en la industria financiera. Con la formulación de la segunda versión del Acuerdo de Basilea en 2004⁸ los bancos que cumplan condiciones mínimas requeridas

⁶ Ver Löffler et al. (2007).

⁷ Ver Crosbie et al. (2003).

⁸ El Acuerdo de Basilea funciona como marco regulatorio para las instituciones financieras de países del G-10. El Acuerdo establece principalmente buenas prácticas para el manejo adecuado del riesgo crediticio y

pueden implementar “modelos internos de riesgo”⁹. La esperanza de que estos modelos ofrezcan una mejor alternativa de cubrimiento de riesgo y, por tanto, permitan reducir el capital mínimo requerido, ha conducido a los bancos a destinar parte de sus recursos a la investigación y desarrollo de estos modelos¹⁰.

Sin embargo la teoría de riesgo crediticio no solamente es aplicable para los bancos. A este mismo riesgo se enfrentan todos los agentes participantes en acuerdos contractuales que involucran compromiso de pago, ya que siempre existe la probabilidad de incumplimiento de la contraparte. Las empresas, por ejemplo, enfrentan riesgo de *default* en el evento que los recursos generados en su actividad no alcancen para hacer frente a sus compromisos de deuda con los acreedores, o de inversión con los accionistas. Al accionista y al acreedor les interesa conocer la probabilidad de que este evento ocurra. Sin embargo, la información contable y financiera de las empresas está basada en estados financieros tradicionales que cuentan solamente con datos pasados, por lo que la información disponible para los inversionistas es limitada e incapaz de ofrecer un panorama del futuro de la empresa.

Esta restricción de información, que existe en todo contrato, es analizada por Stiglitz¹¹ para el caso de las entidades bancarias. Las entidades bancarias enfrentan dos problemas en el momento de otorgar una línea de crédito: la selección adversa y el riesgo moral¹². Estos problemas surgen por la ausencia de información completa que el banco tiene de sus clientes y hace referencia a la relación entre la tasa de interés y el crédito.

El banco debería fijar una tasa de interés más alta a deudores más riesgosos y una menor a deudores menos riesgosos. La selección adversa surge porque el banco no puede observar con certeza el riesgo que representa cada deudor, por tanto, no puede fijar una tasa de interés adecuada para cada uno. Una tasa de interés muy alta puede excluir indeseablemente deudores menos riesgosos, y una tasa muy baja puede generar costos de oportunidad y un aumento en los créditos concedidos a deudores de baja calidad crediticia. Así mismo, el costo de crédito debería ser más alto para proyectos de inversión más riesgosos y, menor para proyectos menos riesgosos. El riesgo moral se experimenta por la incapacidad que tiene el banco de verificar el destino final del crédito y de inducir al deudor a tomar medidas que prevengan el *default*¹³.

establece un nivel de capital mínimo requerido que deben mantener las instituciones bancarias para poder operar dentro del mercado.

⁹ Ver BIS (2004).

¹⁰ Ver Lando (2004).

¹¹ Ver Stiglitz et al. (1981).

¹² La selección y adversa y riesgo moral son dos conceptos fundamentales en los modelos de riesgo; son dos problemas que se generan por la presencia de información asimétrica. La selección adversa consiste en la dificultad que tiene un individuo de conocer el nivel exacto de riesgo que representa su contraparte al celebrar un contrato determinado, y el riesgo moral consiste en la dificultad que enfrenta dicho individuo para inducir a la contraparte a prevenir el incumplimiento una vez celebrado el contrato.

¹³ Ver Cabrera et al. (2010).

De la misma manera, el inversionista interesado en adquirir acciones de empresas, como las estudiadas en el presente trabajo, enfrenta problemas de riesgo moral y selección adversa. El inversionista desea conocer el nivel de riesgo inherente a cada opción de inversión. Con este propósito se basa en la información que tenga de su contraparte; información que, en la mayoría de casos, se obtiene de fuentes públicas, o que en su defecto, debe comprar¹⁴.

Basilea II tiene en cuenta la existencia de diferentes niveles de riesgo crediticio, dadas las diferentes características de los deudores, y propone la utilización de tres parámetros para el cálculo del mismo: probabilidad de *default*, la gravedad de la pérdida dado situaciones de *default* y la exposición de la entidad en el momento de *default*¹⁵.

Ya que el interés de este trabajo es evaluar el riesgo de *default* a nivel corporativo, se profundiza en el primer parámetro establecido por Basilea II: la probabilidad de *default*. Para este fin se propone la implementación de un modelo económico que muestre cuál es el riesgo de *default* de estas empresas dada la dinámica histórica del valor de mercado de sus activos y del valor nominal de sus pasivos. Es importante recordar que el valor de mercado de los activos se estimará a partir del valor de mercado de las acciones en la Bolsa de Valores de Colombia.

1.1 Modelo de Riesgo Crediticio

Una de las metodologías para modelar el riesgo crediticio de las entidades financieras está generalmente relacionada con los modelos de “precio de mercado”. A través de estos modelos se intenta conocer la percepción que tiene el mercado de la probabilidad de *default* que enfrenta una entidad dado el precio de mercado de sus pasivos (bonos corporativos, acciones o derivados de crédito)¹⁶. En principio, estos modelos deben proveer una medida acertada del riesgo de *default* si se parte de la premisa que el mercado descuenta toda la información existente (Hipótesis de Mercados Eficientes).

Estos modelos de riesgo crediticio están asociados generalmente al modelo propuesto por Merton¹⁷. Aunque el modelo original de Merton no tenía como propósito estimar probabilidades de *default*, esta probabilidad se deriva implícitamente de un modelo cuyo objetivo era evaluar deuda corporativa y la estructura de riesgo de la tasa de interés. Hoy en día existen diferentes métodos derivados del modelo de Merton para estimar el riesgo de *default* que enfrenta una entidad a un plazo determinado.

¹⁴ En la medida que se quiera tener más certeza de la calidad crediticia de la contraparte, se deben asumir mayores costos en la búsqueda de dicha información.

¹⁵ Ver BIS (2004).

¹⁶ Ver Lando (2004).

¹⁷ Ver Merton (1974).

El modelo de Merton tiene su origen en el modelo de Black y Scholes, que se planteó inicialmente para evaluar opciones financieras, y en conceptos como el Movimiento Browniano¹⁸, que sirve para describir el movimiento aleatorio que presenta una variable a través del tiempo. A su vez, la base teórica de Black-Scholes y Merton se sustenta en trabajos preliminares como el de Bachelier¹⁹ y Samuelson²⁰.

El punto de partida lo planteó Bachelier en 1900 con el Movimiento Browniano Aritmético sin tendencia²¹. Según este proceso el precio de la acción es una variable aleatoria, cuyos cambios son independientes e idénticamente distribuidos²².

El modelo que desarrolló Bachelier para la valoración de opciones financieras tiene un activo sin riesgo $B = B_t \quad t \leq T$, que cumple $B_t \equiv 1$ y un activo riesgoso (una acción de precio S_t) que cumple $S_t = S_0 + \mu t + \sigma W_t, t \leq T$, donde $W_t \quad t \geq 0$ es un Movimiento Browniano Aritmético sin tendencia; T es la fecha de maduración de la opción y μ y σ son constantes que representan la media y la volatilidad. Bachelier realizó un importante estudio matemático para estimar el precio de las opciones sobre acciones, sin embargo, como se observa en la formulación anterior, se asumen dos supuestos poco realistas: la inexistencia de tasas de interés y la posibilidad que S_t tome valores negativos²³.

Posteriormente, Samuelson²⁴ publicó un trabajo en el que reconoce la importancia de los aportes de Bachelier, pero afirma que Bachelier olvidó que las acciones poseen responsabilidad limitada y por lo tanto este valor no puede ser negativo (el comprador de la acción no perderá más de lo que invirtió), lo cual se implica al usar un proceso Browniano Aritmético. Para corregir esto, Samuelson²⁵ modela la dinámica de la rentabilidad del activo financiero como un proceso Browniano Geométrico con tendencia positiva²⁶, proceso estocástico que se define como: $\frac{dS}{S} = \alpha dt + \sigma_1 dZ_1$ para la acción²⁷. La clave de

¹⁸ El concepto de Movimiento Browniano se remonta al año 1827, cuando el biólogo escocés, Robert Brown, observó que pequeñas partículas de polen se desplazan aleatoriamente. Las partículas más pequeñas se mueven rápidamente, y naturalmente chocan ocasional y aleatoriamente con partículas de mayor peso. La magnitud y desplazamiento de las partículas es independiente.

¹⁹ Ver Bachelier (1900).

²⁰ Ver Samuelson (1965).

²¹ Sin tendencia significa que la probabilidad de que el precio del activo financiero baje o suba es igual, independientemente del nivel del precio del activo.

²² Ver Bachelier (1900).

²³ Ver Malevergne et al. (2006).

²⁴ Ver Samuelson (1965).

²⁵ Samuelson (Premio Nobel de economía en 1970) desarrolló desde 1965 el estudio del Movimiento Browniano Geométrico en conexión con la economía para modelar los precios de los activos que están sujetos a incertidumbre.

²⁶ La tendencia positiva para la acción α , implica primas de riesgo (siempre que $\alpha \neq r$, donde r es la tasa de interés sin riesgo). Este es el primer modelo que introduce la posibilidad de que haya agentes con diferentes preferencias frente al riesgo, es decir, aversión, preferencia, o neutralidad al riesgo (cuando $\alpha = r$).

²⁷ Donde dZ_1 es un proceso Wiener, α es la tasa de rentabilidad media esperada del subyacente y σ_1 es su desviación típica.

esta distribución es que la volatilidad es proporcional a S (precio de la acción). Esto asegura que el precio de la acción se mantenga positivo.

La fórmula propuesta por Samuelson es consistente previniendo precios negativos, pero según Black y Scholes es incompleta ya que involucra un parámetro arbitrario no observable α ²⁸, que habría que estimar y que por tanto, le resta capacidad de predicción; Samuelson asume que la distribución de posibles valores de la acción es log-normal cuando la opción expira y toma el valor esperado de esta distribución hasta el plazo de ejercicio. Luego descuenta este valor al presente a una tasa r , que se supone constante²⁹. Desafortunadamente, según Black y Scholes, no existe un modelo de fijación de precios bajo condiciones de equilibrio de capital de mercado que hagan este procedimiento apropiado para evaluar el valor de una opción³⁰.

En un trabajo posterior, Samuelson y Merton presentan conclusiones importantes para trabajos futuros. Primero, admiten que descontar el valor esperado de posibles valores de la opción cuando es ejercida no es un procedimiento adecuado. Además, tratan el precio de la opción como función del precio de la acción. También reconocen que la tasa de descuento está determinada, en parte, por la disposición de los inversionistas de mantener todas las acciones y opciones disponibles³¹. Sin embargo, según Black y Scholes, los autores no toman en cuenta que los inversionistas también tienen otros activos, entonces el riesgo de la acción u opción que afecta esta tasa de descuento es sólo la parte del riesgo que no puede ser diversificada³².

Finalmente, se llega al proceso planteado por Black y Scholes, que constituye el trabajo pionero en la evaluación de opciones financieras. El proceso que sigue el precio de los activos es denominado paseo aleatorio continuo. Este proceso utiliza el denominado Movimiento Browniano Geométrico y se especifica de la siguiente manera³³:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (1)$$

Al igual que Samuelson, supone que los precios de los activos se generan en un proceso de difusión log-normal. Sin embargo, no utiliza diferentes tasas de descuento para la acción y la opción, sino que la tasa de descuento para obtener el valor de la opción es igual a la tasa de interés libre de riesgo. Igualando esta tasa de descuento a la tasa libre de riesgo elimina

²⁸ Ver Black et al. (1973).

²⁹ Ver Samuelson (1965).

³⁰ Ver Black et al. (1973).

³¹ Ver Samuelson et al. (1969).

³² Ver Black et al. (1973).

³³ La aplicación del Movimiento Browniano Geométrico para describir la distribución futura del precio de una acción en el modelo de Black y Scholes es fundamental. Los retornos futuros en el precio de la acción deben estar distribuidos normalmente, con media y desviación estándar dependientes sólo de la cantidad de tiempo que ha pasado. De esta manera, la media de la distribución es μ veces la cantidad del tiempo (μdt) y la desviación estándar es σ veces la raíz cuadrada del tiempo ($\sigma \sqrt{dt}$).

la posibilidad de arbitraje entre esta cartera y el activo libre de riesgo; adicionalmente, de este modo se consigue asumir que el agente es neutral al riesgo.

Introduciendo esta nueva idea y basándose en trabajos anteriores como el de Samuelson y el concepto del Movimiento Browniano Geométrico, el modelo de Black y Scholes logra establecer un modelo para evaluar el valor de una opción *call* europea sobre el precio de una acción.

1.2 Fórmula de Black y Scholes:

$$C = call = S\Phi d_1 - Ye^{-rt}\Phi d_2 \quad (2)$$

Donde C es el precio de la opción *call*, S es el precio *spot* de la acción, Y es el precio de ejercicio, r es la tasa libre de riesgo y los $\Phi(d)$ son funciones de probabilidad acumulada para una distribución normal estándar. Esta formulación corrige efectivamente las falencias del trabajo de Samuelson ya que no relaciona parámetros arbitrarios y utiliza la tasa libre de riesgo para descontar el precio de la opción.

Para obtener dicho resultado hace los siguientes supuestos (los cuatro primeros describen el supuesto de Movimiento Browniano Geométrico)³⁴:

1. El retorno del precio de la acción sigue un “recorrido aleatorio” en tiempo continuo (es decir, sin saltos) con una volatilidad proporcional al precio de la acción. Esto implica que la distribución de posibles precios al final de cada intervalo finito de tiempo es log-normal.
2. El cambio en los precios sigue una distribución normal.
3. El cambio en los precios es estacionario; por tanto, la media y la varianza de los retornos son constantes.
4. El retorno de los precios es independiente; no hay una correlación significativa con el cambio en los precios anteriores.
5. La tasa de interés libre de riesgo de corto plazo es conocida y constante.
6. La acción no paga dividendos.
7. La opción financiera es europea, esto significa, que solamente puede ser ejercida en la fecha de maduración.
8. No hay costos de transacción o impuestos asociados a la compra o venta de la acción o de la opción.
9. No existen oportunidades de arbitraje. Tanto prestar como pedir prestado se puede hacer a una tasa de interés a corto plazo constante.

Merton basa su trabajo en el modelo de Black y Scholes ya que reconoce que este trabajo presenta una teoría completa de equilibrio general de opciones financieras, la cual es particularmente atractiva porque la fórmula final no involucra variables arbitrarias no

³⁴ Ver Black et al. (1973).

observables como el (α) en el modelo de Samuelson³⁵; Merton clarifica y extiende el modelo de Black & Scholes incluyendo la posibilidad de aplicar esta teoría de valuación de opciones financieras para evaluar pasivos corporativos, como acciones³⁶.

Merton observa el valor de las acciones como una opción *call* sobre el valor de los activos. Esta relación es particularmente importante porque permite estimar variables no observadas, como el valor de mercado de los activos, a partir de variables observables, como el precio de cotización de las acciones.

Para algunos autores como Lando³⁷ y Löffler³⁸, los aportes de Black-Scholes, sumados a los de Merton, son fundamentales en la aplicación de la teoría de valoración de opciones financieras como alternativa para la valoración de pasivos corporativos. Incluso, Lando afirma que la valoración de opciones y su aplicación en la valoración de pasivos corporativos propuesta por Black-Scholes y Merton³⁹ es la primera técnica capaz de establecer un enlace entre un modelo estadístico que describe *default* y un modelo económico de fijación de precios. Por lo tanto, esta es la base teórica principal para la modelación del riesgo de *default* en el presente trabajo.

CAPÍTULO II

2. Modelo Matemático: Modelo Tipo Merton

En los modelos estructurales de riesgo de *default* se identifican condiciones bajo las cuales se espera que los agentes entren en *default*, y posteriormente se estima la probabilidad de que estas condiciones ocurran. Merton propone un modelo en el que relaciona el riesgo de *default* con la estructura de capital de las empresas. Según el modelo de Merton, una empresa con responsabilidad limitada estará en *default* cuando el valor de sus activos sea inferior al valor de sus pasivos. De la identidad contable $Activos = Pasivos + Patrimonio$, y del supuesto según el cual los accionistas reciben el valor residual de la empresa, si los pasivos superan el valor de los activos, el valor del patrimonio será nulo y se espera, por tanto, que la empresa ejerza la opción de declararse en *default*. Esta opción que tiene la empresa se puede evaluar a través de la teoría de opciones financieras.

³⁵ Ver Merton (1974).

³⁶ En el modelo de Black y Scholes $\Phi(d_2)$ es la probabilidad de ejercicio de la opción *call* y en el modelo de Merton es la probabilidad de que el pago de la deuda no se incumplirá. Por tanto, se puede inferir que en el modelo de Merton $1 - \Phi(d_2)$ es la probabilidad de *default* o incumplimiento.

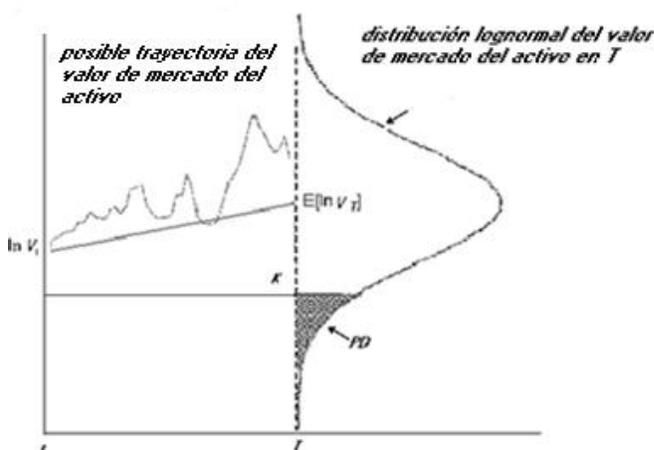
³⁷ Ver Lando (2004).

³⁸ Ver Löffler et al. (2007).

³⁹ Robert C. Merton y Myron Scholes recibieron en 1997 el Premio Nobel de economía por sus trabajos de valoración. Fischer Black falleció el 30 de agosto de 1995.

Por esta razón estos modelos son denominados frecuentemente modelos teóricos de opciones financieras o de pasivo contingente. La premisa principal de los modelos de Merton es que el *default* ocurrirá si el valor de los activos cae por debajo de un punto crítico asociado al valor de los pasivos. El modelo original de Merton considera los pasivos de la empresa como un bono cero cupón con fecha de maduración en T y valor facial K . Por tanto, no hay pago de cupones, el único pago tendrá lugar en el periodo T y los directivos de la empresa esperarán hasta T antes de decidir si se declaran en *default* o no⁴⁰. De acuerdo con esto, la probabilidad de *default* es la probabilidad de que en el periodo T el valor de los activos sea inferior al valor de los pasivos.

Figura 1



Fuente: elaboración propia

Como se observa en la **Figura 1**, para estimar la probabilidad de *default* se necesita principalmente el valor de los pasivos y de los activos. Ya que los pasivos se consideran como un bono cero cupón, y además se suponen fijos en el corto plazo (es decir, hasta T), este valor se puede observar en los estados financieros. Para estimar el valor de los activos en el corto plazo, el cual no se supone fijo, se necesita especificar su distribución de probabilidad en T . Se supone que el valor de los activos, que para este caso se llamará V , sigue una distribución log-normal⁴¹. El cambio anual esperado del valor del logaritmo de los activos está determinado por $\mu - \sigma^2/2$ ⁴² donde μ es la media y σ es la volatilidad de los activos. Siendo t el periodo actual, el logaritmo del valor de los activos sigue en T una distribución normal con los siguientes parámetros:

$$\ln V_T \sim \Phi(\ln V_t + (\mu - \sigma^2/2)(T - t), \sigma \sqrt{T - t}) \quad (3)$$

⁴⁰ Si deciden declararse en *default* antes de T perderán la oportunidad de beneficiarse de un incremento en el valor de los activos.

⁴¹ Ver Löffler et al. (2007).

⁴² Löffler et al. (2007) muestra que denotando el cambio esperado de $\ln X$ por $E \ln X = \mu - \sigma^2/2$, en vez de μ tiene el efecto de que el cambio esperado de X es $E X = \exp(\mu)$ y por tanto depende solamente de μ y no de la varianza.

En general, la probabilidad de que una variable X que se distribuye normal caiga por debajo de z está dado por: $\Phi \left(\frac{z - E(x)}{\sigma(x)} \right)$, donde Φ es la probabilidad acumulada de una distribución normal estándar. Aplicando esta fórmula para evaluar la probabilidad de que V (valor de los activos) caiga por debajo de K (valor nominal de los pasivos) se obtiene⁴³:

$$\text{Probabilidad de Default} = \Phi \left(\frac{\ln K - \ln V_t - (\mu - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \right) \quad (4)$$

Usualmente se utiliza el término de distancia al *default* (DD) para describir el número de desviaciones estándar que separan al valor del activo del punto de *default*. Por tanto se puede reescribir la fórmula como:

$$DD = \frac{\ln V_t + (\mu - \sigma^2/2)(T-t) - \ln K}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad (5)$$

$$\text{Probabilidad de Default} = \Phi(-DD) \quad (6)$$

Si se conoce el valor de las variables y parámetros, la estimación de la probabilidad de *default* se puede hacer fácilmente. Sin embargo, V_t , que corresponde al valor actual de mercado de los activos, no es una variable observable. Lo que se puede observar es el valor en libros del activo, pero lo que se necesita conocer es el valor de mercado del activo. Si no se conoce V_t tampoco se conoce σ , y por tanto no se pueden aplicar la fórmulas (5) y (6) para determinar la probabilidad de *default*.

La aplicación de la teoría de opciones financieras en la estimación del riesgo de *default* es útil porque establece una relación entre variables no observadas (V_t, σ) y variables observadas. De una empresa que cotice en la Bolsa de Valores de Colombia se puede observar el valor de mercado de sus acciones, el cual se puede determinar multiplicando el precio de la acción por el número de acciones en circulación.

2.1 Acciones y Deuda Corporativa Tratadas como Opciones Financieras

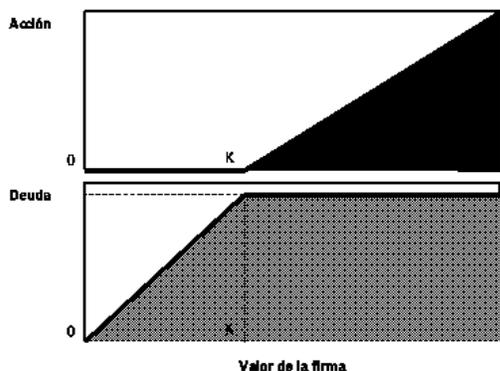
Merton establece una relación entre la teoría de valuación de opciones financieras y la estructura de capital de las empresas. Esto permite observar el valor de mercado de las acciones y el valor nominal de los pasivos como opciones financieras sobre el valor de los activos de la empresa. La empresa emite dos tipos de responsabilidades sobre el valor de sus activos: acciones y deuda. En la siguiente figura observamos estos componentes del valor de la empresa. Merton representa la acción como una opción *call*⁴⁴ comprada por los

⁴³ Ver Löffler et al. (2007).

⁴⁴ Al igual que el titular de una opción *call*, el accionista adquiere el derecho sobre un activo subyacente, pagando una prima, que en este caso es el valor que paga por la acción. La característica principal en los dos casos es que el titular puede ganar teóricamente un valor ilimitado de dinero, o perder como máximo el precio pagado por la acción.

accionistas y la deuda como una opción *put*⁴⁵ vendida por los acreedores, siendo K el precio de ejercicio en los dos casos.

Figura 2



Fuente: Philippe Jorion. *Financial Risk Manager Handbook*

Al realizar la analogía entre una opción *call* y la estructura de capital de las empresas, el valor de la opción (denominado anteriormente como C) es el valor de mercado de las acciones y el precio *Spot* es el valor de mercado de los activos (que se representará con la variable V). En el periodo T , en ausencia de costos asociados a la declaración de bancarrota, impuestos o excepción de los mismos por cuenta de la emisión de nueva deuda, se establece entonces la siguiente relación entre el valor de las acciones C_T y el valor de los activos V_T ⁴⁶:

$$C_T = \text{Max } V_T - K, 0 \quad (7)$$

Ya que los pasivos se atienden prioritariamente, si el valor de los activos V_T supera el valor nominal de los pasivos K , las acciones tomarán un valor positivo y su valor se incrementará linealmente con incrementos en el valor de los activos. Si el valor de los pasivos supera el valor de los activos, la empresa estará en quiebra y los activos pasarán a manos de los acreedores, por tanto las acciones tendrán un valor nulo y los accionistas no ejercerán su opción de compra⁴⁷.

El pago en la fecha de maduración T de la deuda (B_T) es:

$$B_T = V_T - C_T = V_T - \text{Max } V_T - K, 0 = \text{Min } V_T, K \quad (8)$$

El pago del bono está determinado por el valor de los pasivos menos la opción de venta (opción *put*) sobre el valor de la compañía. Podemos determinar dos escenarios: en el

⁴⁵ La deuda de la empresa se puede asimilar a una opción *put* vendida a la empresa por los acreedores. Una empresa con responsabilidad limitada puede ejercer la opción de declararse en bancarrota en T si el valor de los pasivos supera el valor de los activos.

⁴⁶ Ver Löffler et al. (2007).

⁴⁷ Ver Crosbie et al. (2003).

primero, el titular de la deuda recibe en T la deuda pactada, es decir K , ya que en T la empresa no ejerce el derecho de venta dado que el valor de los activos supera el valor de los pasivos; en el segundo escenario, el titular de la deuda recibe un valor inferior a la deuda pactada, ya que la empresa ejerce la opción de venta sobre el valor de la compañía dado que los pasivos superan el valor de los activos en T .

2.1.1 Valoración de la Acción

Ya que la acción se puede asimilar a una opción *call* sobre el valor de los activos, el valor de la acción está dado por la fórmula de Black y Scholes:

$$C = call = V\Phi(d_1) - Ke^{-r\tau}\Phi(d_2) \quad (9)$$

Donde los $\Phi(d)$ son funciones de probabilidad acumulada para una distribución normal estándar y:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V}{Ke^{-r\tau}} + \frac{\sigma^2 \tau}{2}}{\sigma \sqrt{\tau}} \quad (10)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{\tau} \quad (11)$$

Donde τ es el tiempo que falta para el vencimiento de la opción *call*. Si se define $x = \frac{V}{Ke^{-r\tau}}$ como el ratio de deuda, esto muestra que la opción depende solamente de x y $\sigma \sqrt{\tau}$.

Se puede observar que, en la práctica, esta aplicación es diferente de la del modelo de Black y Scholes, en el que se toma el valor de V y σ_v , y se resuelve el valor de la opción. En el modelo de Merton se observa el valor de mercado de la firma C y se debe inferir el valor de V y su volatilidad.

En el Modelo de Black y Scholes $\Phi(d_2)$ es la probabilidad de ejercer la opción *call* o la probabilidad de que el bono no entre en *default*. Por tanto, en el modelo de Merton $1 - \Phi(d_2) = \Phi(-d_2)$ es la probabilidad de *default*. Esta es la misma probabilidad de *default* descrita anteriormente a través de la distancia al *default* con la fórmula (6). Esta probabilidad se puede obtener si se ha estimado previamente el valor de los activos y su volatilidad.

2.1.2 Ejemplo 1. Modelo de Merton

Como ejemplo se toma un caso hipotético. El valor de mercado de los activos de una empresa es $V = \$100$, con una volatilidad de $\sigma_v = 20\%$; se supone que estos son los valores obtenidos para V y σ_v respectivamente después de aplicar un procedimiento iterativo empleando el modelo de Merton y el valor de mercado de las acciones.

El horizonte de tiempo $\tau = 1$ año. La tasa libre de riesgo es $r = 10\%$. Se asume un nivel de apalancamiento igual a $x = 0.9 = Ke^{-r\tau} V$ por lo que el valor nominal de $K = \$99.46$ y el valor del bono libre de riesgo $Ke^{-r\tau} = 90$. Se necesita determinar la probabilidad de *default*.

La probabilidad de *default* depende de la volatilidad del activo y el nivel de apalancamiento. Se puede aplicar la siguiente fórmula para determinar el número desviaciones estándar que hay entre V_t y $Ke^{-r\tau}$ y de esta manera, determinar la distancia al *default*:

$$\frac{Ke^{-r\tau} - V_t}{\sigma_v} = 0.5 \quad (12)$$

Se puede observar que a medida que se aumenta la volatilidad habrá un menor número de desviaciones estándar entre el valor del activo y el pasivo. Por tanto, una mayor probabilidad de *default*. También se observa, al despejar la volatilidad, que cuando aumenta el nivel de apalancamiento aumenta la volatilidad.

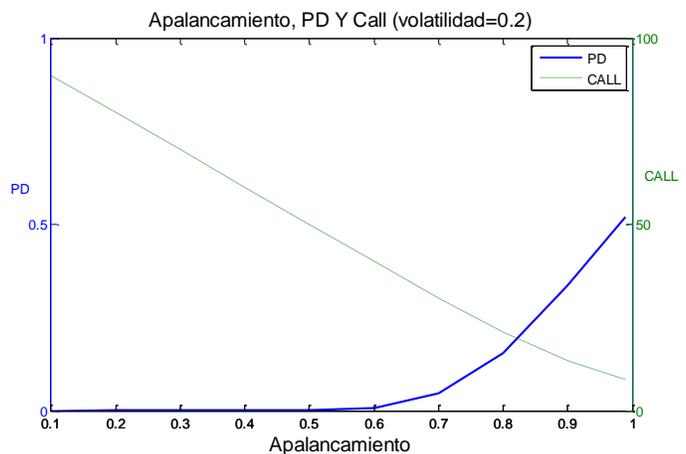
A continuación se hace una ampliación al modelo para observar cómo cambia la probabilidad de *default* ante cambios en el nivel de apalancamiento, manteniendo la volatilidad del activo fija.

Tabla 1

Apalancamiento	Probabilidad de <i>default</i>	call
0,10	0,00	90
0,20	0,00	80
0,30	0,00	70
0,40	0,00	60
0,50	0,00	50
0,60	0,01	40,026
0,70	0,05	30,254
0,80	0,15	21,192
0,90	0,33	13,592
0,99	0,52	8,4302

Fuente: elaboración propia

Figura 3



Fuente: elaboración propia

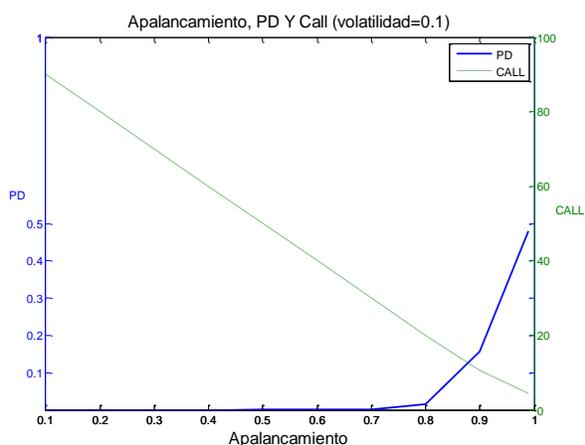
Como se observa en la *Figura 3*, se necesita un nivel de apalancamiento alto, en este caso 0.6, para que la probabilidad de *default* sea significativamente superior a cero. Más evidente aún, es que con un nivel de apalancamiento del 0.99 la probabilidad de *default* es 52%.

El *Ejemplo 1* evidencia una desventaja del modelo: es de esperar que al aumentar el nivel de apalancamiento la volatilidad aumente, y así mismo aumente la probabilidad de *default*, pero ya que el modelo supone una volatilidad constante, el modelo se queda corto en explicar este cambio.

Existe evidencia empírica por la cual se observa que la volatilidad del precio de los activos no es constante, haciendo que el proceso sea no-estacionario⁴⁸. Esto invalida el supuesto de que los activos siguen un proceso de Movimiento Browniano Geométrico.

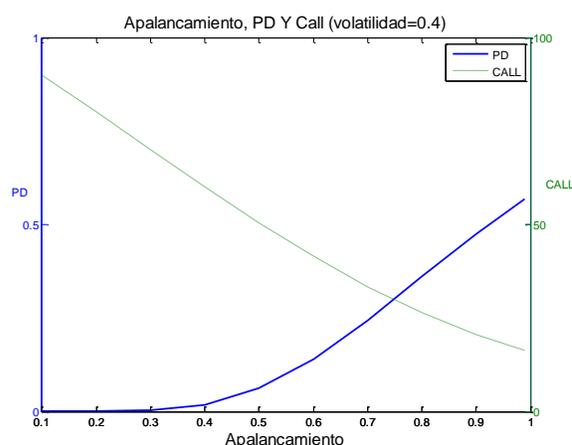
Ya que la evidencia empírica sustenta la existencia de volatilidades no constantes se mostrará a continuación cómo cambia la probabilidad de *default* ante cambios en la volatilidad. Se toma el *Ejemplo 1*, pero esta vez, se estima dicha probabilidad con dos volatilidades diferentes.

Figura 4



Fuente: elaboración propia

Figura 5



Fuente: elaboración propia

Como se observa en las *Figuras 4 y 5* la probabilidad de *default* aumenta ante incrementos en la volatilidad. Cuando la volatilidad del activo aumenta, el valor del activo puede alcanzar niveles más altos pero también niveles más bajos. Por tanto existe mayor probabilidad de que los niveles más bajos caigan por debajo del punto de *default*.

Otra desventaja del modelo es que la estructura de deuda de la empresa se observa como una variable estática, y en contraste, el valor del activo sí cambia en el tiempo y crece a una tasa r . Esto genera claramente una subestimación de la probabilidad de *default*. Por tanto, la distancia que se calcule entre el valor del activo y el pasivo tenderá a ser significativa, haciendo poco probable que el valor del activo caiga por debajo del valor del pasivo.

En contraste, y de acuerdo con el ejercicio anterior, se puede observar que el valor de la opción *call* (valor de la acción) va disminuyendo a medida que la probabilidad de no

⁴⁸ Ver León (2009).

ejercer dicha opción (la probabilidad de *default*) se va incrementando. Este resultado es consistente con la analogía entre la teoría de opciones financieras y la definición de *default* que plantea el modelo de Merton a partir de la estructura de capital de la empresa.

CAPÍTULO III

3. Procedimiento Empírico

Este trabajo de investigación aplica el método de Merton como herramienta para evaluar el riesgo de *default* dentro de un año de tres empresas colombianas: Cementos Argos, Bancolombia y Éxito.

Se utilizarán dos metodologías para determinar la probabilidad de *default*. La primera, utilizando la fórmula previamente descrita para estimar la distancia al *default*, y la segunda por medio del método de Monte Carlo.

La segunda metodología utiliza dos configuraciones del método de simulación de Monte Carlo para estimar la probabilidad incondicionada y condicionada de *default*.

Por tanto, la razón de utilizar Monte Carlo es poder utilizar la descomposición de Cholesky para poder estimar adicionalmente la probabilidad condicionada *default* de las tres empresas; la probabilidad condicionada de *default* tiene en cuenta la correlación existente entre los activos de las tres empresas, el cual es un supuesto más realista.

Para estimar la probabilidad de *default* se seguirán los siguientes pasos:

1. Estimar el valor de mercado de los activos y su volatilidad utilizando la técnica de iteración de Löffler et al. (2007) a través de la fórmula del modelo de Merton.
2. Estimación de la probabilidad de *default* calculando la DD (Distancia al *default*) descrita previamente en la fórmula (5).
3. Utilizar la Simulación de Monte Carlo para observar posibles trayectorias futuras del valor del activo durante un año, a partir de sus parámetros históricos (media y volatilidad).
4. Utilizar la Simulación de Monte Carlo aplicando la descomposición de Cholesky para determinar la probabilidad condicionada de *default*.

3.1 Estimación del valor de Mercado de los Activos

Bajo este marco teórico se utilizará la técnica propuesta por Löffler para estimar el valor de mercado de los activos de las empresas objeto de estudio del presente trabajo. Löffler estima el valor de los activos y su volatilidad a partir del valor de mercado de las acciones de Enron para determinar la probabilidad de *default*. La técnica utilizada para la estimación

de los activos y la volatilidad es iterando la fórmula de Merton hacia el pasado obteniendo un sistema de “ n ” ecuaciones con “ n ” variables desconocidas y a partir de dicha serie de tiempo, estimar la volatilidad de la serie⁴⁹.

Las fórmulas (9) (10) y (11) son utilizadas:

$$C = Call = V\Phi(d1) - K_t e^{-r_t(T-t)}\Phi(d2)$$

Donde,

$$d1 = \frac{\ln \frac{V}{K e^{-r\tau}} + r + \frac{\sigma_v^2}{2} \tau}{\sigma_v \sqrt{\tau}} \quad \text{y} \quad d2 = d1 - \sigma_v \sqrt{\tau}$$

Para efectos del estudio de las empresas Éxito, Cementos Argos y Bancolombia, las variables anteriores se tomarán desde enero de 2003 (series diarias), las cuales corresponden a:

C = Valor de mercado de las acciones de la empresa: las empresas que se analizarán en el presente trabajo cotizan públicamente en la Bolsa de Valores de Colombia, por tanto la serie histórica del valor de mercado de las acciones es observable y será calculada como (*precio de las acciones X número de acciones en circulación*). Se tomarán datos desde el 01 de enero de 2003 hasta el 31 de diciembre de 2010.

Se puede observar en la fórmula anterior que el valor nominal de los pasivos K y la tasa libre de riesgo r cambian en el tiempo. El hecho de utilizar estas variables cambiando en el tiempo es inconsistente con los supuestos del modelo original de Merton, en el cual las dos variables se asumen constantes. Sin embargo, siguiendo con la metodología de Löffler se espera obtener un resultado más realista, ya que se utiliza información que el mercado tiene en un periodo determinado.

K = Valor nominal del pasivo: la serie histórica del valor nominal del pasivo, se tomará de los balances generales de las empresas, los cuales se presentan trimestralmente; por tanto se tomará este valor observado y se asumirá que el valor del pasivo se modifica trimestralmente hasta el 31 de diciembre de 2010. Se tomarán datos desde el primer trimestre del año 2003.

r = Tasa libre de riesgo: la serie histórica de la tasa cero cupón para el plazo de 365 días sobre títulos de deuda pública del gobierno nacional (TES tasa fija en pesos).

$\tau = T - t$: tiempo que falta para el vencimiento de la opción; T es la fecha al vencimiento (en este caso: 31 de diciembre de 2011) y t es el momento del tiempo en el que se está haciendo la valoración.

⁴⁹ Ver Löffler et al. (2007).

Φd = función de distribución acumulada para una distribución normal estándar.

σ_V = volatilidad del activo

V = valor de los activos

Como se requiere estimar el valor de mercado de los activos, se debe reordenar la fórmula de Black y Scholes (9). Esta fórmula es utilizada por Merton para determinar el valor de mercado de los activos a partir del valor de mercado de las acciones.

$$V_t = C_t + Ke^{-r(T-t)}\Phi(d2) / \Phi d1 \quad (13)$$

Si se itera hacia el pasado, por ejemplo 245 días de negociación⁵⁰:

$$V_t = C_t + K_t e^{-r_t(T-t)} \Phi(d2) / \Phi d1$$

$$V_{t-1} = C_{t-1} + K_{t-1} e^{-r_{t-1}(T-t-1)} \Phi(d2) / \Phi d1 \quad (14)$$

•
•
•

$$V_{t-245} = C_{t-245} + K_{t-245} e^{-r_{t-245}(T-t-245)} \Phi(d2) / \Phi d1$$

Este sistema está compuesto por 245 ecuaciones con 245 variables desconocidas (valor de los activos). A partir de la serie de tiempo de V_t generada, se puede obtener la volatilidad de los mismos.

En el mundo real, una empresa tiene una estructura de deuda compleja, ya que tiene pasivos con diferentes plazos de maduración, ya sea de un día, un mes, 1 año, 20 años, etc. Una solución frecuente en la literatura para este tipo de modelos es asumir que la empresa tiene solamente pasivos con plazo de maduración a un año. Si se aplica este supuesto para estimar la probabilidad de *default* a un año a partir de los datos que tenemos en t , no es contradictorio asumir que la firma ha manejado plazos históricos para sus deudas de 1 año y por tanto asumir que $T - t = 1$ (para cada día en los últimos 12 meses).

Y así reescribir el sistema:

$$V_t = C_t + K_t e^{-r_t(T-t)} \Phi(d2) / \Phi d1$$

$$V_{t-1} = C_{t-1} + K_{t-1} e^{-r_{t-1}(T-t-1)} \Phi(d2) / \Phi d1 \quad (15)$$

•
•

⁵⁰ Promedio de días bursátiles que hay en un año de 2003 a 2010.

$$V_{t-245} = C_{t-245} + K_{t-245} e^{-r_{t-245}} \Phi(d_2) / \Phi(d_1)$$

Este sistema puede ser resuelto a partir del siguiente procedimiento iterativo:

Iteración 0: El primer paso es fijar el valor inicial de los activos V_{t-a} para cada $a = 0, 1, \dots, 245$. El supuesto que se utiliza para este paso es que los *Activos = Patrimonio + Pasivos*. Se puede fijar V_{t-a} igual a la suma del valor de mercado acciones C_{t-a} y el valor en libros de los pasivos K_{t-a} . Además fijar σ igual a la desviación estándar del logaritmo del retorno de los activos calculados con V_{t-a} .

Para iteraciones adicionales $i = 1, \dots, \text{final}$.

Iteración i: Con estos valores de V_t y σ se puede calcular d_1 y d_2 . Ahora se pueden calcular las funciones de distribución normal acumulada para d_1 y d_2 : $\Phi(d_1)$ y $\Phi(d_2)$. Con estas nuevas variables generadas se calcula el valor del activo para la siguiente iteración.

Se continúa hasta que el procedimiento converja. Una manera de evaluar la convergencia es examinar el cambio en el valor de los activos de una iteración a la siguiente. Si la suma de diferencia de cuadrados entre valores de activos consecutivos está por debajo de algún valor como 10^{-10} , se detiene el proceso⁵¹. Este es un procedimiento cíclico en el que se toma un punto de partida como $V = S + K$, y a partir de éste se generan los demás valores.

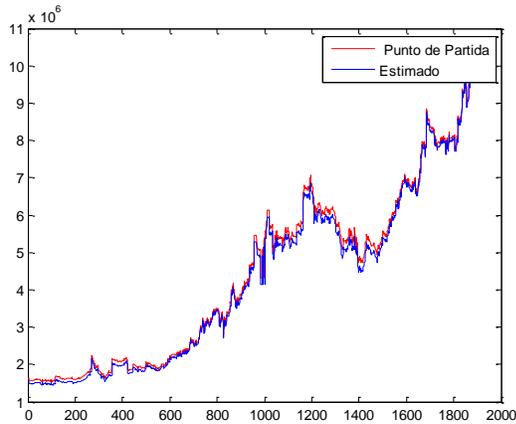
3.1.1 Resultados

Para cada una de las empresas se aplica el método anteriormente descrito. Se representa gráficamente la serie histórica (*Activos = Patrimonio + Pasivos*) y la serie estimada del valor de mercado del activo.

⁵¹ Ver Löffler et al. (2007).

Éxito

Figura 6

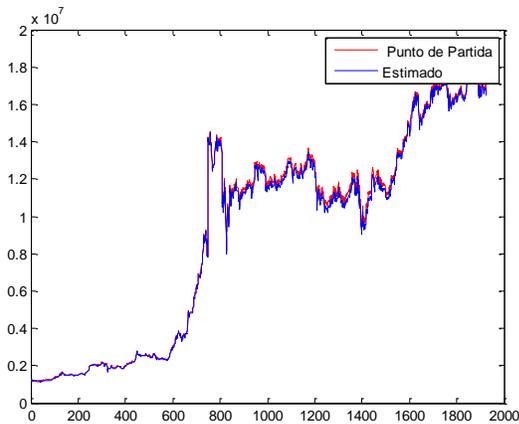


Fuente: elaboración propia

Para el Éxito, la convergencia requerida es alcanzada en 6 iteraciones. La volatilidad del activo y el retorno promedio por año corresponden a $\sigma = 0.290$ y $\mu = 0.239$ respectivamente.

Cementos Argos

Figura 7

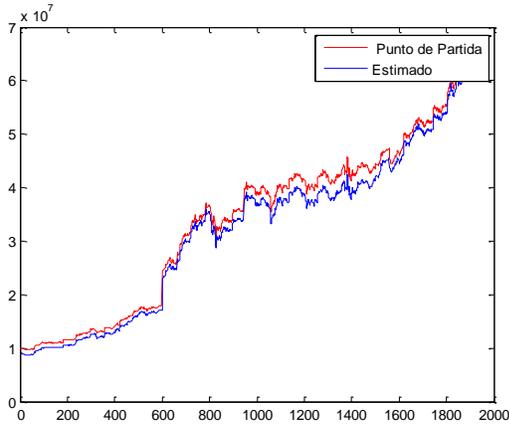


Fuente: elaboración propia

Para Cementos Argos la convergencia requerida es alcanzada en 4 iteraciones. La volatilidad del activo y el retorno promedio por año corresponden a $\sigma = 0.337$ y $\mu = 0.337$ respectivamente.

Bancolombia

Figura 8



Fuente: elaboración propia

Para Bancolombia la convergencia requerida es alcanzada en 7 iteraciones. La volatilidad del activo y el retorno promedio por año corresponden a $\sigma = 0.164$ y $\mu = 0.250$ respectivamente.

3.2 Estimación de la Probabilidad de *Default*

El primer método para estimar la probabilidad de *default* se hará a través de la fórmula (5) y (6). Esto es posible gracias a que previamente se estimó el valor de los Activos en t y su volatilidad.

$$DD = \frac{\ln V_t + (\mu - \frac{\sigma^2}{2}) (T - t) - \ln K}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$\text{Probabilidad de default} = \Phi(-DD)$$

Un supuesto común es que el retorno logarítmico de los activos sigue una distribución normal. Una vez estimado el valor y la volatilidad esperada de los activos, se construye una medida que representa el número de desviaciones estándar que existe entre el valor esperado de los activos de la empresa y el punto de *default*, para determinar la distancia al *default*.

Una vez estimado el número de desviaciones estándar que existe entre el valor del activo y el valor del pasivo (punto de *default*) se aplica la fórmula (6) para determinar la probabilidad de *default*.

3.2.1 Resultados

Dados los siguientes datos para cada empresa se encontró que la distancia al *default* y la probabilidad de *default* es la siguiente:

Tabla 2

	Éxito	Cementos Argos	Bancolombia
V_t	9.914.490,1	16.456.104,4	62.470.066,4
σ	0,290	0,337	0,164
μ	0,239	0,337	0,250
K	2.223.116,7	3.475.899,5	40.861.987,8
r	0,043	0,043	0,043
DD	5,83	5,44	4,03
PD	2,69e-09	2,58e-08	2,78e-05
$Ke^{-rt} V$	0,23	0,22	0,68

Fuente: elaboración propia

Como se observó en el *Ejemplo 1* del Capítulo II, una de las desventajas del modelo de Merton es el supuesto sobre la estructura de los pasivos de las empresas. En este caso empírico Éxito y Cementos Argos tienen un nivel de apalancamiento de 23% y 22% respectivamente, lo cual hace que exista una distancia al *default* bastante amplia, lo cual, en consideración de la volatilidad del activo estimada, arroja una probabilidad de *default* cercana a cero.

Por otro lado, Bancolombia tiene un nivel de apalancamiento de 68%. Sin embargo, la probabilidad de *default* no difiere significativamente de las otras empresas, lo cual puede explicarse por un menor nivel de volatilidad del activo de este banco frente a las otras empresas analizadas. Como se mencionó en el *Ejemplo 1*, el modelo necesita un alto nivel de apalancamiento (en el ejemplo, 60%) para generar una probabilidad de *default* significativamente mayor a cero. La aplicación empírica del modelo, por tanto, es consistente con los resultados del ejemplo previamente descrito.

3.3 Simulación de Monte Carlo

Merton utiliza la fórmula de Black y Scholes para ilustrar cómo se evalúa el valor de las acciones asumiendo que los activos de la empresa siguen el proceso del Movimiento Browniano Geométrico.

$$dV = \mu V dt + \sigma_V V dz \quad (16)$$

Donde V es el valor del activo, dV es el cambio en el valor del activo, σ_V es la volatilidad del activo y dz es $\epsilon \sqrt{dt}$ (variable que se distribuye normal $dz \sim (0, dt)$).

De nuevo, el proceso del Movimiento Browniano Geométrico será la base teórica para generar posibles trayectorias del comportamiento de los activos hasta T . Para generar dichas trayectorias se utilizará el método de Monte Carlo, por medio del cual se generan simulaciones de la dinámica de los activos dada su volatilidad histórica.

$$V_{t+1} = V_t + V_t(\mu dt + \sigma_v \epsilon \overline{dt}) \quad (17)$$

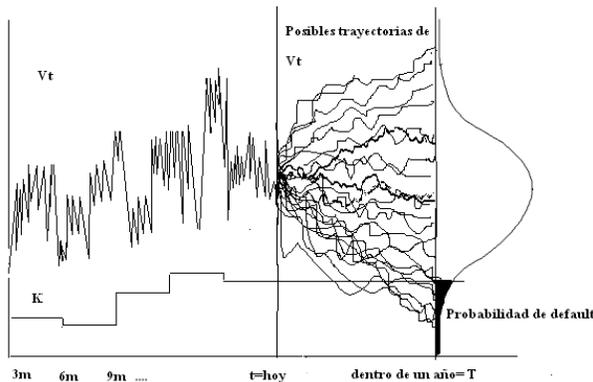
$$V_{t+2} = V_{t+1} + V_{t+1}(\mu dt + \sigma_v \epsilon \overline{dt})$$

Y así sucesivamente hasta alcanzar el tiempo objetivo, que en el caso del presente trabajo es 1 año.

Se requiere comparar estas simulaciones con el valor de los pasivos. Como se enunció anteriormente, la deuda corporativa consiste en un bono cero cupón con un tiempo de maduración T . Por esta razón, en la **Figura 9**, K , que representa el valor de los pasivos, se asume constante de t hasta T .

Como se puede observar en la **Figura 9**, al generar resultados aleatorios múltiples se podrá verificar la probabilidad de *default* como la proporción de posibles trayectorias en las cuales el valor del activo cae por debajo de un punto crítico relacionado con el valor de los pasivos en el momento T .

Figura 9



Fuente: elaboración propia.

3.3.1 Resultados

Este procedimiento se realizó en Matlab. Para realizar este método en Matlab se requieren datos previamente estimados: V_t , que corresponde al último dato de la serie estimada del activo, μ y σ , que corresponden a los parámetros media y volatilidad de la serie del activo previamente estimada y dt , que se ha definido como $1/245$. Los parámetros calculados (μ

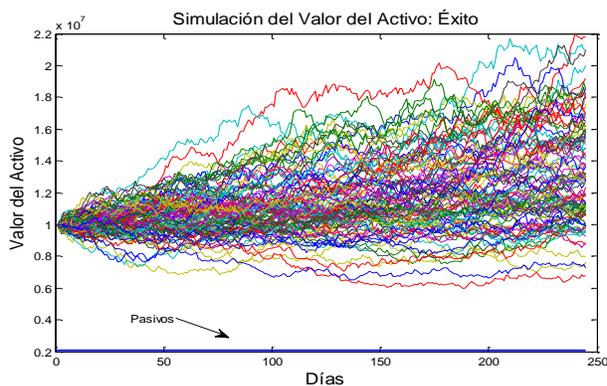
y σ) de la serie del activo estimada se suponen constantes hasta el periodo de evaluación (31 de diciembre de 2011). Se realizan mil iteraciones de posibles trayectorias del activo a un año y se comparan con el último dato del valor nominal del pasivo disponible (dato del cuarto trimestre del año 2010). Para cada una de las empresas se calcula el porcentaje de las mil simulaciones en las que el activo cae por debajo del valor del pasivo en T . Sin embargo, con el fin de proveer una representación gráfica legible se muestran solamente cien simulaciones en la gráfica.

Ya que el número promedio de días bursátiles en un año es 245, el dato en T corresponde al día número 245 que se observa en el eje horizontal. A continuación se observará el resultado para cada una de las empresas y la representación gráfica de este procedimiento.

Como complemento al resultado se incluye una gráfica que muestra la distribución de la probabilidad en términos de desviaciones estándar del comportamiento del retorno del activo⁵² (de las mil simulaciones generadas a través de Monte Carlo) y del pasivo estandarizado⁵³ para cada una de las empresas. Se observa que el (i) activo sigue una distribución log-normal, tal como lo enmarca el supuesto del Movimiento Browniano Geométrico y que (ii) el pasivo, siendo constante, se aleja significativamente de la distribución en todos los casos.

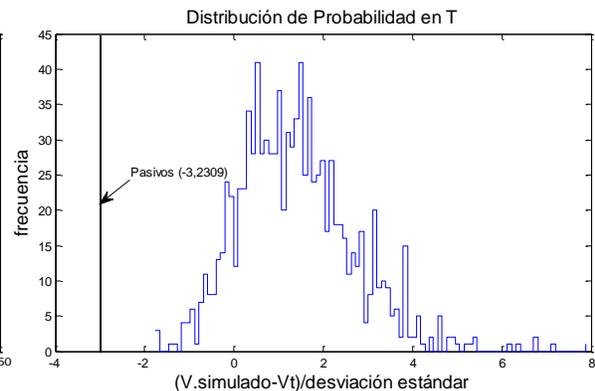
Éxito

Figura 10



Fuente: elaboración propia

Figura 11



Fuente: elaboración propia

Se observa claramente que ninguna de las simulaciones del activo cae por debajo del valor del pasivo. De igual manera, el porcentaje de veces de las mil simulaciones que cae por debajo del pasivo es cero. Este resultado es consistente con la probabilidad calculada por medio de la fórmula de distancia al *default*, donde esta probabilidad es $2,69e-09 \sim 0$.

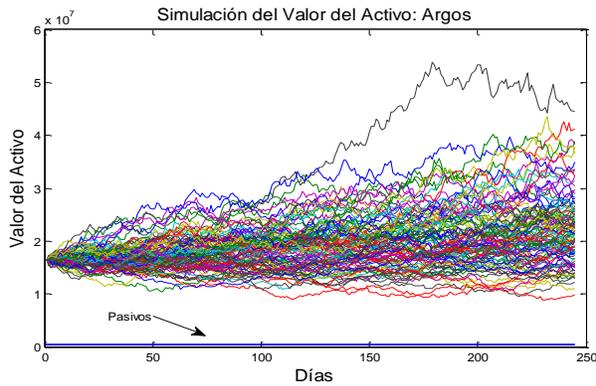
⁵² $V_{estandarizado} = \frac{V_{simulado} - V_t}{\sigma}$

⁵³ $K_{estandarizado} = \frac{K_t - V_t}{\sigma}$

Es importante recordar que tanto la fórmula de distancia al *default*, como el método de Monte Carlo, suponen que el retorno de los activos sigue un proceso de Movimiento Browniano Geométrico, tal como lo muestra la gráfica de distribución de probabilidad.

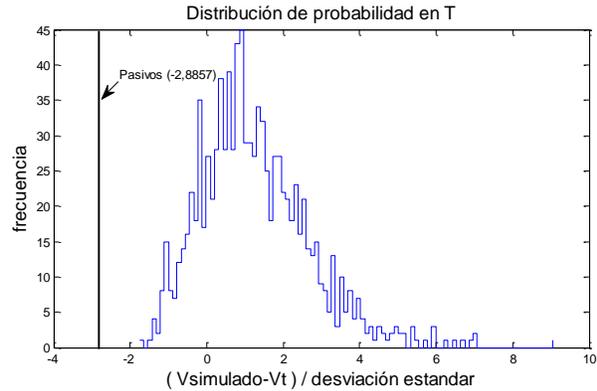
Cementos Argos

Figura 12



Fuente: elaboración propia

Figura 13

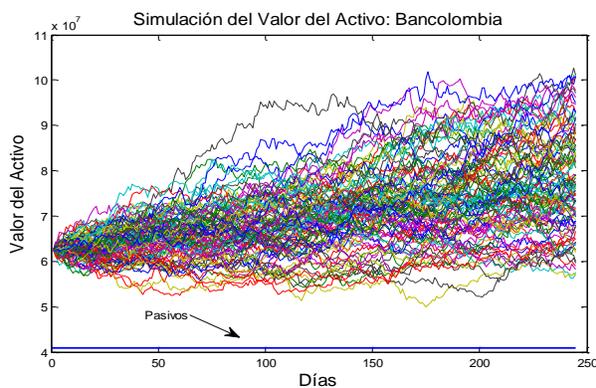


Fuente: elaboración propia

Se observa claramente que ninguna de las simulaciones del activo cae por debajo del valor del pasivo. De igual manera, el porcentaje de veces de las mil simulaciones que cae por debajo del pasivo es cero. Este resultado es consistente con la probabilidad calculada por medio de la fórmula de distancia al *default*, donde esta probabilidad es $2,58e-08 \sim 0$.

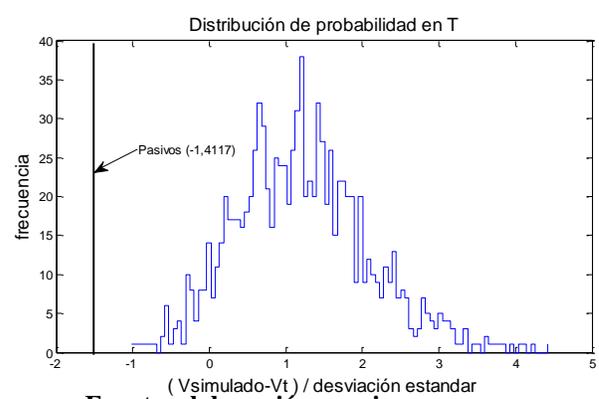
Bancolombia

Figura 14



Fuente: elaboración propia

Figura 15



Fuente: elaboración propia

Se observa claramente que ninguna de las simulaciones del activo cae por debajo del valor del pasivo. De igual manera, el porcentaje de veces de las mil simulaciones que cae por debajo del pasivo es cero. Este resultado es consistente con la probabilidad calculada por medio de la fórmula de distancia al *default*, donde esta probabilidad es $2,78e-05 \sim 0$.

3.4 Cholesky: Simulación Multivariada de las Fuentes de Riesgo

En los mercados existen múltiples fuentes o factores de riesgo. En el caso del presente estudio, el *default* de una empresa puede ser un factor de riesgo para que otra empresa entre en *default* en un momento determinado. Esto sucederá si los valores de mercado de los activos de las empresas están correlacionados.

Si los activos de las tres empresas son independientes, el Modelo de Movimiento Browniano Geométrico se puede realizar independiente para cada variable:

$$dV_{j,t} = V_{j,t-1}\mu_j dt + V_{j,t-1}\sigma_j \epsilon_j \sqrt{dt} \quad (18)$$

Donde las variables normales estándar ϵ son independientes a través del tiempo para cada $j= 1,2,3$. Para el presente trabajo, j corresponde a los activos de cada una de las tres empresas objeto de estudio del presente trabajo: Éxito, Bancolombia y Cementos Argos.

Sin embargo, es más realista el escenario en el que los activos están correlacionados. La simulación puede ser adaptada, primero, generando un vector de variables independientes η , y luego, transformarlas en variables correlacionadas ϵ ; esto es hacer una simulación multivariada del proceso estocástico del valor de los activos. Este procedimiento se puede llevar a cabo utilizando la descomposición de Cholesky.

Si los activos de las empresas no son independientes, la descomposición de Cholesky sirve como herramienta para determinar la probabilidad condicionada de *default* entre las empresas; este método se usa comúnmente en el método de Monte Carlo para conseguir una simulación multivariada. El método de Cholesky descompone la matriz de correlación de la matriz de varianzas y covarianzas y finalmente, produce un vector con la probabilidad condicional de *default* basándose en la interacción de las tres empresas estudiadas.

Formalmente, sea $\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$ el vector de variables aleatorias del proceso Browniano Geométrico para el valor de los activos de Éxito, Argos y Bancolombia, respectivamente. Como éstos activos están correlacionados, entonces la matriz de varianzas y covarianzas $COV \epsilon = E \epsilon \epsilon^T = G$ no es diagonal, entonces cuando se produce el movimiento del valor de los activos de alguna empresa, no es posible distinguir si dicho movimiento tuvo lugar debido al componente aleatorio del proceso estocástico de dicho activo o a la variación del valor de los activos de alguna otra empresa. Para aislar esta circularidad, la matriz G al ser simétrica y de valor real, puede ser descompuesta en los denominados factores de Cholesky:

$$G = HH^T \quad (19)$$

Donde H es una matriz triangular inferior. Esta descomposición es habitualmente conocida como *descomposición de Cholesky*⁵⁴.

Sea $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ un vector de variables aleatorias independientes distribuidas cada una como una normal estándar. Entonces la matriz de varianzas y covarianzas de η es $COV \eta = I$ donde I es la matriz identidad. Se puede observar que como ϵ es un vector de variables distribuidas normalmente y η es normal estándar, entonces podemos expresar a $\epsilon = H\eta$. Se puede observar que esta forma de expresar a ϵ no modifica la estructura de correlación de dicha variable, pues

$$COV \epsilon = E \epsilon \epsilon^T = E H\eta H\eta^T = E H\eta\eta^T H^T = HE \eta\eta^T H^T = HCOV \eta H^T = H I H^T = H H^T = G \quad (20)$$

Sin embargo, al ser H una matriz triangular, se ha aislado completamente la contribución marginal de cada variable aleatoria sobre las variaciones de las demás. Se puede observar que debido a la descomposición, ϵ_1 es función únicamente de η_1 , ϵ_2 es función de η_1 y η_2 , y finalmente, ϵ_3 es función de η_1 , η_2 y η_3 . De este modo, podemos determinar las variaciones de cada elemento del vector ϵ .

Para aplicar éste método, se ha estimado la matriz de varianzas y covarianzas a partir de las series estimadas del valor de los activos de cada empresa:

Matriz de Correlación de los Activos

	Éxito	Argos	Bancolombia	
$G =$	Éxito	1	0,255	0,2495
	Argos	0,255	1	0,3243
	Bancolombia	0,2495	0,3243	1

(21)

La descomposición de Cholesky de ésta matriz da como resultado la siguiente matriz triangular inferior:

$$H = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,255 & 0,9669 & 0 \\ 0,2495 & 0,2696 & 0,9301 \end{matrix} \quad (22)$$

Ahora, dada esta matriz, en cada paso t de la simulación se genera un vector columna (3x1) de η_t variables independientes normal estándar y en seguida se construye la variable transformada $\epsilon_t = H\eta_t$. Finalmente, se simulan las series de activos siguiendo el procedimiento descrito en la sección 3.3.

⁵⁴ Ver Jorion (2001).

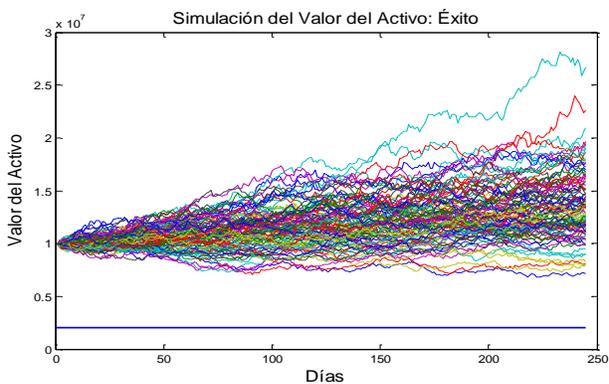
Implementar este procedimiento implica obtener un escenario más realista, ya que incorpora uno de los factores de riesgo que se presenta con frecuencia en el mercado real.

3.4.1 Resultados

Este procedimiento se lleva a cabo en Matlab. Nuevamente, los datos requeridos como *inputs* son el último dato del valor del activo estimado (del 30 de diciembre de 2010) y los parámetros (μ y σ) de cada una de las empresas. Para el periodo de predicción los parámetros media y volatilidad se suponen constantes. Adicionalmente, se incorpora al proceso de Movimiento Browniano Geométrico la variable transformada ϵ .

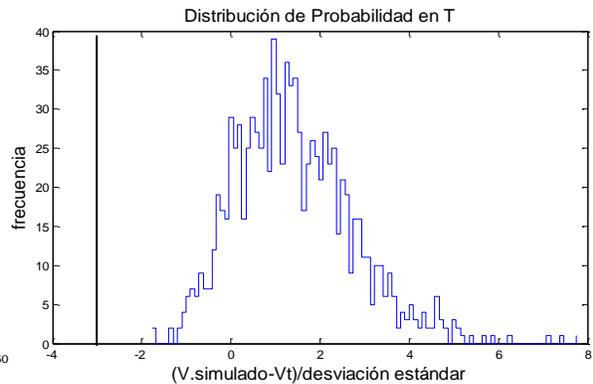
Éxito

Figura 16



Fuente: elaboración propia

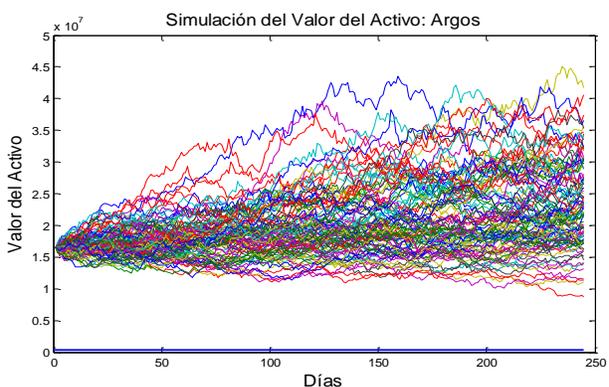
Figura 17



Fuente: elaboración propia

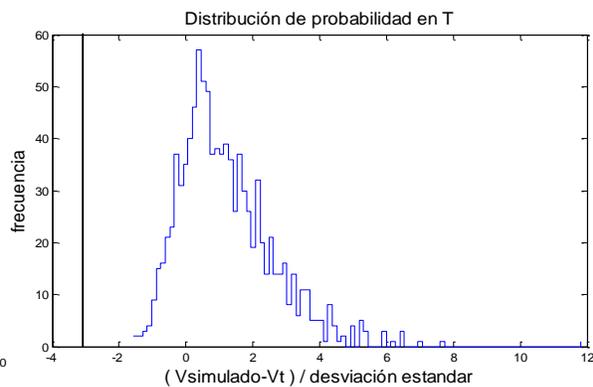
Cementos Argos

Figura 18



Fuente: elaboración propia

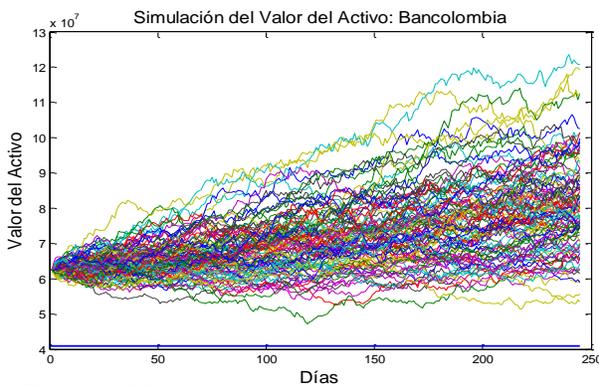
Figura 19



Fuente: elaboración propia

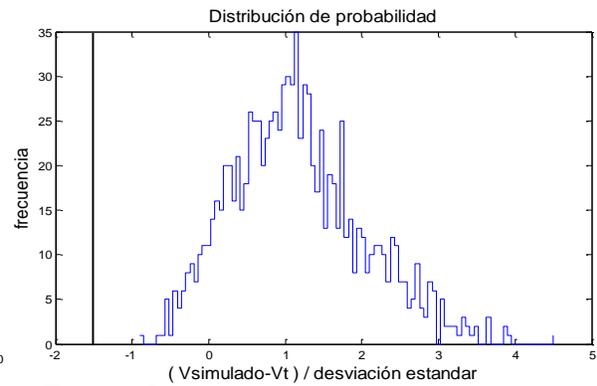
Bancolombia

Figura 20



Fuente: elaboración propia

Figura 21



Fuente: elaboración propia

En las gráficas anteriores se observa que la probabilidad de *default* sigue siendo cero para cada una de las tres empresas. Esto quiere decir que aún incorporando la correlación existente entre los activos de las tres empresas, la probabilidad condicional no cambia con respecto a la probabilidad de *default* no condicionada.

En la siguiente tabla se consolida un resumen de los resultados obtenidos. La distancia a *default* se calcula como el promedio de las distancias de cada una de las simulaciones con respecto al valor del pasivo. La probabilidad de *default* se estima tomando la **DD** resultante y aplicando la fórmula (6).

Tabla 3

Empresas	Independiente		Multivariada	
	DD	PD	DD	PD
Éxito	8,72	1,39 e-18	8,75	1,06 e-18
Argos	12,62	8,05 e-37	12,63	7,01 e-37
Bancolombia	5,48	2,11 e-08	5,47	2,21 e-08

Fuente: elaboración propia

3.5 Análisis de los Resultados

3.5.1 Éxito

Almacenes Éxito S.A es una cadena de supermercados e hipermercado fundada en Colombia en 1949. Su actividad comercial está enfocada en la adquisición, procesamiento, transformación, venta y, en general, la distribución bajo cualquier modalidad comercial, de

toda clase de mercancías y productos nacionales y extranjeros, incluidos artículos farmacéuticos, elementos médicos y afines, al por mayor y/o detal⁵⁵.

De acuerdo con el informe emitido por Fitch Ratings Colombia⁵⁶ en septiembre de 2011 la calificación crediticia asignada a Éxito de su operación de largo plazo es **AAA** y de corto plazo es **F1+**⁵⁷. De acuerdo con la escala de calificaciones domésticas de Fitch, ésta es la máxima calificación crediticia, tanto de corto, como de largo plazo⁵⁸. Fitch Ratings Colombia presenta cuatro factores relevantes para otorgar esta calificación a Éxito: 1) desarrollo de ventajas competitivas que apalancan el crecimiento, 2) perfil financiero sólido y una robusta posición de liquidez, 3) generación operativa adecuada para financiar crecimiento y 4) expectativas de apalancamiento moderado⁵⁹.

Según el informe de Fitch estos factores demuestran la capacidad de la empresa de desarrollar ventajas competitivas que han contribuido año tras año al fortalecimiento de su operación y posición en el mercado. Estas ventajas competitivas se observan en su alto nivel de operación, una estructura adecuada de costos y su fortaleza logística. El posicionamiento competitivo en el mercado ha permitido que la empresa mantenga un perfil financiero sólido con una robusta posición de liquidez.

Éxito presenta un apalancamiento moderado producto de la mayor generación operativa, el fortalecimiento de la caja y la reducción de la deuda financiera. A junio de 2011 la relación de apalancamiento se ha reducido. Al incorporar una aproximación del valor presente de los arriendos a la deuda financiera, como es usual en esta industria, se obtiene una relación de Deuda Financiera Ajustada /EBITDAR de 1,8 veces a junio de 2011 y 2,3 veces a diciembre de 2010. Este perfil financiero le brinda la flexibilidad financiera para desarrollar sus programas de inversión y mantener un perfil crediticio conservador. Dado su nivel de apalancamiento, el perfil de vencimientos de deuda no representa una presión sobre su caja, la relación de caja/deuda de corto plazo es de 5,4 veces; su caja cubre 5,4 veces el valor de deuda de corto plazo⁶⁰.

El análisis provisto por Fitch es entonces consistente con el modelo de Merton implementado para estimar el riesgo de *default* dentro de un año. En el presente trabajo se

⁵⁵ Ver Fitch (2011).

⁵⁶ Duff & Phelps de Colombia S.A, calificador de valores de Colombia, que a partir del 27 de julio de 2009 pasó a llamarse Fitch Ratings Colombia S.A, fue la primera sociedad calificador de valores de Colombia, autorizada para operar en 1994. Se encuentra inscrita en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios, siendo su objeto social la calificación de riesgo.

⁵⁷ Para corto plazo, Fitch Ratings tiene la siguiente escala: F1+, F1, F2, F3, B, C, D, E; siendo F1+ la mejor calificación y E la menos favorable. Para largo plazo, Fitch Rating tiene la siguiente escala: AAA, AA+, AA, AA-A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-, BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC, CC, C, D, E; siendo AAA la calificación más favorable y E la menos favorable.

⁵⁸ Esta calificación se asigna a la mejor calidad crediticia respecto de otros emisores o emisiones del país, y normalmente corresponde a las obligaciones financieras emitidas por el gobierno.

⁵⁹ Ver Fitch (2011).

⁶⁰ Ver Fitch (2011).

observa mediante dos modalidades de cálculo que la probabilidad de *default* dentro de un año para Éxito es prácticamente cero.

El nivel de apalancamiento que presenta la empresa al 31 de diciembre de 2010 calculado a través de la fórmula derivada del modelo de Merton $\frac{Ke^{-r\tau}}{V} = 0,23$. Este resultado demuestra un bajo nivel de endeudamiento, lo cual hace improbable, dado el nivel de volatilidad, que el valor de mercado del activo estimado (mediante Merton) caiga por debajo del valor del pasivo en el corto plazo.

3.5.2 Cementos Argos

Cementos Argos S.A fue constituida como sociedad anónima en agosto de 1944. Es una empresa multidoméstica, productora y comercializadora de cemento y concreto, con presencia en Colombia, Estados Unidos y el Caribe.

Cementos Argos anunció recientemente la escisión de sus actividades cementeras de los negocios de carbón, puertos, inversiones inmobiliarias y la mayor parte de sus inversiones de portafolio. En este nuevo esquema, Inversiones Argos, su principal accionista, se convertirá en una compañía Holding de Infraestructura, manejando directamente las inversiones de portafolio y las inversiones inmobiliarias, y convirtiéndose en la empresa que gerencie cuatro líneas de negocio: Cementos Argos, Colinversiones, el negocio de puerto y el negocio de carbón⁶¹.

De acuerdo con el informe emitido por Fitch Ratings Colombia en octubre de 2011, la calificación otorgada a Cementos Argos de su operación a largo plazo es **AA+**⁶² y de corto plazo es **F1+**. Teniendo en cuenta el comportamiento histórico de la empresa y sus características conyunturales, Fitch establece cinco factores determinantes para otorgar esta calificación a Cementos Argos: 1) la diversificación geográfica modera el ciclo económico, 2) desempeño favorable en Colombia y Caribe; mercado estadounidense sin despegar, 3) posición privilegiada para capturar beneficios en el mediano plazo, 4) el apalancamiento mantiene ajuste con su categoría de riesgo con métricas de cementeras pares y 5) liquidez presionada por importantes vencimientos de deuda en 2012.

Los beneficios de la diversificación geográfica que mantiene Cementos Argos se han evidenciado durante los últimos años. El desempeño de las operaciones en Colombia y el Caribe han mitigado parcialmente el efecto de contracción del mercado norteamericano. Aunque el mercado estadounidense no muestra signos de recuperación (los precios del

⁶¹ Ver Fitch (2011).

⁶² Muy alta calidad crediticia. Implica una muy sólida calidad crediticia respecto a otros emisores o emisores del país. El riesgo crediticio inherente a estas obligaciones financieras difiere levemente de los emisores domésticos mejor calificados.

cemento y el concreto siguen por debajo de su promedio histórico), la adquisición de activos cementeros y concretos en Estados Unidos por US 760 millones a la compañía Lafarge complementa y fortalece la operación actual de la compañía en los Estados Unidos y se alinea con la estrategia corporativa de largo plazo de diversificación geográfica de sus operaciones⁶³.

La calificación de largo plazo de Cementos Argos esta limitada principalmente por el importante nivel de apalancamiento y la perspectiva de una disminución de liquidez. La razón de apalancamiento, Deuda Financiera Ajustada / EBITDA a septiembre de 2011 es de 5,4 veces y a diciembre de 2010 es de 5,3 veces. Esto implica un incremento en el nivel de apalancamiento y por tanto, un deterioro del perfil crediticio.

El nivel de deuda se ha incrementado por la agresiva estrategia de crecimiento y el nivel de liquidez se ve amenazado por importantes vencimientos de deuda en el 2012⁶⁴. Esto implicará -según Fitch- un deterioro temporal de las métricas de protección de deuda e indicadores de liquidez. Sin embargo, dada la experiencia de Cementos Argos en el mercado y su plan estructurado de contingencia, estas posibles amenazas a su operación serán solamente temporales y no afectarán su actividad ni en el corto ni en el largo plazo.

Por otro lado, Fitch Ratings considera que el proceso de escisión de sus activos no resultará en un deterioro del perfil crediticio de la empresa, ya que no tendrá un efecto representativo sobre sus métricas crediticias. La actividad cementera es la principal actividad de Cementos Argos; para el 2010, representó el 95% de sus ingresos y tuvo una participación del 89% en su EBITDA. Fitch Ratings considera que, si bien una parte importante de su portafolio pasará a Inversiones Argos, la empresa mantendrá en su balance un portafolio de acciones valoradas en aproximadamente \$960 millones de dólares que, en caso de ser necesario, podrían ser negociadas para hacer frente a compromisos de deuda y/o financiar la expansión futura de sus operaciones. Por otro lado, la operación anunciada no implicará un aumento de los niveles de endeudamiento de Inversiones Argos, principal accionista y controlador de Cementos Argos, puesto que no involucrará pagos en efectivo sino un intercambio de acciones con sus accionistas minoritarios⁶⁵.

El análisis provisto por Fitch es entonces consistente con el modelo de Merton implementado para estimar el riesgo de *default* dentro de un año. Para el corto plazo, la calificación otorgada es **F1+**, que corresponde a la máxima calificación que maneja Fitch Ratings Colombia. En el presente trabajo se observa mediante dos modalidades de cálculo que la probabilidad de *default* dentro de un año para Cementos Argos es prácticamente cero.

⁶³ Ver Fitch (2011).

⁶⁴ El pago de crédito por \$200 millones de dólares sumados a otros vencimientos (Deuda bancaria por USD 323 millones, Bonos USD 126 millones y papeles comerciales USD 112 millones).

⁶⁵ Ver Fitch (2011).

El nivel de apalancamiento que presenta la empresa al 31 de diciembre de 2010 calculado a través de la fórmula derivada del modelo de Merton $\frac{Ke^{-r\tau}}{V} = 0,22$. Este resultado demuestra un bajo nivel de endeudamiento, lo cual hace improbable, dado el nivel de volatilidad, que el valor de mercado del activo estimado (mediante Merton) caiga por debajo del valor del pasivo en el corto plazo.

3.5.3 Bancolombia

Bancolombia es el conglomerado financiero más grande de Colombia, con una participación de cerca del 20% de los activos del sistema bancario colombiano y se ha convertido en un competidor regional por la adquisición del Banco Agrícola de El Salvador, una agencia en Miami y banca off-shore en Panamá, Islas Caymán y Puerto Rico. Su principal accionista es el grupo Suramericana⁶⁶.

De acuerdo con el informe emitido por Fitch Ratings Colombia en septiembre de 2011, la calificación crediticia otorgada a Bancolombia de su operación de largo plazo es **AAA** y de corto plazo es **F1+**. De acuerdo con la escala de calificaciones domesticas de Fitch, ésta es la máxima calificación crediticia tanto de corto como de largo plazo. Fitch Ratings Colombia presenta cuatro factores relevantes para otorgar esta calificación a Bancolombia: 1) sobresaliente posición en el mercado, 2) buen desempeño financiero, 3) riesgo de crédito diversificado, 4) sólidos niveles patrimoniales, 4) soporte.

La exposición crediticia de Bancolombia está bien diversificada gracias a su amplia presencia en Colombia y su franquicia dominante en El Salvador. La calificación otorgada por Fitch es un reflejo de su buena posición competitiva, su sólida generación de ganancias, su amplia base de clientes, su buena calidad de cartera y su fuerte posición de liquidez y capital. Esto genera una perspectiva de crecimiento en el mediano plazo que le asegura al banco mantener y mejorar gradualmente niveles de capital y liquidez. En cuanto al soporte, Fitch considera que existe una probabilidad moderada de recibir un soporte efectivo por parte del estado gracias a la importancia sistemática del banco en Colombia.

El análisis provisto por Fitch es entonces consistente con el modelo de Merton implementado para estimar el riesgo de *default* dentro de un año. Para el corto plazo, la calificación otorgada es **F1+** que corresponde a la máxima calificación que maneja Fitch Ratings Colombia. En el presente trabajo se observa mediante dos modalidades de cálculo que la probabilidad de *default* dentro de un año para Bancolombia es prácticamente cero.

El nivel de apalancamiento que presenta la empresa al 31 de diciembre de 2010 calculado a través de la fórmula derivada del modelo de Merton $\frac{Ke^{-r\tau}}{V} = 0,68$. Este resultado

⁶⁶ Ver Fitch (2011).

demuestra un nivel de endeudamiento relativamente alto si se compara con el nivel de apalancamiento de Éxito y Argos, de 0,22 y 0,23 respectivamente. Sin embargo, Bancolombia tiene un nivel de volatilidad menor que el de estas dos empresas; esto hace que la probabilidad de *default* siga siendo cercana a cero.

CONCLUSIONES

El modelo de Merton tiene varias ventajas prácticas. La más importante es que puede ser aplicado empíricamente en razón a que los parámetros pueden ser estimados a partir de datos reales, y además tienen interpretaciones claras. En el presente trabajo se aplicó el modelo para evaluar el riesgo de *default* de tres empresas representativas del mercado colombiano: Cementos Argos, Éxito y Bancolombia. De acuerdo con los resultados, la probabilidad de *default* a un año es prácticamente cero para las tres empresas. Los resultados son consistentes con la calificación otorgada por Fitch Ratings Colombia en el año 2011, la cual corresponde a **F1+** para cada una de las empresas; esta es la máxima calificación que maneja la empresa calificadora de riesgo para el mercado doméstico en el corto plazo.

Sin embargo, se debe recordar que los modelos económicos son una representación simplificada de la realidad y por tanto, tienen diversas limitaciones. El modelo de Merton no es la excepción. Aunque tiene ventajas para ser aplicado, su evaluación empírica no es, en ningún modo, absoluta, ya que se han detectado sesgos a la hora de su contrastación; se ha encontrado a través de aplicaciones empíricas que el modelo subestima el riesgo de *default* de las empresas⁶⁷.

De acuerdo con los resultados obtenidos para las tres empresas del presente trabajo, para las cuales la probabilidad de *default* es prácticamente cero, se puede pensar que existe la posibilidad de estar frente a un problema de “riesgo de modelo”, y no simplemente frente a un escenario en el que no hay riesgo de crédito; aunque el modelo es bastante aceptado en la academia por ser la base teórica del riesgo de crédito, éste presenta varias limitaciones que se han demostrado empíricamente.

La limitación más importante del modelo es el supuesto de Movimiento Browniano Geométrico, que se supone, sigue el valor del activo y la acción. Este supuesto es utilizado durante el presente trabajo: primero, al estimar una aproximación al valor de mercado de los activos a partir del valor de mercado de las acciones utilizando el modelo de Merton; segundo, al calcular la probabilidad de *default* en términos de “la distancia al *default*” a través de la fórmula (6); y tercero, cuando se utiliza el método de Monte Carlo.

El supuesto de Movimiento Browniano Geométrico incluye, entre otras, cuatro proposiciones⁶⁸: el cambio en los precios es estacionario; por tanto, la media y volatilidad no cambian en el tiempo. El cambio en los precios es independiente; no hay una correlación significativa con el cambio en el precio anterior. El cambio en los precios sigue una distribución normal; por tanto, el proceso está dominado por eventos “ordinarios” mientras

⁶⁷ Ver Löffler et al. (2007).

⁶⁸ Ver León (2009).

que eventos “extremos” ocurren con poca frecuencia. El cambio en los precios es continuo; es decir, sin saltos.

De acuerdo con la primera proposición, existe evidencia que demuestra que la volatilidad de los precios cambia en el tiempo, haciendo que el proceso sea no-estacionario. Referente a la segunda proposición, es bien conocido que grandes cambios en el precio de un activo tienden a ser seguidos por cambios de tamaño similar, ya sean de signo positivo o negativo, por lo que la hipótesis de independencia serial puede ser rechazada. Finalmente, para la tercera y cuarta proposición existe evidencia empírica que demuestra que el cambio en los precios no sigue una distribución normal y que existen cambios inesperados en su comportamiento; de acuerdo con demostraciones empíricas, el cambio en los precios exhibe una distribución con exceso de kurtosis si se compara con la distribución normal⁶⁹. Según Malevergne y Sornette⁷⁰, el exceso de kurtosis es también una evidencia de correlación serial. Lo cual refuerza la evidencia en contra de la proposición de independencia de los retornos.

Por tanto, para obtener resultados más confiables se podrían relajar algunos supuestos en cuanto a la dinámica del valor del activo; existen diversas extensiones al modelo de Merton que pueden ser aplicadas al presente trabajo. Algunas son: (i) incorporar saltos a la dinámica del valor del activo⁷¹, (ii) incorporar memoria de largo plazo al proceso⁷², (iii) reconocer que la volatilidad cambia para diferentes niveles de apalancamiento⁷³. Este tipo de procesos incluye la posibilidad de que la rentabilidad del activo experimente, de vez en cuando, modificaciones sustanciales, seguidas de periodos de variaciones reducidas. Esta dinámica puede ofrecer un panorama más real ya que incorpora un componente que describe choques externos que puede experimentar el valor del activo a través del tiempo.

Otra de las limitaciones más importantes del modelo de Merton es que asume que la empresa mantiene pasivos con la misma fecha de maduración y constantes en el corto plazo. Este supuesto es demasiado restrictivo ya que en la vida real las empresas se endeudan en cualquier momento del tiempo y mantienen diversos tipos de pasivos como bonos con pago de cupones, deudas bancarias, deudas con proveedores, entre otras; cada una con fecha de vencimiento diferente. Para obtener resultados más realistas, se debería aplicar un esquema en el que se pueda incluir deuda que madure en diferentes momentos, que cambie a través del tiempo o que pague cupones. Al incorporar estas variaciones al modelo se puede mitigar, en parte, el efecto de sobreestimación de la calidad crediticia de las empresas que se observa con frecuencia cuando se trabaja con pasivos homogéneos y totalmente constantes en el tiempo.

⁶⁹ Ver León (2009).

⁷⁰ Ver Malevergne et al. (2006).

⁷¹ El término que describe estos saltos se representa generalmente mediante un proceso de Poisson.

⁷² Ver León et al. (2011).

⁷³ Ver León (2009).

Por tanto, en torno a este modelo se han ido añadiendo, relajando o extendiendo supuestos con el objetivo de mejorar la predicción. Entre las extensiones más representativas se encuentran modificaciones del comportamiento del pasivo⁷⁴, la incorporación de volatilidades estocásticas⁷⁵, la introducción de tipos de interés variables en el tiempo⁷⁶ y la modificación que describe la dinámica de la rentabilidad del valor del activo⁷⁷.

Como extensión al modelo original, en el presente trabajo se implementa el enfoque de Löffler. Este método, a diferencia de Merton, utiliza datos históricos trimestrales del valor nominal del pasivo y solamente lo asume constante desde el último dato observado (en los balances financieros) hasta el punto de evaluación de *default*. Como extensión adicional se podría modelar el comportamiento del pasivo en el futuro calculando la tasa de crecimiento promedio de la serie histórica (datos trimestrales) del valor nominal del pasivo y aplicar esta tasa de crecimiento para estimar una nueva serie hasta el punto de evaluación.

Por otro lado, el *default* puede ocurrir en cualquier punto intermedio. Entonces, en cambio de evaluar la probabilidad en un punto objetivo (viendo la acción como una opción *call* europea) se podría evaluar el *default* en un punto intermedio (viendo la acción como una opción americana), y compararlo con un valor del pasivo que cambie a través del tiempo. Esta extensión se puede observar en el trabajo de Black y Cox⁷⁸. La idea es permitir que el *default* ocurra antes de la fecha de maduración del bono.

En conclusión se ha logrado aplicar empíricamente un modelo que tiene una gran acogida en la academia, pero que aún deja nuevos retos en cuanto a su formulación y aplicación sobre datos reales. Se ha logrado llegar a una base que permite entender la dinámica del modelo y que deja la puerta abierta a futuras investigaciones que permitan encontrar herramientas más adecuadas para evaluar el riesgo de *default* en Colombia. Esto, teniendo en cuenta la caracterización del mercado local y las extensiones al modelo que ya han sido aplicadas para evaluar empresas de otros países.

⁷⁴ Ver Lando (2004), quien introduce un modelo en el que incluye el pasivo como un bono que paga cupones en tiempo discreto.

⁷⁵ Ver Hull et al. (1987) Cox et al. (1975).

⁷⁶ En el método utilizado por Moody's KMV Corporation se utiliza la tasa libre de riesgo cambiando en el tiempo. Este enfoque es utilizado en el presente trabajo.

⁷⁷ Ver Merton (1976), quien desarrolla el proceso de difusión con saltos en la rentabilidad del activo subyacente.

⁷⁸ Black et al. (1976).

BIBLIOGRAFÍA

1. **Bachelier L**, *Théorie de la Spéculation*, Annales de l'Ecole Normale Supérieure, tercera serie, Vol.17, 1900.
2. **Bank of International Settlements**, *Basel II Part 2: Credit Risk- The Internal Ratings-Based Approach*, 2004.
3. **Black F y Cox J**, *Valuing Corporate Securities: Some effects of bond indenture provisions*, Journal of Finance, 1976.
4. **Black F y Scholes M**, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, The Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3, 1973.
5. **Cabrera J y Bazerque P**, *Probabilidad de Default de los créditos bancarios en una economía dolarizada*, Universidad de Montevideo y BCU, 2010.
6. **Caouette J, Altman E y Naraynan P**, *Managing Credit Risk*, John Wiley & Sons Inc, 1998.
7. **Cardona P**, *Aplicación de los árboles de decisión en modelos de riesgo crediticio*, Revista colombiana de estadística, Vol. 27 No. 2, pp 139-151, 2004.
8. **Cox J y Ross S**, *The Pricing of Options for Jump Processes*, Rodney L. White Center Working Paper No. 2-75, University of de Pennsylvania, Philadelphia, 1975.
9. **Crosbie P y Bohn J**, *Modeling default risk: modeling methodology*, 2003.
10. **Fitch Ratings Colombia**, *"Informe Almacenes Éxito"*, Superintendencia Financiera de Colombia, 2011.
11. **Fitch Ratings Colombia**, *"Informe Bancolombia"*, Superintendencia Financiera de Colombia, 2011.
12. **Fitch Ratings Colombia**, *"Informe Cementos Argos"*, Superintendencia Financiera de Colombia, 2011.
13. **Hull J y White A**, *The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities*, Journal of Finance Studies, 1987.
14. **Hull J, Nelken I y White A**, *Merton's Model, Credit Risk and Volatility Skews*, Universidad de Toronto, 2004.
15. **Jorion P**, *Financial Risk Manager Handbook*, John Wiley & Sons Inc, 2001.
16. **Lando D**, *Credit Risk Modeling: Theory and Applications*, Princeton University Press, 2004.
17. **León C y Reveiz A**, *Montecarlo Simulation of Long-Term Dependent Processes: a Primer*, Borradores de Economía, Número 648, Banco de la República, 2011.
18. **León C**, *"A theoretical approach to volatility surfaces in the Colombian market using the jump-diffusion model"*, Borradores de economía, No. 570. Banco de la República, 2009.

19. **Löffler G y Posch P**, *Credit risk modeling using Excel and VBA*, John Wiley & Sons Ltd, 2007.
20. **Malevergne Y y Sornette D**, “*Extreme financial risks: from dependence to risk management*”, Springer-Verlag, 2006.
21. **Merton R**, *On the Pricing of Corporate Debt-The risk Structure of Interest Rates*, The Journal of Finance, Vol. 29, Issue 2, Papers and Proceedings of the thirty-second Annual Meeting of the American Finance Association, New York, 1974.
22. **Merton R**, *Option Pricing When Underlying Returns are Discontinuous*, Journal of Financial Economics, 1976.
23. **Saita F**, *Value at Risk and Bank Capital Management*, Elsevier Inc, 2007.
24. **Samuelson P y Merton R**, *A Complete Model of Warrant Pricing that Maximizes Utility*, Indus Management Rev, 1969.
25. **Samuelson P**, *Rational Theory of Warrant Pricing*, Industrial Management Review, 6:2 p. 13, 1965.
26. **Saunders A y Allen L**, *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms*, John Wiley & Sons Inc, 2002.
27. **Saunders A**, *Financial Institutions Management*, Irwin McGraw Hill, 2000.
28. **Stiglitz J y Weiss A**, “*Credit Rationing in Markets with Imperfect Information*”, American Economic Review, Vol. 71, No. 3, pp 393-410, 1981.