

## EXTERNALIDADES DE RED EN UNA ECONOMÍA CON TRES IDIOMAS

BERNARDO ATUESTA  
LUIS FERNANDO GAMBOA

**SERIE DOCUMENTOS DE TRABAJO**

No. 19  
Junio 2007

# Externalidades de Red en una Economía con Tres Idiomas<sup>1</sup>

**Bernardo Atuesta Montes**  
Universidad del Rosario  
bernardo\_atuesta@hotmail.com  
Bogotá- Colombia

**Luis Fernando Gamboa**  
Universidad del Rosario  
lfgamboa@urosario.edu.co  
Bogotá- Colombia

## Abstract

*We study the effect of learning another language on the social and individual welfare by a people group who do not know that language. We use network economics approach in order to take into account the externalities of languages. The equilibrium with decentralized choices is not as good as the resulting from centralized choices.*

## Resumen

*El documento estudia el impacto del aprendizaje de una lengua por parte de un grupo de personas sobre el bienestar individual y social. Se aborda el enfoque de economía de redes para incorporar las externalidades que aparecen en lenguaje. Se encuentra que el equilibrio alcanzado cuando se toman decisiones descentralizadas es inferior al que se obtendría al tomarlas de manera centralizada.*

Palabras Clave: Economía del Lenguaje, Redes, Externalidades  
JEL: Z13, D62, D85

---

<sup>1</sup> Los autores agradecen el apoyo de la Universidad del Rosario. Correspondencia a: Luis Fernando Gamboa. Cde. 14. No. 4-69. Bogotá- Colombia

## Introducción

El lenguaje es uno de los aspectos que caracteriza una cultura y a la vez permite la comunicación entre muchas de ellas. A nivel de países, existe una gran cantidad de ellos que presentan heterogeneidad lingüística, ya sea por motivos de colonización en siglos anteriores, por el flujo de inmigrantes o por la presencia de grupos indígenas.

En muchos países se ha planteado la discusión sobre la necesidad de estandarizar el uso del lenguaje, mediante el establecimiento implícito de una lengua oficial. Sin embargo, aunque esta tendencia puede ser beneficiosa en términos administrativos, al reducir costos de transmisión de la información, puede sacrificar la multiplicidad lingüística. Como afirma Pool (1995), una política de lenguaje involucra un compromiso entre eficiencia y justicia. No sería eficiente oficializar todos los lenguajes, pero dejar de lado algunos de ellos puede ser injusto. Principios como el de autenticidad están a favor de reconocer lenguas indígenas, el de uniformidad solo reconoce un lenguaje y en medio de ellos se encuentra la discusión sobre qué lenguas reconocer, o simplemente, en cuantas de ellas transmitir información oficial.

El lenguaje es considerado como capital humano porque cumple con las características necesarias para ello según Chiswick (1996): está inmerso en la persona, tiene un costo su adquisición y es productivo. Esto permite comprender por qué su estudio en economía ha abarcado diferentes ópticas. La literatura económica del lenguaje se puede dividir en tres grupos. El primer grupo de estudios, seguramente el más amplio, se dedica a determinar las diferencias en el nivel de ingresos entre varias minorías. Bloom y Grenier (1992); Bloom y Grenier (1996) buscan explicar la brecha de ingreso y empleo entre los hispano parlantes y los anglo parlantes en Estados Unidos, y entre los franco parlantes y los anglo parlantes en algunas regiones de Canadá. Entre las variables que utilizan para explicar dicha brecha de ingreso y empleo está el origen étnico y la lengua materna, el dominio de una segunda lengua, la región de residencia, el género, la edad, el nivel de educación, y las dinámicas poblacionales de cada país.

Chiswick y Miller (1993) busca explicar la elección de la región de residencia y el idioma por parte de los inmigrantes en Canadá. Se encuentra que unas de las variables más significativas son el volumen de la economía laboral de la región escogida, y la familia lingüística de origen. Posteriormente, en otro trabajo Chiswick y Miller (1999) se acercan al trabajo de Bloom & Grenier, pero profundizan en el tiempo que llevan los hispano parlantes como inmigrantes en Estados Unidos, su nivel de educación y de dominio del inglés, y el nivel de contacto que puedan tener con otros individuos del mismo origen lingüístico. Otros documentos semejantes son los de Grenier y Vaillancourt (1983), Grenier (1982), Stevens (1985), y Robinson (1985).

El segundo grupo de estudios incluye al aprendizaje de una segunda lengua como una variable importante en actividades económicas específicas. Por ejemplo, Choi (2000) desarrolla un modelo para determinar las consecuencias del comercio internacional entre

dos naciones con idiomas diferentes. Choi (2000) supone que los salarios son diferentes en cada nación, y asegura que en el largo plazo los individuos del país de salarios bajos adoptarán el lenguaje del país de salarios altos.

El último grupo de estudios se refiere a los trabajos teóricos, que toman al lenguaje como una red no-física con externalidades. Dalmazzone (2000), muestra cómo el lenguaje puede estudiarse desde una perspectiva de economía de redes, puesto que existe una red indirecta en la cual interactúan los individuos y en la cual se generan externalidades de red, tanto positivas como negativas. Las externalidades de red aparecen en comunicación, información, traducción, entre otras. El lenguaje es una red de comunicación no-física y su efecto de red se da cuando una persona aprende un nuevo lenguaje. El conocimiento de un lenguaje, genera beneficios tanto a la persona que lo aprende, como a quienes ya lo están utilizando, y además tengan la posibilidad de incrementar sus interacciones referentes a empleo, intercambio de información, cultura, etc., es decir asegura un incremento en el bienestar de todos los agentes pertenecientes a la red. También existen resultados negativos, cuando el aprendizaje de una lengua ampliamente expandida termina por destruir los lenguajes menos utilizados, en el caso de culturas indígenas, y por lo tanto disminuyendo una riqueza cultural existente.

En este mismo sentido, el trabajo de Bertrand, Luttmer et al. (2000) trata al lenguaje como una red social que tiene una relación directa con el nivel de bienestar de la población. Bertrand, Luttmer et al. (2000) sugiere que entre mayor sea el número de personas con las cuales un individuo en particular se pueda comunicar, mayor será su participación en los servicios de salud y bienestar.

A diferencia de los trabajos anteriores de lenguaje como red, Church y King (1993) desarrollaron un modelo de dos poblaciones con tamaños e idiomas diferentes bajo externalidades de red. Es un trabajo esencialmente teórico de una economía con dos idiomas afectada por externalidades de red, y su conclusión es que si los costos de aprender una segunda lengua no son muy altos, el óptimo de Pareto se alcanza cuando todos los individuos de la población más pequeña aprendan el idioma de la población más grande.

Las fallas de mercado se dan cuando la suma de las decisiones individuales no coincide con el óptimo social. Una de estas fallas se presenta en el modelo cuando ningún individuo decide aprender un segundo idioma a la vez que es socialmente óptimo que los de la minoría aprendan el otro idioma. Cuando un individuo toma la decisión de aprender otro idioma no tiene en cuenta que su decisión puede incrementar la utilidad de los agentes que hablan el idioma que éste va a aprender. En consecuencia, las decisiones individuales difieren de lo deseado socialmente. La externalidad también influye en que, si los costos no son muy altos, se minimicen los costos sociales cuando los individuos del grupo más pequeño aprenden el idioma más difundido. Es decir que los costos sociales son mínimos si los individuos del idioma hablado por menos personas aprenden el idioma dominante (hablado por más personas).

Partiendo desde este último enfoque del lenguaje como una red, Grin (2000) analiza las posibles políticas que se pueden implementar con el fin de preservar los idiomas de las minorías.

Estas políticas cobran fuerza cuando se hace necesario evaluar la evolución del lenguaje, como campo de estudio en economía, a lo largo del tiempo. Los procesos de globalización han impulsado una tendencia hacia la estandarización en muchos aspectos propios de cada país. Uno de los aspectos que se ha venido estableciendo es el uso de un lenguaje común, -inglés-, frente a lo cual los países de otra lengua han incurrido en una serie de costos necesarios para su adopción. En pleno inicio del siglo XXI el crecimiento sostenido de China, que es un país altamente poblado, lo ha llevado a convertirse en una potencia mundial, y por ello es importante evaluar la importancia de un tercer idioma.

Este trabajo busca hacer un análisis microeconómico de la dinámica de los lenguajes en una comunidad determinada. Dado que el lenguaje es una red de comunicación no-física, para alcanzar este objetivo se va a desarrollar un modelo de una economía multilingüe basado en la teoría de redes con externalidad. La importancia de esta clase de trabajos radica en que resalta las desviaciones del máximo bienestar que es alcanzable cuando se toman decisiones de manera descentralizada y por lo tanto se alcanzan equilibrios sub-óptimos. Además, pone de manifiesto el impacto del aprendizaje cuando una comunidad está compuesta por tres grupos de diferente lenguaje. En ese sentido es una ampliación del trabajo de Church y King (1993), que trabaja el tema de una economía con dos lenguajes.

La idea del modelo es ver cuál es la dinámica de la población con respecto al aprendizaje de una segunda lengua cuando existe un tercer idioma. Esta formulación implica que el conocimiento de una segunda lengua no permite una comunicación con todos los miembros de la sociedad. El trabajo se dividirá en dos secciones. En la primera sección se desarrollará un modelo de una economía con tres idiomas y externalidades de red. Se determinarán los posibles equilibrios y se establecerá un óptimo social. En la segunda sección se concluirá y se darán algunas recomendaciones para posibles extensiones del trabajo.

## I. Modelo

Se tiene una sociedad de  $N$  agentes, compuesta por tres grupos de personas con su propio idioma, en la que estos idiomas son sustitutos entre sí, (la traducción de palabras o expresiones de un idioma a otro sostiene exactamente el mismo concepto o significado para todos los individuos). También se asume que los componentes de los idiomas son compatibles, de manera que los objetos de expresión lingüística, como teclados y teléfonos, son iguales para todos los lenguajes y que los '*switching cost*' no incluyen aspectos tecnológicos de comunicación, ni costos adicionales en el aprendizaje asociados al abecedario, los números, los símbolos de expresión, etc, entre idiomas.

Inicialmente cada individuo conoce solamente el idioma del grupo al que pertenece y debe decidir si aprende otro idioma o no<sup>2</sup>. Esta decisión es la que le permitirá comunicarse con individuos que no hablen su idioma. Se asume entonces que cada individuo de la economía aprende solo un idioma al nacer. Por lo tanto, se tiene inicialmente que el número de agentes que hablan el idioma 1, 2 y 3 son respectivamente:  $n_1^0, n_2^0$  y  $n_3^0$ . Con  $n_1^0 + n_2^0 + n_3^0 = N$ .

Para que exista la posibilidad de que los agentes piensen en aprender una segunda lengua, se asume que los tres grupos sostienen una constante interacción. También se va a suponer que todos los agentes valoran de igual manera el hecho de poder comunicarse con más gente. Por lo tanto la función de utilidad del agente representativo es:

$$U_i = \begin{cases} \alpha(n_i^0 + n_j^i + n_k^i) & \text{si } i \text{ no aprende ningún idioma} \\ \alpha(n_i^0 + n_j^0 + n_k^i + n_k^j) - c & \text{si } i \text{ aprende el idioma de } j \\ \alpha(n_i^0 + n_k^0 + n_j^i + n_j^k) - c & \text{si } i \text{ aprende el idioma de } k \end{cases}$$

para  $i, j, k = 1, 2, 3$

Siendo  $n_j^i$ , el número de agentes pertenecientes al grupo  $j$  que decidieron aprender el idioma del grupo  $i$  en la segunda etapa del juego, con  $n_j^i > 0$  para todo  $i, j = 1, 2, 3$ . El parámetro  $\alpha > 0$  mide la importancia de poder comunicarse con otras personas como consecuencia del tamaño de la población que habla dicho idioma; y  $c > 0$  es un costo fijo asociado al aprendizaje de un idioma.<sup>3</sup> Este costo fijo incluye una gran diversidad de factores entre los que se encuentran el tiempo, el esfuerzo, el dinero gastado en clases, los costos culturales de la posible extinción del idioma materno, y los costos de asimilación de otra cultura. Se asume que estos costos son simétricos en concordancia a los supuestos de compatibilidad entre los componentes de los idiomas, y de la existencia de un agente representativo.

Esta función de utilidad expresa claramente la externalidad de red ligada al aprendizaje de un lenguaje. Cuando un agente del grupo  $j$  o  $k$  decide aprender el idioma del grupo  $i$ , todos los individuos pertenecientes al grupo  $i$  perciben un incremento en su bienestar sin realizar ninguna acción ni incurrir en ningún costo. Cada vez que un individuo de cualquier grupo aprende una segunda lengua, es decir entra a una nueva red de lenguaje, se incrementan las posibilidades de interacción de todos los miembros de la red, incluyendo al nuevo integrante.

Otro supuesto relevante del modelo es que todos los individuos tienen información perfecta. Lo que significa que pueden predecir y observar correctamente el número y tipo de personas que aprenden una segunda lengua (Shy 2001: pp. 254).

<sup>2</sup> Por simplicidad se limita el modelo a un máximo de dos idiomas por individuo.

<sup>3</sup> Costos asimétricos se podrían justificar cuando los componentes de los idiomas no son compatibles. En tal caso, el costo de aprender una segunda lengua involucraría un cambio de teclado para el computador.

A continuación se enumeran las condiciones relevantes sobre las posibles elecciones de cada individuo:

1. Los agentes pertenecientes al grupo  $i$  eligen no aprender ningún idioma si y solo si se cumple:

$$c \geq \alpha(n_j^0 - n_j^i + n_k^j) \quad (1.1)$$

, y 
$$c \geq \alpha(n_k^0 - n_k^i + n_j^k) \quad (1.2)$$

En otras palabras, si el costo de aprender el idioma del grupo  $j$  o  $k$  es mayor que la utilidad de hablar con los integrantes del grupo  $j$  y  $k$  que no hablan el lenguaje del grupo  $i$ , la mejor elección de los individuos del grupo  $i$  es no aprender ningún idioma.

2. Los agentes pertenecientes al grupo  $i$  eligen aprender el idioma del grupo  $j$  si y solo si se cumple:

$$\alpha(n_j^0 - n_j^i + n_k^j) \geq c \quad (2.1)$$

, y 
$$n_j^0 - n_j^i - n_k^j \geq n_k^0 - n_k^i - n_j^k \quad (2.2)$$

La condición (2.1) significa que la utilidad de poder comunicarse con todos los individuos de la economía que conocen el idioma del grupo  $j$ , excepto los del grupo  $j$  que aprendieron el idioma del grupo  $i$ , debe ser mayor al costo de aprender el lenguaje del grupo  $j$ . Esta exclusión se lleva a cabo precisamente por la externalidad de red del lenguaje. A un individuo del grupo  $i$  no le interesa la utilidad que le representa el número de agentes del grupo  $j$  que aprendieron el idioma del grupo  $i$  en el momento de decidir si aprender o no el idioma del grupo  $j$ , precisamente porque ya se puede comunicar con estos.

La condición (2.2) implica que para que los individuos del grupo  $i$  prefieran aprender el idioma del grupo  $j$  al del grupo  $k$ , es porque van a tener mayores posibilidades de comunicación e interacción con los individuos del grupo  $j$  (que no aprendieron ningún idioma) que con los del grupo  $k$  (que no aprendieron ningún idioma).

3. Los agentes pertenecientes al grupo  $i$  eligen aprender el idioma del grupo  $k$  si y solo si se cumple:

$$\alpha(n_k^0 - n_k^i + n_j^k) \geq c \quad (3.1)$$

, y 
$$n_k^0 - n_k^i - n_j^k \geq n_j^0 - n_j^i - n_k^j \quad (3.2)$$

Las condiciones (3.1) y (3.2) tienen un análisis análogo al de las condiciones (2.1) y (2.2) respectivamente<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> De hecho, si  $n_j^0 = n_k^0$  los casos 2 y 3 son simétricos.

Ya claras las posibles elecciones de cada individuo, los equilibrios factibles son los siguientes (ver Apéndice para una mayor claridad sobre la obtención de los equilibrios):

$$\begin{aligned}
E_1 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; 0; 0; 0; 0; 0\} && \text{cuando } c \geq \alpha n_1^0; c \geq \alpha n_2^0; c \geq \alpha n_3^0 \\
E_2 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{n_1^0; 0; 0; 0; 0; n_3^0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_2^0 + n_3^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_2^0 + n_1^0) \\
E_3 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; n_1^0; 0; n_2^0; 0; 0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_3^0 + n_1^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_3^0 + n_2^0) \\
E_4 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; 0; n_2^0; 0; n_3^0; 0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_1^0 + n_2^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_1^0 + n_3^0) \\
E_5 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{n_1^0; 0; 0; n_2^0; n_3^0; 0\} && \text{cuando } \alpha n_1^0 \geq c; \alpha n_2^0 \geq c; \alpha n_3^0 \geq c \\
E_6 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; n_1^0; n_2^0; 0; 0; n_3^0\} && \text{cuando } \alpha n_1^0 \geq c; \alpha n_2^0 \geq c; \alpha n_3^0 \geq c
\end{aligned}$$

Ahora se mostrarán los equilibrios que alcanza la economía dependiendo del costo. Si asumimos que  $n_1^0 < n_2^0 < n_3^0$ , con  $n_1^0 + n_2^0 < n_3^0$ , aparte de los supuestos tradicionales ( $c > 0$ ;  $\alpha > 0$ ;  $n_i^0 > 0$  para todo  $i = 1, 2, 3$ ) se tiene que:

- a) Si  $c \leq \alpha n_1^0 < \alpha n_2^0 < \alpha n_3^0$ , de los seis posibles equilibrios, el único al que no se llega es a  $E_1$ . Si el costo de aprender una segunda lengua es menor que la utilidad que genera la comunicación con cualquiera de los grupos, se espera que alguno de los grupos aprenda un idioma diferente al propio.
- b) Si  $\alpha n_1^0 < c \leq \alpha n_2^0 < \alpha n_3^0$ , siempre se llegará a un equilibrio en el cual uno de los grupos no aprende ningún idioma, pero los dos grupos restantes aprenden el idioma del grupo que no aprendió ninguno. Estos equilibrios aseguran que todos los agentes de la economía se puedan comunicar a través de un mismo idioma. Los posibles equilibrios bajo esta situación son:  $E_2, E_3$  y  $E_4$ .
- c) Si  $\alpha n_1^0 < \alpha n_2^0 < c < \alpha n_3^0$ , todos los agentes del grupo 1 y 2 aprenden el idioma del grupo 3. Es decir, siempre se cumplen las condiciones para que se llegue al equilibrio  $E_3$ . Sin embargo, si se tiene que  $c < \alpha(n_1^0 + n_2^0) < \alpha n_3^0$ , existe la posibilidad de que se den también los equilibrios  $E_2$  y  $E_4$ <sup>5</sup>.
- d) Si  $\alpha n_1^0 < \alpha n_2^0 < \alpha n_3^0 \leq c$ , el único equilibrio que con seguridad se cumple es  $E_1$ .  $E_3$  se cumple si  $\alpha n_3^0 = c$ ; y la única posibilidad para que se llegue a los equilibrios  $E_2$  y  $E_4$  bajo estas condiciones es que se tenga  $c \leq \alpha(n_1^0 + n_2^0)$ .

---

<sup>5</sup> Si desde un principio se tuviera que  $n_1^0 + n_2^0 > n_3^0$ , el análisis de este caso sería igual al del caso anterior (cuando  $\alpha n_1^0 < c \leq \alpha n_2^0 < \alpha n_3^0$ ).

Se concluirá el análisis con un estudio del bienestar de la economía. Con una función de bienestar social dada por  $W = n_1^0 U_1 + n_2^0 U_2 + n_3^0 U_3$ , el bienestar que reporta cada equilibrio factible es:

$$\begin{aligned}
 W(E_1) &= W(0; 0; 0; 0; 0; 0) = \alpha(n_1^{0^2} + n_2^{0^2} + n_3^{0^2}) \\
 W(E_2) &= W(n_1^0; 0; 0; 0; 0; n_3^0) = \alpha N^2 - c(n_1^0 + n_3^0) \\
 W(E_3) &= W(0; n_1^0; 0; n_2^0; 0; 0) = \alpha N^2 - c(n_1^0 + n_2^0) \\
 W(E_4) &= W(0; 0; n_2^0; 0; n_3^0; 0) = \alpha N^2 - c(n_2^0 + n_3^0) \\
 W(E_5) &= W(n_1^0; 0; 0; n_2^0; n_3^0; 0) = \alpha N^2 - cN \\
 W(E_6) &= W(0; n_1^0; n_2^0; 0; 0; n_3^0) = \alpha N^2 - cN
 \end{aligned}$$

Bajo el supuesto de  $n_1^0 < n_2^0 < n_3^0$ , se tiene que:

$$W(E_3) > W(E_2) > W(E_4) > W(E_5) = W(E_6)$$

La desigualdad anterior implica que el menor bienestar social se alcanza cuando todos los agentes de la economía aprenden una segunda lengua; y el mayor bienestar social se alcanza cuando los individuos de los grupos 1 y 2 aprenden el lenguaje del grupo 3, que es el idioma hablado por un mayor número de personas. Como afirma (Shy 2001: pp. 257), “no es óptimo tener hablantes del idioma más utilizado aprendiendo lenguajes usados por las minorías, debe ser al contrario”.

A continuación se determina en qué casos es socialmente preferido  $E_3$  a  $E_1$ :

$$W(E_1) = \alpha(n_1^{0^2} + n_2^{0^2} + n_3^{0^2}) < W(E_3) = \alpha N^2 - c(n_1^0 + n_2^0)$$

$$\Leftrightarrow c < 2\alpha \frac{(n_1^0 n_2^0 + n_2^0 n_3^0 + n_1^0 n_3^0)}{(n_1^0 + n_2^0)}$$

Dado que

$$2\alpha \frac{(n_1^0 n_2^0 + n_2^0 n_3^0 + n_1^0 n_3^0)}{(n_1^0 + n_2^0)} > \alpha n_3^0,$$

se puede asegurar que existe una falla de mercado cuando:

$$2\alpha \frac{(n_1^0 n_2^0 + n_2^0 n_3^0 + n_1^0 n_3^0)}{(n_1^0 + n_2^0)} > c > \alpha n_3^0$$

Si el costo se encuentra en este intervalo, es socialmente óptimo que todos los individuos de la economía aprendan el idioma del grupo 3, pero al mismo tiempo ese resultado no es un equilibrio porque se estaría violando la condición  $c < \alpha n_3^0$ , necesaria para obtener  $E_3$ .

## II. Conclusiones y Extensiones

El modelo demuestra que en una economía de tres grupos con idiomas diferentes el óptimo social es que los individuos aprendan el idioma dominante, es decir el idioma hablado por el grupo más grande de personas. Este resultado se debe básicamente a las externalidades que presenta el aprendizaje de una segunda lengua.

Las posibles consecuencias que traería este equilibrio es la extinción de los dos idiomas menos hablados, en este caso el de los grupos 1 y 2. Lo que se sugiere para determinar el periodo de extinción de cada idioma es realizar un modelo que involucre varias generaciones.

Adicionalmente, otra situación que puede justificar los costos asimétricos es cuando los tamaños de los grupos son significativamente disímiles. En el mundo real, el tiempo y el esfuerzo gastados en conseguir un profesor de un idioma expandido (inglés) no son iguales a los gastados en conseguir un profesor de otro idioma (vasco), para un colombiano.

Por último, una extensión necesaria es evitar suponer un agente representativo. Los distintos idiomas están, en la mayoría de los casos, ligados a culturas diferentes; y por consiguiente se implican gustos y elecciones diferentes. Si el solo hecho de suponer un agente representativo dentro de una misma cultura es un insulto a la realidad, mucho más lo es suponer un agente representativo en una economía con culturas distintas.

## Apéndice

Dadas las posibles elecciones de cada individuo (1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1) y (3.2), se mostrarán los posibles equilibrios en la Tabla 1; y a continuación, la viabilidad de cada uno de ellos.

<b>Tabla 1. Posibles Equilibrios del Modelo de Tres Lenguajes bajo Externalidades de Red</b>						
	$n_i^j$	$n_i^k$	$n_j^i$	$n_j^k$	$n_k^i$	$n_k^j$
1	0	0	0	0	0	0
2	$n_i^0$	0	0	0	0	0
3	0	$n_i^0$	0	0	0	0
4	0	0	$n_j^0$	0	0	0
5	0	0	0	$n_j^0$	0	0
6	0	0	0	0	$n_k^0$	0
7	0	0	0	0	0	$n_k^0$
8	$n_i^0$	0	$n_j^0$	0	0	0

9	$n_i^0$	0	0	$n_j^0$	0	0
10	$n_i^0$	0	0	0	$n_k^0$	0
11	$n_i^0$	0	0	0	0	$n_k^0$
12	0	$n_i^0$	$n_j^0$	0	0	0
13	0	$n_i^0$	0	$n_j^0$	0	0
14	0	$n_i^0$	0	0	$n_k^0$	0
15	0	$n_i^0$	0	0	0	$n_k^0$
16	0	0	$n_j^0$	0	$n_k^0$	0
17	0	0	$n_j^0$	0	0	$n_k^0$
18	0	0	0	$n_j^0$	$n_k^0$	0
19	0	0	0	$n_j^0$	0	$n_k^0$
20	$n_i^0$	0	$n_j^0$	0	$n_k^0$	0
21	$n_i^0$	0	$n_j^0$	0	0	$n_k^0$
22	$n_i^0$	0	0	$n_j^0$	$n_k^0$	0
23	$n_i^0$	0	0	$n_j^0$	0	$n_k^0$
24	0	$n_i^0$	$n_j^0$	0	$n_k^0$	0
25	0	$n_i^0$	$n_j^0$	0	0	$n_k^0$
26	0	$n_i^0$	0	$n_j^0$	$n_k^0$	0
27	0	$n_i^0$	0	$n_j^0$	0	$n_k^0$

La tabla 1 enumera todos los posibles equilibrios que se pueden obtener en el modelo de tres idiomas. El equilibrio está dado por un vector  $\{n_i^j; n_i^k; n_j^i; n_j^k; n_k^i; n_k^j\}$ . Dado que todos los individuos son iguales, excepto por su idioma natal, entonces la elección que tome un individuo del grupo  $k$ , por ejemplo, será la misma que tomen todos los agentes pertenecientes al mismo grupo. Es decir, que si un individuo del grupo  $k$  elige aprender el lenguaje del grupo  $j$ , entonces se tendrá que  $n_k^j = n_k^0$  y  $n_k^i = 0$ . Análogamente, sucede lo mismo con los individuos del grupo  $i$  y  $j$ . Si el grupo decide no aprender ningún idioma, entonces se tendrá por ejemplo para  $j$  que  $n_j^k = n_j^i = 0$ .

• Si ningún agente de la economía elige aprender un idioma, las ecuaciones (1.1) y (1.2) sugieren que se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ :  $c \geq \alpha n_j^0$  y  $c \geq \alpha n_k^0$

Si el costo de aprender el idioma del grupo  $j$  o  $k$  es mayor al beneficio de poder comunicarse con éstos, entonces ningún individuo del grupo  $i$  decidirá aprender una segunda lengua.

- Para los integrantes del grupo  $j$ :  $c \geq \alpha n_i^0$  y  $c \geq \alpha n_k^0$
- Para los integrantes del grupo  $k$ :  $c \geq \alpha n_i^0$  y  $c \geq \alpha n_j^0$

Lo anterior significa que para que el equilibrio sea el número 1:  $\{n_i^j; n_i^k; n_j^i; n_j^k; n_k^i; n_k^j\} = \{0; 0; 0; 0; 0; 0\}$  se debe tener que  $c \geq \alpha n_i^0$ ;  $c \geq \alpha n_j^0$ ; y  $c \geq \alpha n_k^0$ .

- Si los individuos pertenecientes al grupo  $i$  y al grupo  $k$  deciden no aprender ningún idioma, pero los del grupo  $j$  deciden aprender el idioma del grupo  $i$ , se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (1.1) y (1.2):  $c \geq 0$  y  $c \geq \alpha n_k^0$
- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha n_i^0 \geq c$  y  $n_i^0 \geq n_k^0$

Si la utilidad de hablar con la población que conoce el lenguaje del grupo  $i$  es mayor al costo de aprender una segunda lengua, los agentes de  $j$  aprenderán el idioma de  $i$ , siempre que el número de personas que habla el idioma de  $i$  sea mayor al de  $k$ .

Para los integrantes del grupo  $k$ , según (1.1) y (1.2):  $c \geq \alpha(n_i^0 + n_j^0)$  y  $c \geq \alpha n_j^0$

Una vez los integrantes del grupo  $j$  hayan aprendido el idioma de  $i$ , los agentes de  $k$  decidirán no aprender ningún idioma si el costo de comunicarse con cualquiera de los otros dos grupos supera su beneficio. Lo anterior indica que los equilibrios 2, 3, 4, 5, 6, y 7 de la Tabla 1 no son factibles. Pues, se debe cumplir simultáneamente que  $\alpha n_i^0 \geq c$  y que  $c \geq \alpha(n_i^0 + n_j^0)$ , lo que nunca se va a tener siempre que  $c, n_i^0, n_j^0, \alpha > 0$ , independientemente de que  $\alpha n_i^0 \geq \alpha n_k^0$ . En otras palabras, no es posible llegar a una situación en la que un grupo aprende el idioma de otro grupo, mientras los otros dos grupos no aprenden ningún idioma.

- Si los individuos de los grupos  $j$  y  $k$  aprenden el idioma del grupo  $i$ , pero los del grupo  $i$  no aprenden ningún idioma, se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (1.1) y (1.2):  
 $c \geq 0$

Si los individuos de los grupos  $j$  y  $k$  ya conocen el idioma del grupo  $i$ , entonces a los integrantes del grupo  $i$  no les interesa aprender ninguno de los otros dos idiomas porque ya se pueden comunicar con toda la población. Esto es un efecto directo de la externalidad del lenguaje.

- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha(n_i^0 + n_k^0) \geq c$  y  $n_i^0 \geq 0$
- Para los integrantes del grupo  $k$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha(n_i^0 + n_j^0) \geq c$  y  $n_i^0 \geq 0$

Por consiguiente, si se tiene  $0 \leq c \leq \alpha(n_i^0 + n_j^0)$  y  $0 \leq c \leq \alpha(n_i^0 + n_k^0)$ , los equilibrios 11, 13, y 16 de la Tabla 1 son factibles.

- Si los individuos del grupo  $i$  no aprenden ningún idioma, los del grupo  $j$  aprenden el idioma del grupo  $i$ , y los del grupo  $k$  aprenden el idioma del grupo  $j$ , se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (1.1) y (1.2):  $c \geq \alpha n_k^0$
- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha n_i^0 \geq c$  y  $n_i^0 \geq 0$
- Para los integrantes del grupo  $k$ , según (3.1) y (3.2):  $\alpha n_j^0 \geq c$  y  $0 \geq n_i^0$

Si se cumple  $0 \geq n_i^0$  y  $n_i^0 \geq 0$  simultáneamente, se dice que  $n_i^0 = 0$ . Pero, bajo el supuesto de que todos los grupos tienen al menos un integrante, es decir  $n_i^0 > 0$  para todo  $i = 1, 2, 3$ , se llega a que los posibles equilibrios 9, 10, 12, 15, 17, y 18 de la Tabla 1 no son factibles.

- Si los agentes del grupo  $i$  deciden no aprender una segunda lengua, los del grupo  $j$  deciden aprender el idioma del grupo  $k$ , y los del grupo  $k$  aprenden el idioma del  $j$ , se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (1.1) y (1.2):  $c \geq \alpha(n_k^0 + n_j^0)$
- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (3.1) y (3.2):  $0 \geq c$  y  $0 \geq n_i^0$
- Para los integrantes del grupo  $k$ , según (3.1) y (3.2):  $0 \geq c$  y  $0 \geq n_i^0$

Estas condiciones significan que la única vía para que los grupos  $j$  y  $k$  aprendan una segunda lengua diferente a la del grupo  $i$ , es que el costo de aprender un idioma sea igual a cero, y que en la economía solo existan los grupos  $j$  y  $k$ . Esto va en contravía de los supuestos  $c > 0$  y  $n_i^0 > 0$  para todo  $i, j$  y  $k = 1, 2, 3$ . En consecuencia, los posibles equilibrios 8, 14, y 19 de la Tabla 1 no son factibles.

- Si los individuos pertenecientes al grupo  $i$  deciden aprender el lenguaje del grupo  $j$ , los de los grupos  $j$  y  $k$  aprenden  $i$ , se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (2.1) y (2.2):  $0 \geq c$
- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha n_k^0 \geq c$
- Para los integrantes del grupo  $k$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha(n_i^0 + n_j^0) \geq c$

De nuevo, existe una contradicción entre los supuestos del modelo y las condiciones del caso. El modelo se desarrolla bajo  $c > 0$ , por lo que no puede pasar que  $0 \geq c$ . Por ende, los posibles equilibrios 20, 21, 23, 24, 26, y 27 de la Tabla 1 no son factibles.

- El último caso a analizar es cuando los integrantes del grupo  $i$  aprenden el idioma de  $j$ , los de  $j$  aprenden el idioma del grupo  $k$ , y los del  $k$  aprenden el idioma de  $i$ . Si esto sucede, se debe cumplir simultáneamente que:

- Para los integrantes del grupo  $i$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha n_j^0 \geq c$

- Para los integrantes del grupo  $j$ , según (3.1) y (3.2):  $\alpha n_k^0 \geq c$
- Para los integrantes del grupo  $k$ , según (2.1) y (2.2):  $\alpha n_i^0 \geq c$

Si hay una especie de relación cíclica en el aprendizaje de una segunda lengua, la utilidad de comunicarse con cualquiera de los grupos debe ser mayor al costo fijo. Los posibles equilibrios 22 y 25 de la Tabla 1 son factibles si y solo si se tiene que  $\alpha n_i^0, \alpha n_j^0, \alpha n_k^0 \geq c$  con  $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3$  según corresponda .

En resumen, para los tres grupos de la economía, se encontraron los siguientes seis equilibrios:

$$\begin{aligned}
 E_1 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; 0; 0; 0; 0; 0\} && \text{cuando } c \geq \alpha n_1^0; c \geq \alpha n_2^0; c \geq \alpha n_3^0 \\
 E_2 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{n_1^0; 0; 0; 0; 0; n_3^0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_2^0 + n_3^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_2^0 + n_1^0) \\
 E_3 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; n_1^0; 0; n_2^0; 0; 0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_3^0 + n_1^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_3^0 + n_2^0) \\
 E_4 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; 0; n_2^0; 0; n_3^0; 0\} && \text{cuando } 0 \leq c \leq \alpha(n_1^0 + n_2^0) \text{ y } 0 \leq c \leq \alpha(n_1^0 + n_3^0) \\
 E_5 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{n_1^0; 0; 0; n_2^0; n_3^0; 0\} && \text{cuando } \alpha n_1^0 \geq c; \alpha n_2^0 \geq c; \alpha n_3^0 \geq c \\
 E_6 \{n_1^2; n_1^3; n_2^1; n_2^3; n_3^1; n_3^2\} &= \{0; n_1^0; n_2^0; 0; 0; n_3^0\} && \text{cuando } \alpha n_1^0 \geq c; \alpha n_2^0 \geq c; \alpha n_3^0 \geq c
 \end{aligned}$$

## Bibliografía

Shy, O. 2001. *The Economics of Network Industries*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.

Bertrand, M., E. Luttmer, et al. (2000). "Network Effects and Welfare Cultures." The Quarterly Journal of Economics **115**(3): 1019-1055.

Bloom, D. E. y G. y. Grenier (1992). Earnings of the Frensch Minority in Canada and the Spanish Minority in the United States. Immigration, Language, and Ethnicity: Canada and the United States. B. R. Chiswick. Washington D. C., The AEI Press.

Bloom, D. E. y G. y. Grenier (1996). "Language, Employment, and Earnings in the Unithed States: Spanish-English differential from 1970 to 1990." International Journal of Sociological Language **121**: 45-68.

Chiswick, B. R. (1996). *The Economics of Language: The Roles of Education and Labor Market Outcomes*. HUman Capital Development Working Papers. World Bank.

Chiswick, B. R. y P. Miller (1993). "Language choice among immigrants in a multi-lingual destination." Journal of Population Economics **7**: 119-131.

Chiswick, B. R. y P. Miller (1999). "Language skills and earnings among legalized aliens." Journal of Population Economics **12**: 63-89.

Choi (2000). "Trade and the Adoption of an Universal Language." Review of Economics and Finance **11**: 265-275.

Church, J. y I. King (1993). "Bilingualism and Network Externalities." Canadian Journal of Economics **26**: 337-354.

Dalmazzone, L. y. (2000). Economics of Language: A network Externalities Approach".

Grenier, G. (1982). "Shifts to English as Usual Language by Americans of Spanish Mother Tongue." Social Science Quaterly: 537-550.

Grenier, G. y F. Vaillancourt (1983). "An Economic Perspective on Learning a Second Language." Journal of Multilingual and Multicultural Development **4**: 471-783.

Grin, F. (2000). Language Planning, Public Policy and the role of Minority Language Media. Second Multimedia and Minority Languages International Congress.

Pool, J. (1995). "The official Language Problem." The American Political Science Review **85**(2): 495-514.

Robinson, P. (1985). "Language Retention Among Canadian Indians: A Simultaneous Equations Model with Endogenous Variables." American Sociological Review **50**: 515-529.

Stevens, G. (1985). "Nativity, Intermarriage, and Mother-Tongue Shift." American Sociological Review **50**: 74-83.