

**SALUD Y CRECIMIENTO ECONÓMICO: UN MODELO DE  
GENERACIONES TRASLAPADAS, EXPECTATIVA DE VIDA  
ENDÓGENA Y CAPITAL HUMANO**

Oscar Ávila

**SERIE DOCUMENTOS DE TRABAJO**

No. 60  
Febrero 2009

# Salud y crecimiento económico: un modelo de generaciones traslapadas, expectativa de vida endógena y capital humano<sup>1</sup>.

Óscar Iván Ávila Montealegre<sup>2</sup>

## Resumen

*Este trabajo desarrolla un modelo de generaciones traslapadas con expectativa de vida endógena y capital humano. Recoge parte de la evidencia empírica acerca de la transición demográfica explicada por Notestein en 1945, donde variaciones en la longevidad de los individuos afectan positivamente el crecimiento económico de un país. El modelo establece que la falta de incentivos para invertir en salud estanca a una economía en una trampa de pobreza y muestra que incrementos en la productividad en el sector de producción de capital humano, al igual que cambios tecnológicos sesgados al uso intensivo del mismo, incrementan el producto de estado estacionario y pueden sacar a una economía de una trampa de pobreza.*

**Palabras clave:** *generaciones traslapadas, expectativa de vida endógena, capital físico, capital humano, crecimiento económico, transición demográfica, trampa de pobreza.*

## I. INTRODUCCIÓN

El crecimiento económico es una de las principales variables de interés para los economistas, por lo que establecer sus determinantes ha sido una tarea que ha conllevado a diversos desarrollos teóricos y empíricos. La teoría del crecimiento económico encuentra sus fundamentos en los modelos de Solow (1956) y Swan (1956) donde se muestra que el ahorro mediante la acumulación de capital físico es fundamental para el desempeño económico de un país.

En el modelo Solow-Swan la única fuente de crecimiento es el incremento en el *stock* de capital físico, paradigma que reinó durante muchos años. Sin embargo, décadas

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado. Facultad de Economía, Universidad del Rosario. Agradezco al doctor Hernando Zuleta por el acompañamiento y comentarios a lo largo de este trabajo.

<sup>2</sup> Economista, Universidad del Rosario

después surgieron trabajos que empezaron a mostrar la importancia de la inversión en capital humano como determinante del crecimiento económico<sup>3</sup>.

Los primeros avances teóricos y empíricos en este tema establecieron que la inversión en capital humano se daba únicamente a través de la educación; no obstante, a partir de la década de 1970 algunos autores han encontrado que la inversión en salud también es importante para la formación de capital humano y, por tanto, para el crecimiento económico.

Por ejemplo, Grossman (1972) plantea un modelo en el que los individuos invierten en su salud reduciendo el número de días-enfermo durante el año, generando un incremento en la oferta laboral agregada. Aunque el autor no considera explícitamente la inversión en salud como formación de capital humano, encuentra una relación positiva entre salud y productividad laboral, la cual es necesaria para un aumento en el producto de una economía. Trabajos posteriores han encontrado que la inversión en salud afecta el crecimiento económico: con la mejora en la educación, el incremento en la rentabilidad del capital físico y el dividendo demográfico<sup>4</sup>.

Este trabajo explica el crecimiento económico a través de la inversión en capital humano, resaltando la importancia de la inversión en salud para el desarrollo de un país. Además, muestra cómo incrementos en la expectativa de vida, asociada con el estado de salud de la población, afectan el crecimiento económico de un país. Para esto se plantea un modelo de generaciones traslapadas, en el que los individuos acumulan capital humano por medio de la inversión en salud y educación, y enfrentan una probabilidad de supervivencia determinada por la cantidad de recursos destinados a salud.

El modelo recoge algunas regularidades empíricas, como la transición demográfica y permite la existencia de trampas de pobreza; a su vez, plantea dos mecanismos que sacan a una economía de esta situación.

El documento está compuesto por cuatro secciones incluyendo esta introducción, la segunda sección describe el marco teórico y los antecedentes, basándose en las teorías de la transición epidemiológica y demográfica, al igual que en los modelos de expectativa de vida y crecimiento económico. La tercera plantea un modelo de

---

<sup>3</sup> Mankiw, Romer y Weil (1992).

<sup>4</sup> Estos términos se desarrollarán más adelante.

generaciones traslapadas con expectativa de vida endógena y acumulación de capital humano mediante la inversión en salud y educación, a su vez, se muestran algunas simulaciones del comportamiento de economías hipotéticas, en las que se evidencia que la productividad multifactorial en la producción de capital humano es esencial para el crecimiento económico de un país.

Finalmente, el trabajo logra concluir que los cambios tecnológicos sesgados al uso intensivo de capital humano, al igual que los aumentos en la productividad multifactorial en la producción de capital humano, logran sacar a una economía de una trampa de pobreza, llevándola a una senda de crecimiento en el corto plazo y a un estado estacionario con un nivel de producto positivo.

## **II. MARCO TEÓRICO**

La presente sección realiza una descripción de los principales estudios sobre expectativa de vida y las transiciones epidemiológica y demográfica, a su vez, describe algunas de las relaciones entre salud y crecimiento económico, estableciendo la endogeneidad que existe en estas dos variables.

### **Expectativa de vida y las transiciones epidemiológica y demográfica**

La expectativa de vida, entendida como el número de años que un individuo espera vivir, es uno de los principales indicadores del estado de salud de una población, pues la forma más apropiada de incrementar la longevidad de las personas es mediante una mejora en las condiciones de vida, entre éstas, los servicios de salud, las condiciones sanitarias y la nutrición de los individuos.

El comportamiento de la expectativa de vida a lo largo de la historia puede resumirse en dos patrones. El primero de estos caracterizado por un estancamiento, es decir, un periodo en el que la expectativa de vida no tuvo cambios significativos; mientras que el segundo se enmarca en un periodo de crecimiento en la longevidad de las personas, en mejoras sanitarias y en desarrollos médicos. Estos dos periodos se describen ampliamente en lo que se conoce como transición epidemiológica<sup>5</sup> y transición demográfica<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> Ver Omran (1971,1982)

<sup>6</sup> Ver Nostestein (1945) y Bloom, Canning y Sevilla (2001).

Bloom, Canning y Sevilla (2001) dan evidencia de que a partir de 1940 se dieron importantes avances en sanidad, agua potable, y el desarrollo de antibióticos, hechos que se reflejaron en el incremento de la expectativa de vida en todo el mundo.

A su vez, Bloom, Canning y Jamison (2004) muestran que entre los siglos XVI y XIX la expectativa de vida en el planeta fluctuaba alrededor de 40 años sin presentar una tendencia definida. De la misma forma, encuentran que para las últimas décadas el comportamiento de la expectativa de vida ha sido creciente, pasando de 50 años en 1960 a 67 años en el 2001 (datos promedio mundo).

### Transición epidemiológica

Esta teoría considera que la mortalidad es un factor fundamental en la dinámica demográfica y que la transición representa el paso de un periodo en el que la mortalidad es atribuida a enfermedades infecciosas, a uno en el que es causada principalmente por enfermedades degenerativas. Esta transición está asociada con un incremento en los estándares de vida y una mejora en la nutrición, hechos que se presentaron a lo largo del siglo XIX.

### Transición demográfica

La idea detrás de una transición demográfica es que siempre que la tasa de mortalidad cae es seguida, con cierto rezago, por una disminución en la fertilidad afectando la estructura de edades de la población y el comportamiento económico de la misma. Davis (1945) atribuye a la revolución industrial el cambio demográfico presentado a partir del siglo XVIII en Europa y el resto del mundo.

El autor observa que la causa principal del cambio demográfico fue la reducción en la mortalidad se asociada con mejoras en la alimentación, consecuencia de una abundante y variada oferta de productos agrícolas.

La revolución industrial permitió mejorar las técnicas utilizadas en la producción agrícola, y más que eso agilizó el transporte de una región a otra. A su vez, hacia finales del siglo XVIII el progreso de la biología y la ingeniería generó una mayor protección ante enfermedades, lo cual se reflejó en disminuciones significativas en la mortalidad entre 1880 y 1930.

## ¿Por qué se presenta la transición demográfica?<sup>7</sup>

Los hechos que han generado esta transición están directamente relacionados con los desarrollos en medicina y en salud pública, reflejados en la erradicación de algunas enfermedades infecciosas y en la disminución de la mortalidad infantil. A su vez, con las mejoras tecnológicas, el incremento de la productividad laboral y las políticas públicas enfocadas a reducir las tasas de natalidad.

### **Salud y crecimiento económico**

Durante muchos años se pensó que el crecimiento económico era el principal determinante del estado de salud de una población y que éste no afectaba el ingreso de una economía, la forma de inferir esto es sencilla, pues un mayor ingreso amplía las posibilidades de consumo y permite el incremento del gasto en bienes y servicios promotores de salud, tales como nutrición, acceso a agua potable, sanidad y mejor calidad de servicios médicos.

Estudios recientes muestran que la relación entre estas dos variables no es unidireccional, puesto que la salud afecta positivamente el desempeño económico de un país<sup>8</sup>. Bloom y Canning (2000) establecen cuatro mecanismos con los cuales el estado de salud puede incentivar el crecimiento económico:

**Productividad:** en la medida en que un país tiene una población más saludable su mano de obra es más productiva, pues los trabajadores son físicamente más enérgicos y mentalmente más sanos. A su vez, un mejor estado de salud, disminuye las posibilidades de contraer enfermedades, faltando menos días al trabajo y dedicando menos tiempo al cuidado de familiares enfermos.

**Educación:** personas saludables con una mayor expectativa de vida tienen incentivos para invertir en desarrollar sus habilidades por medio de la educación, puesto que los

---

<sup>7</sup> Notestein (1945) distingue cuatro fases de la transición demográfica:

1. Tasas de natalidad y mortalidad elevadas y constantes, acompañadas por un bajo crecimiento económico.
2. Disminución en las tasas de mortalidad manteniendo la natalidad constante (explosión demográfica) con un incremento elevado en la tasa de crecimiento.
3. Reducción en la tasa de natalidad, con una mortalidad decreciente, y una disminución en la tasa de crecimiento.
4. Tasas de natalidad y mortalidad pequeñas y constantes, con un crecimiento bajo.

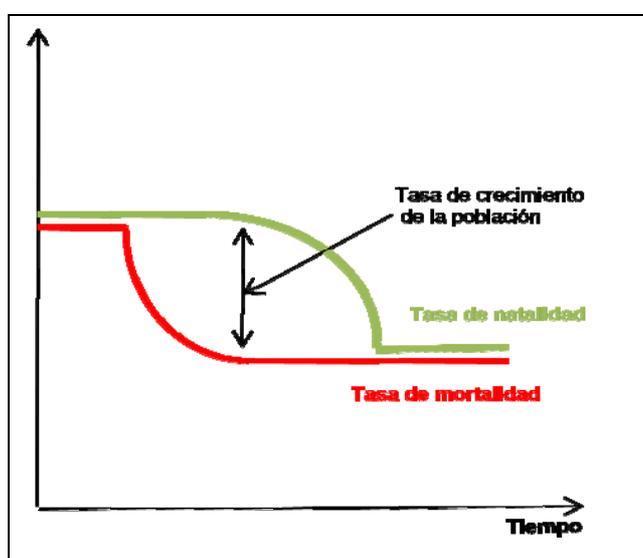
<sup>8</sup> Ver Strauss y Tomas (1998); Knowles y Owen (2001); Barghava et al. (2001); McDonald y Roberts (2002); Webber (2002)

beneficios de esta inversión se ven más adelante en el tiempo. Por su parte, mayor educación genera un incremento en la productividad y mejores ingresos.

**Inversión en capital físico:** el incremento en la expectativa de vida motiva a las personas a trasladar una mayor cantidad de recursos al futuro a través del ahorro, el cual se traduce en inversión y en fuente de desarrollo de una economía.

**Dividendo demográfico:** la transición demográfica de altas a bajas tasas de mortalidad y fertilidad ha generado un incremento en las tasas de crecimiento (ver Gráfico 1).

**Gráfico 1. Dividendo demográfico**



Fuente: Bloom, D., D. Canning, y J. Sevilla. 2001. "Economic Growth and the Demographic Transition". *National Bureau of Economic Research*. Working Paper (8685).

Aunque el indicador por excelencia para determinar la relación entre el estado de salud de una población y el crecimiento económico ha sido la expectativa de vida<sup>9</sup>, diversos autores han encontrado que indicadores como la nutrición, el estado de salud auto reportado y la estatura, también influyen en el desempeño económico de un país<sup>10</sup>.

### Trampas de pobreza<sup>11</sup>

Como se ha dicho en reiteradas ocasiones, la salud y el crecimiento económico tienen una relación bidireccional y positiva, relación que conlleva a la existencia de trampas

<sup>9</sup> Ver Barro y Sala-i-Martin (1995); Weil y Shastry (2002); Bloom, Canning, y Sevilla (2001); Bloom y Canning (2005); Doppelhofer *et al.* (2004); Barro y Wolf (1989); Malmberg y Sommestad (2000) y Lindh y Malmberg (2000)

<sup>10</sup> Ver Fogel (1997) y Arora (2001)

<sup>11</sup> Xavier Sala-i-Martin (2005).

de pobreza. Es decir, países con bajos ingresos y estados de salud deficientes tienden a permanecer en estas condiciones e incluso a deteriorarlas con el tiempo.

### Expectativa de vida y crecimiento económico

Varios autores han considerado la inversión en salud y en especial la expectativa de vida como determinante del crecimiento económico y han planteado sus modelos a partir de un escenario de generaciones traslapadas (OLG, por sus siglas en inglés<sup>12</sup>). Algunos han modelado la longevidad como exógena<sup>13</sup>; mientras que otros de manera endógena<sup>14</sup>; llegando a resultados similares sobre el crecimiento económico y recogiendo algunas de las particularidades de la transición demográfica.

Ehrlich Isaac y Lui Francis (1991) muestran la importancia de la institución familiar y la inversión en capital humano como motores del crecimiento económico de un país, encontrando que incrementos en la expectativa de vida se asocian con un mayor capital humano de largo plazo, menores tasas de natalidad y mayor crecimiento. De manera similar, pero con un modelo más simple Morand (2005) corrobora lo encontrado por Ehrlich Isaac y Lui Francis (1991).

De otra parte, Zhang, Zhang y Lee (2003) al igual que Tabata (2005) y Li, Zhang y Zhang (2006) muestran una relación no monótona entre salud y crecimiento económico, donde incrementos en la expectativa de vida, entendidos como una probabilidad de supervivencia mayor, sólo tienen un efecto positivo sobre la tasa de crecimiento si la expectativa de vida inicial es baja, de lo contrario su efecto es negativo.

La explicación a este comportamiento es intuitiva, pues mayor longevidad en los individuos incentiva la acumulación de capital con el fin de consumir más en el futuro, pero a partir de un punto incrementar la expectativa de vida es tan costoso que la cantidad de recursos que quedan disponibles para la inversión en actividades que promueven el crecimiento económico, es menor.

En general, los modelos con expectativa de vida endógena tienen una estructura de generaciones traslapadas con dos o tres generaciones en los que la longevidad depende directamente de la inversión en salud (capital humano). Estos modelos se

---

<sup>12</sup> Overlapping generations

<sup>13</sup> Ver Zhang, Zhang y Lee (2003); Ehrlich Isaac y Lui Francis (1991); Tabata (2005) Li, Zhang y Zhang (2006)

<sup>14</sup> Ver Chakraborty (2004); Finlay (2006); Cipriani y Markris (2006); Blackburn y Cipriani (2002)

diferencian principalmente en los supuestos que hacen sobre la inversión en capital humano y en salud.

Chakraborty (2004) considera la inversión en salud mediante la inversión pública y privada, y la inversión en capital humano, a través del tiempo que los individuos dedican a su educación. Los resultados de este modelo son los esperados, pues mayor inversión en salud promueve el crecimiento económico e incentiva la acumulación de capital humano. Finlay (2006), a su vez, considera el grado de aversión al riesgo del individuo, concluyendo que para individuos con un grado de aversión al riesgo más alto la inversión en salud es mayor que para individuos menos adversos, quienes destinan una mayor cantidad de recursos a la educación.

La relación entre aversión al riesgo y la expectativa de vida, también es estudiada por Krupnick *et al.* (2002), quienes estiman la disponibilidad a pagar de un grupo de individuos con el fin de reducir su mortalidad, encontrando que ésta no es monótona entre individuos, y mucho menos entre distintos grupos de edad.

Cipriani y Markris (2006) no sólo introducen una generación más sino incluyen al Estado dentro del modelo, encontrando que la intervención del gobierno en políticas de seguridad social junto con la expectativa de los individuos, explican diferencias en las sendas de crecimiento de países similares en sus condiciones iniciales.

Blackburn y Cipriani (2002) introducen la fertilidad como variable endógena y concluyen que un incremento en la probabilidad de supervivencia reduce la oferta de trabajo y la demanda por hijos en el segundo periodo de vida, pues los individuos prefieren destinar una mayor cantidad de recursos a estudiar obteniendo un mayor salario al final de su vida. Adicionalmente los autores muestran que si el nivel inicial de capital humano es muy bajo los incentivos de invertir en éste no son altos, por lo que la economía no crece, en este escenario la expectativa de vida es baja, resultados similares a los de Chakraborty (2004).

Por su parte, Aisa y Pueyo (2005) y Howitt (2005) aunque no consideran un modelo de OLG encuentran aportes muy interesantes a la teoría del crecimiento económico a través de la inversión en salud. Aisa y Pueyo (2005) consideran un modelo de horizonte finito con gobierno, encuentran que un incremento en el gasto en salud pública tiene dos efectos: primero, al incrementar la vida de los agentes se reduce su tasa de impaciencia, promoviendo el ahorro e impulsando el crecimiento económico; y,

segundo, los recursos destinados a salud son recursos que no se utilizan para acumular capital, por lo que la tasa de crecimiento se reduce.

Finalmente, Howitt (2005) analiza la relación entre salud y crecimiento económico mediante la teoría Schumpeteriana, encontrando que la salud afecta la tasa de crecimiento de largo plazo a través de seis canales: productividad, expectativa de vida, capacidad de aprendizaje, creatividad, habilidades para copiar la tecnología, y disminución de la desigualdad.

### III. MODELO

El modelo que se plantea en esta sección es un modelo de generaciones traslapadas<sup>15</sup> con agentes homogéneos al interior de cada generación. Los individuos viven por tres periodos, esto implica que en cada momento del tiempo existen tres tipos de agentes, niños, jóvenes y viejos.

Durante el primer periodo de su vida los individuos son niños y acumulan capital humano a través de la inversión en salud y educación, la decisión de inversión es exógena para los individuos, pues ellos no deciden cuanto educarse ni cuantos recursos dedicarle a su *stock* de salud; esta decisión la determinan los padres de los individuos, quienes se consideran como la generación joven en este modelo. La inversión en capital humano durante la niñez determina la productividad de la mano de obra y el salario de la economía.

En el segundo periodo los agentes son jóvenes y se encargan de la producción, ofrecen inelásticamente trabajo y reciben un salario por ello. Se supone que el único ingreso que reciben los individuos durante toda su vida es el salario cuando jóvenes, de esta forma los agentes deben tomar una decisión intertemporal en este periodo de sus vidas. El salario es destinado a consumo presente, ahorro e inversión en capital humano de los hijos.

Adicionalmente, se considera que los individuos reciben una utilidad de su consumo presente y futuro, al igual que del *stock* de capital humano de sus hijos; así se plantea un modelo con altruismo intergeneracional, donde los agentes son más felices si sus hijos tienen un mayor nivel de educación y un mejor estado de salud. La única forma de trasladar recursos de un periodo a otro es por medio del ahorro.

---

<sup>15</sup> La elección del modelo obedece a lo que la literatura sugiere.

Finalmente, los individuos enfrentan una probabilidad de supervivencia a su vejez o tercer periodo<sup>16</sup>, la cual depende de la inversión inicial en salud. De esta forma aunque los individuos toman su probabilidad de supervivencia como dada ésta es endógena, pues es determinada en el periodo anterior por la inversión hecha por los padres<sup>17</sup>. En esta etapa de sus vidas los agentes consumen el ahorro hecho en el periodo anterior, al igual que sus rendimientos.

La probabilidad de supervivencia debe cumplir con ciertas propiedades, primero debe existir una cota inferior cuando la inversión en salud es cero, además debe presentar rendimientos decrecientes, pues el efecto de un aumento en el *stock* de salud marginalmente cada vez debe ser menor sobre la longevidad de los individuos.

De otra parte se considera que la población no crece por lo que la población puede ser normalizada a uno, esto implica que las variables en niveles son equivalentes a las variables *per cápita*.

Respecto a la función de formación de capital humano se considera que ésta depende de la inversión en educación y en salud y del *stock* de capital humano de los padres (los hijos heredan parte del conocimiento de sus progenitores)<sup>18</sup>. Además se establece que la educación y la salud son complementarias para la formación de capital humano.

El producto en esta economía usa como insumos capital físico y trabajo; donde cada trabajador tiene un *stock* de capital humano asociado, de esta forma las variables de decisión de la firma son el capital físico y el número de trabajadores. Se suponen rendimientos de escala decrecientes y que el precio de los factores es igual a su productividad marginal.

De otra parte, la única forma de trasladar recursos de un período a otro es por medio de la acumulación de capital físico, por lo que el ahorro de los individuos en el periodo  $t$  debe ser igual al *stock* de capital en el periodo  $t+1$ . Finalmente se supone un

---

<sup>16</sup> Esta probabilidad de supervivencia es considerada como la expectativa de vida, en últimas, está determinando que fracción del tercer periodo de la vida está viviendo el individuo. Si la probabilidad es muy alta es porque el agente vivirá gran parte del tercer periodo, y viceversa.

<sup>17</sup> Es importante aclarar el hecho de que la probabilidad de supervivencia es exógena para el individuo, pues al momento en que éste va a actuar de manera óptima ya sabe cuánto tiempo vivirá, por lo que el modelo no considera el hecho de que el individuo muera sorpresivamente y deje herencias ocasionales, hecho que cambiaría los resultados del modelo.

<sup>18</sup> Considerar que el capital humano de los hijos depende en parte del capital humano de los padres genera cierta persistencia en el modelo. Al no considerar este hecho las conclusiones no cambian significativamente, aún así, dejarlo le agrega cierta realidad al modelo y no complica el álgebra en ningún momento.

mercado competitivo por lo que la remuneración a los factores es igual a su productividad marginal.

### Problema del consumidor

De forma explícita el problema de un individuo nacido en el periodo  $t$  se puede escribir de la siguiente forma:

$$\text{Max } U = \ln C_{t+1}^y + \beta [\pi(h_t^c) \ln C_{t+2}^o + \ln H_{t+1}^y]$$

s.a.

$$C_{t+1}^y + S_{t+1} + e_{t+1}^c + h_{t+1}^c = w_{t+1}$$

$$C_{t+2}^o = S_{t+1} (1 + r_{t+1})$$

$$H_{t+1}^y = B(h_t^c)^\gamma (e_t^c)^\sigma (H_t^y)^{1-\gamma-\sigma}$$

Lo cual es equivalente a:

$$\text{Max } U_t = \ln C_{t+1}^y + \beta [\pi(h_t^c) \ln C_{t+2}^o + \gamma \ln h_{t+1}^c + \sigma \ln e_{t+1}^c + (1 - \gamma - \sigma) \ln H_{t+1}^y + \ln B]$$

s.a.

$$C_{t+1}^y + \frac{C_{t+2}^o}{1 + r_{t+1}} + e_{t+1}^c + h_{t+1}^c = w_{t+1}$$

Donde

$U_t$ : es la función de utilidad de un individuo nacido en el periodo  $t$ .

$C_{t+1}^y$ : es el consumo cuando joven de un individuo nacido en  $t$ .

$C_{t+2}^o$ : es el consumo cuando viejo de un individuo nacido en  $t$ .<sup>19</sup>

$\pi(h_t^c)$ : es la probabilidad de supervivencia al tercer periodo de un individuo nacido en  $t$ .

$h_{t+1}^c$ : es la inversión en salud que los padres en  $t + 1$  (jóvenes) hacen en sus hijos.

$e_{t+1}^c$ : es la inversión en educación que los padres en  $t+1$  (jóvenes) hacen en sus hijos.

$H_{t+1}^y$ : es el capital humano de un joven en el periodo  $t+1$ .

$\beta$ : es el factor de descuento intertemporal.

$B$ : es la productividad multifactorial en la producción de capital humano.

$\gamma, \sigma$ : son parámetros positivos.

---

<sup>19</sup>  $C_{t+1}^y$  y  $C_{t+2}^o$  pueden considerarse como canastas de consumo de bienes finales.

El superíndice  $y$  establece que el individuo es joven, mientras que los superíndices  $c$  y  $o$  establecen que los individuos son niños o viejos, respectivamente. Por otra parte los subíndices determinan en cuál periodo del tiempo se encuentra el individuo.

En otras palabras, el problema del consumidor establece que una persona nacida en  $t$ , quien toma decisiones en  $t+1$ , busca maximizar su función de utilidad, la cual depende de consumo presente  $C_{t+1}^y$ , consumo futuro  $C_{t+2}^o$ , acumulación de capital humano de los hijos  $H_{t+1}^y$ , un factor de descuento exógeno  $\beta$  y una probabilidad de supervivencia  $\pi(h_t^c)$ . La restricción a la que se enfrenta el consumidor establece que el único ingreso es el salario y los gastos se dividen en consumo (presente y futuro) e inversión en educación y salud de los hijos.

De las condiciones de primer orden y la restricción presupuestal se encuentra que:

$$e_{t+1}^c = \frac{\gamma}{\sigma} h_{t+1}^c \quad (1)$$

$$C_{t+1}^y = \frac{w_{t+1}}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \quad (2)$$

$$C_{t+2}^o = \frac{\beta\pi(h_t^c)(1 + r_{t+1})w_{t+1}}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \quad (3)$$

$$e_{t+1}^c = \frac{\gamma w_{t+1}}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \quad (4)$$

$$h_{t+1}^c = \frac{\sigma w_{t+1}}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \quad (5)$$

La ecuación (1) muestra la complementariedad que existe entre educación y salud; este resultado es directo de la forma funcional especificada para la acumulación de capital humano. De otra parte, las ecuaciones (2), (4) y (5) establecen una relación directa entre consumo presente, acumulación de capital humano y salario, lo cual es de esperarse, pues el consumo al igual que la educación y la salud se consideran como bienes normales; adicionalmente se encuentra una relación negativa entre estas variables y la probabilidad de supervivencia.

Al observar la ecuación (2) puede entenderse de una mejor manera este resultado, pues existe una relación positiva entre consumo futuro y probabilidad de supervivencia;

dado que la única forma de consumir más en el futuro es por medio del ahorro, al incrementar la longevidad de los individuos, los incentivos para ahorrar son más altos, por lo que la cantidad de recursos destinados al consumo presente y la acumulación de capital humano deben disminuir.

De otra parte, sabiendo que la acumulación de capital físico es la única forma de pasar recursos de un periodo a otro, se tiene que:

$$K_{t+2} = S_{t+1} = w_{t+1} - C_{t+1}^y - e_{t+1}^c - h_{t+1}^c \quad (6)$$

Por lo que reemplazando (2), (4) y (5) en (6) se encuentra:

$$K_{t+2} = \frac{\beta\pi(h_t^c)w_{t+1}}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \quad (7)$$

Donde el capital en  $t+2$  es una función creciente de la inversión en salud en  $t$ . Esta relación positiva es reflejo de la ecuación (3), pues la única forma de incrementar el consumo cuando viejos es pasando recursos al futuro a través de la inversión en capital físico. De esta forma incrementos en la probabilidad de supervivencia generados por la mayor inversión en salud se traducen en una mayor capital en el futuro. Como se observa en la ecuación (7) el capital en  $t+2$  depende del salario en  $t+1$ , es decir, de la productividad marginal del trabajo, de esta forma es necesario desarrollar el problema del productor con el fin de encontrar el precio de este factor.

### Problema del productor

El objetivo del productor de bienes finales es maximizar su beneficio sujeto a una restricción de tecnología recogida en la función de producción. Esto es<sup>20</sup>:

$$\text{Max}_{K_{t+1}, L_{t+1}} \Pi_{t+1} = Y_{t+1} - r_{t+1}K_{t+1} - w_{t+1}L_{t+1}$$

s.a.

$$Y_{t+1} = AK_{t+1}^\alpha (H_{t+1}^y L_{t+1})^\rho$$

Donde

$\alpha + \rho < 1$ , es decir que la función tiene rendimientos a escala decrecientes<sup>21</sup>.

$Y_{t+1}$ : es la producción de bienes de consumo en el periodo  $t+1$

<sup>20</sup> Se supone que la depreciación del capital es cero.

<sup>21</sup> Los rendimientos decrecientes a escala en la producción permiten la existencia de un estado estacionario con crecimiento nulo, pues para una cantidad finita de capital físico y trabajo, los beneficios de la firma son cero.

$K_{t+1}$  : es el stock de capital físico en el periodo  $t+1$ .

$L_{t+1}$  : es la mano de obra en  $t+1$ .

El problema se plantea en  $t+1$  pues se necesita el salario en ese periodo con el fin de determinar la dinámica del capital en el tiempo. Como se especificó anteriormente las variables de decisión de la firma son el capital físico y los trabajadores, por lo que debe escoger óptimamente estas cantidades. De esta forma las condiciones de primer orden de este problema son:

$$K_{t+1} : \alpha AK_{t+1}^{\alpha-1} (H_{t+1}^y L_{t+1})^\rho = r_{t+1} \quad (8)$$

$$L_{t+1} : (\rho) AK_{t+1}^\alpha (H_{t+1}^y)^{1-\rho} L_{t+1}^{-\rho} = w_{t+1} \quad (9)$$

(8) y (9) establecen que la productividad marginal de los factores es igual a su remuneración, además implican que la tasa de interés y el salario son funciones positivas del capital humano de los individuos, esto es, dependen directamente de la inversión en educación y salud. Este resultado sobre la productividad del trabajo es intuitivo, pues si los individuos tienen mayores habilidades, consecuencia de una mayor educación y un mejor estado de salud, la cantidad de producto que pueden generar dados unos recursos son mayores. De otra parte, si los trabajadores tienen un mayor capital humano pueden utilizar más eficientemente los recursos de capital, haciendo de éste un factor más productivo.

Normalizando la población a 1 (9) puede escribirse como:

$$L_{t+1} : (\rho) AK_{t+1}^\alpha (H_{t+1}^y)^\rho = w_{t+1} \quad (10)$$

De las ecuaciones (7) y (10) se encuentra la ecuación de transición del capital:

$$K_{t+2} = \frac{\beta \pi(h_t^c)}{1 + \beta(\gamma + \sigma + \pi(h_t^c))} \rho AK_{t+1}^\alpha (H_{t+1}^y)^\rho \quad (11)$$

Estableciendo una forma funcional para  $\pi(h_t^c)$  (11) se puede escribir como:

$$K_{t+2} = \frac{\beta \left( \frac{h_t^c + \pi_{\min}}{1 + h_t^c} \right)}{1 + \gamma + \sigma + \beta \left( \frac{h_t^c + \pi_{\min}}{1 + h_t^c} \right)} \rho A K_{t+1}^\alpha (H_{t+1}^y)^\rho \quad (12)$$

Esta ecuación muestra la relación positiva que existe entre acumulación de capital físico e inversión en salud, pues tanto el término que multiplica al salario en (7) como el salario son funciones crecientes en la inversión en salud; por lo que incrementos en el *stock* de salud de los individuos se reflejan en mayor capital físico de largo plazo y salarios más elevados, condiciones que garantizan un mayor bienestar para una economía.

De presentarse un crecimiento sostenido en la inversión en salud una economía crecerá en el tiempo, de lo contrario, si los incentivos no son los suficientes para invertir en salud, se estancará en una trampa de pobreza. Dados los rendimientos marginales decrecientes en la producción y la forma funcional para la probabilidad, la acumulación de capital está acotada, pues la probabilidad toma un valor máximo de uno cuando la inversión en salud tiende a infinito.

### 3.1. Simulaciones

A continuación se mostrará el comportamiento de economías hipotéticas las cuales parten de condiciones iniciales distintas. El primer ejemplo establece una economía que parte con productividades multifactoriales en la producción de capital humano y bienes de consumo relativamente altos (ver Anexo 1, Tabla 2).

El Grupo de Gráficos 1 (ver Anexo 1) muestra las dinámicas de la producción de bienes finales y del salario, al igual que la tasa de crecimiento del producto y la dinámica de la probabilidad de supervivencia (expectativa de vida) para un país que parte con una tecnología multifactorial alta en la función de producción de capital humano. Este coeficiente se puede asociar con un alto número de profesores y médicos de calidad, al igual que con instituciones productivas (hospitales y escuelas) que permitan que la acumulación de capital humano sea una actividad eficiente.

Se evidencia que durante la transición al estado estacionario las tasas de crecimiento son positivas y para un periodo muy corto son crecientes. Este comportamiento va de

la mano con la evidencia de la transición demográfica, pues se tiene que durante la etapa en que comienza a incrementarse la expectativa de vida el crecimiento económico es positivo y aumenta a tasa creciente, pero a partir de un punto cuando la expectativa de vida no aumenta significativamente, la tasa de crecimiento se desacelera hasta cuando alcanza un estado estacionario.

Es interesante observar que la expectativa de vida alcanza su máximo antes de que lo haga el producto de la economía, lo cual implica que un país puede seguir creciendo aún cuando la longevidad de sus habitantes no cambie en el tiempo. Este comportamiento es el que tienen algunos países en la actualidad, donde la expectativa de vida no ha variado significativamente durante los últimos años, y presentan un crecimiento económico moderado.

El segundo ejemplo establece una economía que parte con las mismas condiciones de la economía anterior, exceptuando la productividad multifactorial en la producción de capital humano, la cual en este caso es menor (ver Anexo 1, Tabla 3).

El Grupo de Gráficos 2 (Anexo 1) evidencia el comportamiento en el tiempo de una economía que parte con una productividad multifactorial baja en la función de producción de capital humano. Es importante observar cómo la tasa de crecimiento de la economía es negativa durante un periodo prolongado de tiempo, implicando una destrucción de capital físico y un estancamiento de la economía en el largo plazo. Esta dinámica es el claro ejemplo de una trampa de pobreza, en la que los incentivos para invertir en salud no son los suficientes conllevando así a una disminución en la expectativa de vida. Esta situación podría asociarse fácilmente con el caso de África Subsahariana donde la expectativa de vida ha disminuido durante los últimos años y el crecimiento de la economía no ha sido significativo.

De esta forma se encuentra que una economía que no es eficiente en el uso de recursos para la producción de capital humano muy difícilmente crecerá en el tiempo. La baja productividad en este sector es reflejo de muchos factores, entre éstos, la falta de instituciones eficientes que hagan de la acumulación de capital humano una actividad promotora del crecimiento económico. Este resultado se sustenta empíricamente, pues países donde la mayor parte de la población es analfabeta y no tienen un buen estado de salud, son poblaciones que en general carecen de centros médicos y escuelas, y en el caso de tenerlos, no son muy eficientes.

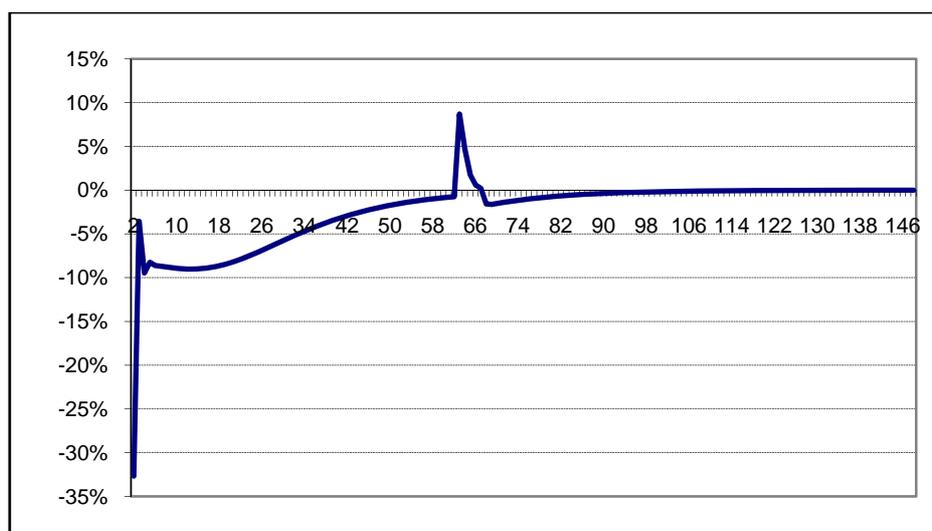
Es importante considerar que las economías pobres no sólo tienen un sector de producción de capital humano menos eficiente, sino también son menos productivas en la generación de bienes finales. Considerando estos dos hechos, el país de bajo ingreso se estanca más rápidamente en una trampa de pobreza (ver Anexo 1, Tabla 4, Grupo de Gráficos 3).

Para salir de esta trampa de pobreza es interesante analizar qué choques exógenos pueden llevar a la economía a una senda de crecimiento en el corto y mediano plazo que se traduzca en un mayor producto de estado estacionario. Para esto, lo primero que se considera es un choque de productividad en la producción de capital humano, el cual puede entenderse como avances en medicina, adaptación de mejores tecnologías en el sector salud, políticas enfocadas a incrementar la tasa de alfabetización, básicamente, desarrollos técnicos y tecnológicos en los campos de la educación y la salud. El resultado de este choque se observa en el Anexo 1, Tabla 5, Grupo de Gráficos 4.

Se encuentra que un incremento exógeno en  $B$  saca a la economía de la trampa de pobreza y la lleva a un estado estacionario con una expectativa de vida más alta, una producción más elevada, al igual que salarios y capital humano mejores. De esta forma, la evidencia que recogen Bloom, Canning y Sevilla (2001) acerca de los incrementos en salubridad y prácticas sanitarias, al igual que desarrollos en la medicina, son recogidos por la productividad multifactorial en la función de producción de capital humano, mostrando cómo choques en ésta conllevan a incrementos en la expectativa de vida, mayores tasas de crecimiento y mayor bienestar en el largo plazo.

De otra parte, cuando se considera un incremento exógeno y no permanente en el gasto en educación y salud que no tiene efectos sobre la productividad en el sector de producción de capital humano, se genera un crecimiento momentáneo, pero no lleva a que el país salga de la trampa de pobreza. La implicación de este resultado es interesante pues muestra que las políticas diseñadas al incremento del capital humano deben estar enfocadas al aumento en la productividad en este sector y no deben quedarse simplemente en un mayor gasto (ver Gráfico 2).

**Gráfico 2. Tasa de crecimiento del producto – Aumento transitorio del gasto en educación y salud**



Fuente: cálculos del autor

### Cambio tecnológico sesgado

A continuación se considerará un choque sobre la función de producción de bienes finales, específicamente un cambio tecnológico sesgado que hace más intensivo el uso de capital humano en la economía. Esta teoría encuentra sus fundamentos en Kennedy (1964), Binswanger (1974) y Drandakis y Phelps (1966), quienes establecen que un cambio tecnológico sesgado se da cuando la relación capital-trabajo de una economía cambia sin que el precio de los factores se altere. En una función del tipo Cobb-Douglas, este cambio tecnológico sesgado se da cuando cambian las participaciones de los insumos. Para el modelo planteado en este documento se considera un cambio en las participaciones del capital físico y el capital humano<sup>22</sup>.

Las tablas 6, 7, 8 al igual que el grupo de gráficos 5, 6 y 7 muestran un cambio tecnológico sesgado exógeno, para un país rico y un país pobre. Para el país rico y bajo ciertas condiciones en el país pobre<sup>23</sup>, se encuentra que un incremento en la participación del capital humano en la función de producción tiene efectos positivos sobre el crecimiento económico durante la transición, generando un aumento en el *stock* de capital de largo plazo, al igual que en los salarios de la economía.

<sup>22</sup> Es necesario aclarar que el cambio tecnológico que se considera en este apartado es exógeno.

<sup>23</sup> Para que el país pobre encuentre una senda de crecimiento el choque debe darse antes de llegar a la trampa de pobreza, es decir cuando se tiene cierta cantidad de capital humano; por el contrario, si el choque se da, una vez el país está en la trampa de pobreza, volverlo intensivo en un factor que no es abundante, lo que hace es perjudicar a la economía.

Es interesante observar el efecto en los dos países, lo primero que se encuentra es que tanto para el país rico como para el pobre un choque en la participación de los factores a favor del capital humano genera crecimiento, incrementa el *stock* de capital, los salarios y la expectativa de vida. El país rico termina con unos valores de estado estacionario mayores a los iniciales; para el caso del país pobre, el cual se encontraba inicialmente en una senda de crecimiento negativo, el cambio tecnológico sesgado lo lleva a una senda de crecimiento positivo durante la transición y a un estado estacionario con un mayor producto, un incremento en la expectativa de vida y mayores salarios de estado estacionario.

Las implicaciones de este resultado son interesantes dado que muestran que un cambio tecnológico sesgado puede favorecer el crecimiento económico de un país, siempre y cuando el mismo tenga cierta cantidad de capital humano; de no darse esto, el cambio en la intensidad de factores aceleraría el estancamiento de la economía en una pobreza<sup>24</sup>.

#### **IV. CONCLUSIONES**

Este trabajo desarrolla un modelo de generaciones traslapadas con expectativa de vida endógena y acumulación de capital humano mediante la inversión en educación y en salud. Son varias las particularidades que recoge el modelo. Primero, establece una relación directa entre la inversión en salud, expectativa de vida y acumulación de capital físico, conllevando a que los incrementos en la longevidad de los individuos se traduzcan en un mayor capital físico de largo plazo y un crecimiento durante la transición. Segundo, encuentra una relación no monótona entre expectativa de vida y crecimiento económico recogiendo parte de la evidencia empírica sobre este tema.

Tercero, incrementos en la productividad multifactorial del capital humano asociados con mejoras técnicas y tecnológicas en educación y salud conllevan a un mayor capital físico y humano de largo plazo y permiten que una economía salga de una trampa de pobreza; de esta forma se resalta la importancia del desarrollo en los campos de la salud y la educación para que un país crezca y tenga un mayor bienestar en el largo plazo.

---

<sup>24</sup> Este último resultado se da porque se está obligando a un país a que utilice intensivamente un factor que es escaso y poco productivo.

Además considera que cambios tecnológicos sesgados en la producción de bienes finales, que hacen más intensivo el uso de capital humano, generan un mayor crecimiento durante la transición y un estado estacionario con un mayor stock de capital físico, al igual que mayores salarios y expectativa de vida; de esta forma, políticas diseñadas al uso intensivo de capital humano conllevan a un mayor bienestar en el largo plazo.

Las implicaciones de este trabajo para el diseño de políticas públicas se resumen en la importancia de la inversión en salud y en educación en una economía. Estas políticas deberían fundamentarse en hacer de la acumulación de capital humano una actividad más productiva y eficiente, por intermedio del desarrollo y la adopción de nuevas técnicas y tecnologías. Para el caso de la salud, el uso de nuevos equipos incrementa la productividad de las personas que se dedican a esta labor, y el número de médicos especialistas puede incrementar su productividad.

Por el lado de la educación, la productividad es asociada con un estudio de calidad, el cual se puede lograr apoyando el incremento en el número de profesores con doctorado y las actividades investigativas, y la forma en que éstas se trasladan a los salones de clase. Así, son diversas las vías en que la política pública se puede enfocar al incremento en el *stock* de capital humano de una economía, lo importante es que los recursos que se dediquen a esta labor sean utilizados de manera eficiente.

Es interesante considerar ciertas extensiones del modelo planteado en este trabajo. Uno de los supuestos es que los individuos no invierten en su propio capital humano, lo cual no es del todo cierto y podría arrojar unos resultados interesantes. De otra parte, es importante considerar la inversión pública en salud y en educación, pues en este modelo sólo se considera la inversión privada en capital humano.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Aísa, R., y F. Pueyo. 2005. "Government health spending and growth in a model of endogenous longevity" *Economics Letters* 90: 249-253.
2. Arora, S. 2001. "Health, Human Productivity, and Long-Term Economic Growth" *The Journal of Economic History* 61(3): 699-799.
3. Barro, R., y Sala-i-Martin. 1995. *Economic Growth*. New York: McGraw-Hill.
4. Barro, R., y H. Wolf. 1989. "Data Appendix for Economic Growth in a Cross Section of Countries". *National Bureau of Economic Research Paper* no publicado.
5. Bennett, N., y S. Olshansky. 1996. "Forecasting US Age Structure and the Future of Social Security: The Impact of Adjustments to Official Mortality Schedules". *Population and Development Review* 22(4): 703-727.
6. Bhargava, A., D. Jamison, L. Lau, y C. Murray. 2001. "Modeling the Effects of Health on Economic Growth". *GPE Discussion Paper Series*. World Health Organization 33.
7. Blackburn, K., y G. Cipriani. 2002. "A model of longevity, fertility and growth" *Journal of Economics Dynamics & Control*.
8. Bloom, D. 2000. "The Health and Wealth of Nations" *7th Canadian Conference on International Health*. Hull, Quebec.
9. Bloom, D., y D. Canning. 2000. "The Health and Wealth of Nations" *Science* 287: 1207-1209.
10. Bloom, D., y D. Canning. 2005. *Schooling, Health and Economic Growth: Reconciling the Micro and Macro Evidence*. Harvard School of Public Health.
11. Bloom, D., D. Canning, y D. Jamison. 2004. "Health, Wealth, and Welfare" *Finance and Development*. 10-15

12. Bloom, D., D. Canning, y J. Sevilla. 2001. "Economic Growth and the Demographic Transition" *National Bureau of Economic Research*. Working Paper (8685).
13. Bloom, D., D. Canning, y J. Sevilla. 2001. "The Effect of Health on Economic Growth: Theory and Evidence" *National Bureau of Economic Research*. Working Paper (8587).
14. Chakraborty, S. 2004. "Endogenous Lifetime and Economic Growth" *Journal of Economic Theory*.
15. Cipriani, G., y M. Makris. 2006. "Indeterminacy, intergenerational redistribution, endogenous longevity and human capital accumulation" *Journal of Economic Dynamics & Control* 31: 613-633
16. Davis, Kingsley. 1945. "The World Demographic Transition". *Annals of the American Academy of Political and Social Science*, 237:1-11
17. De la Croix, D., y O. Licandro. 1999. "Life expectancy and endogenous growth". *Economics Letters* 65: 255-263.
18. Ehrlich, I., y F. Lui. 1991. "Intergenerational Trade, Longevity and Economic Growth". *The Journal of Political Economy* 99(5): 1029-1059.
19. Finlay, J. 2006. "Endogenous and Economic Growth". *School of Economics. Australian National University*. Documento no publicado.
20. Flórez, C. 2000. "Las transformaciones sociodemográficas en Colombia durante el siglo XX". *Banco de la República* Capítulo 1: 1-6
21. Fogel, R. 1994. "Economic Growth, Population Theory and Physiology: The Bearing of Long-Term Processes on the Making of Economic Policy". *American Economic Review* 84, 369-395.
22. Grossman, M. 1972. "On the Concept of Health Capital and the Demand for Health". *The Journal of Political Economy* 80(2): 223-255.

23. Heredia, R., M. Ramírez., B. Kugler., y J. Arias. 1975. "MODELO SERES. Sistema para el Estudio de las Relaciones Económicas – Sociales y Demográficas" *Corporación Centro Regional de Población*, Documento Técnico Nº 5 Área Socio-Económica. Volumen 1.
24. Howitt, P. 2005. "Health, Human Capital and Economic Growth: A Schumpeterian Perspective" *Brown University*. Documento no publicado.
25. Kennedy, C. 1964. "Induced Bias in Innovation and the Theory of Distribution" *The Economic Journal* 74(265): 541-547.
26. Knowles, S., y D. Owen. 1995. "Health Capital and Cross-Country Variation in Income per Capita in the Mankiw - Romer Weil Model". *Economics Letters* 48: 99-106.
27. Krupnick, A., A. Alberini., M. Cropper., N. Simon., B. O'Brien., R. Goeree., y M. Heintzelman. 2002. "Age, Health and the Willingness to Pay for Mortality Risk Reductions: A Contingent Valuation Survey of Ontario Residents". *The Journal of Risk and Uncertainty* 24(2): 161-186.
28. Li, H., J. Zhang, y J. Zhang. 2006. "Effects of longevity and dependency rates on saving and growth: Evidence from a panel of cross countries". *Journal of Development Economics* 84: 138-154.
29. Lindh, T., y B. Malmberg. 2000. "Age Structure Effects and Growth in the OECD, 1950-90". *Journal of Population Economics* 12(3).
30. Malmberg, B., y L. Sommestad. 2000. "The Hidden Pulse of History. Age transition and economic change in Sweden, 1820 - 2000" *Scandinavian Journal of History* 1-2.
31. Mankiw, N., D. Romer, y D. Weil. 1992. "A Contribution to the Empirics of Economic Growth". *The Quarterly Journal of Economic* 107(2): 407-437.
32. McDonald, S., y J. Roberts. 2002. "Growth and Multiple Forms of Human Capital in an Augmented Solow Model: A Panel Data Investigation". *Economics Letters* 74(2): 271-276.

33. Morand., O. 2005. "Economic Growth, Health, and Longevity in the Very Long Term: Facts and Mechanisms". En *Health and Economic Growth: Findings and Policy Implications*. Londres: The MIT Press.
34. Notestein., F. 1945. *Population: the long view. Food for the world*. Editado por Shultz. Chicago: Chicago University Press.
35. Omran, A. 1971. "The Epidemiologic Transition" *Milbank Memorial Fund Quarterly* 49(1): 509-538.
36. Omran, A. 1982. "Epidemiologic Transition" En *International Encyclopedia of Population*, vol. 1. New York: The Free Press.
37. Sala-i-Martin., X. (2005) "On the Health Poverty Trap" En *Health and Economic Growth: Findings and Policy Implications*. Londres: The MIT Press.
38. Smith, A. D, y K. Stanley. 1981. "Social Security Retirement Age: Alternatives and Cost Comparisons". *The Journal of Risk and Insurance* 48(4): 694-699.
39. Smith, J. P. 1999. "Healthy Bodies and Thick Wallets: The Dual Relation between Health and Economic Status". *Journal of Economic Perspectives* 13 (2): 145-166.
40. Solow, R. 1956. "A Contribution to the Theory of Economic Growth" *The Quarterly Journal of Economics* 70(1): 65-94.
41. Strauss, J., y D. Thomas. 1998. "Health, Nutrition, and Economic Development" *Journal of Economic Literature* 36(2): 766-817.
42. Swan, Trevor W. (1956) "Economic Growth and Capital Accumulation." *Economic Record* 32: 334-361.
43. Tabata, K. 2005. "Population aging, the costs of health care for elderly and growth" *Journal of Macroeconomics* 27:472-493.

44. Weil, D. 2002. "Accounting for the Effects of Health on Economic Growth" *Brown University*. Documento no publicado.
45. Weil, D., y G. Shastry. 2002. "How Much of Cross-Country Income Variation is Explained by Health?" *Brown University*. Documento no publicado.
46. Zhang, J., J. Zhang, L. y Ronald. 2003. "Rising longevity, education, savings, and growth" *Journal of Development Economics* 70: 83-101.

**ANEXO 1**

**SIMULACIONES**

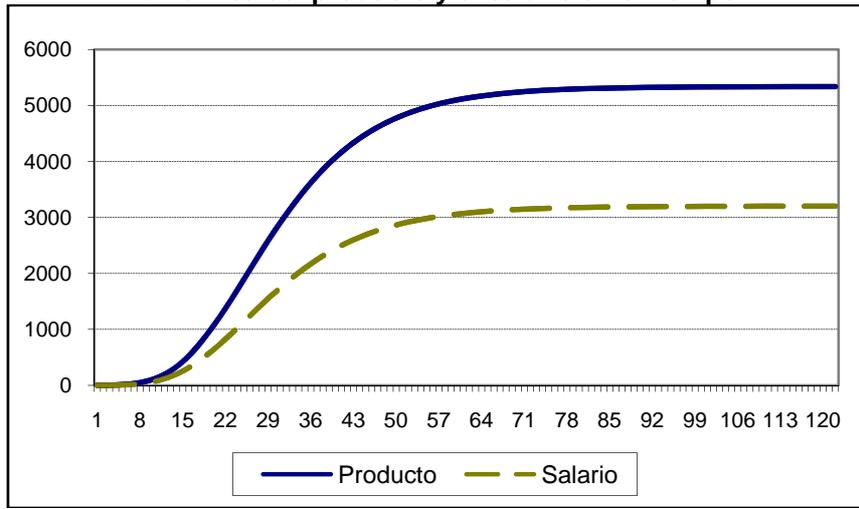
**País rico.**

**Tabla 2. Condiciones iniciales**

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	$A$	$B$	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_1$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	5	0,1	0,1	1	0,1

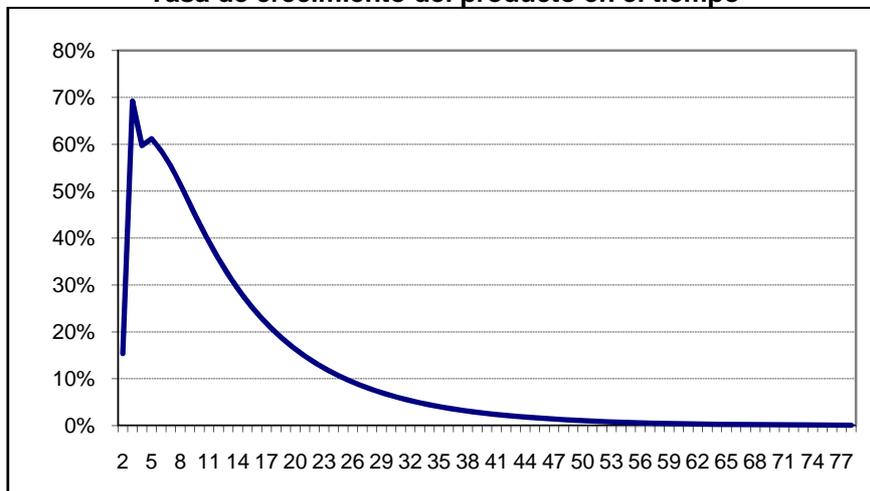
**Grupo de Gráficos 1**

**Dinámica del producto y el salario en el tiempo**



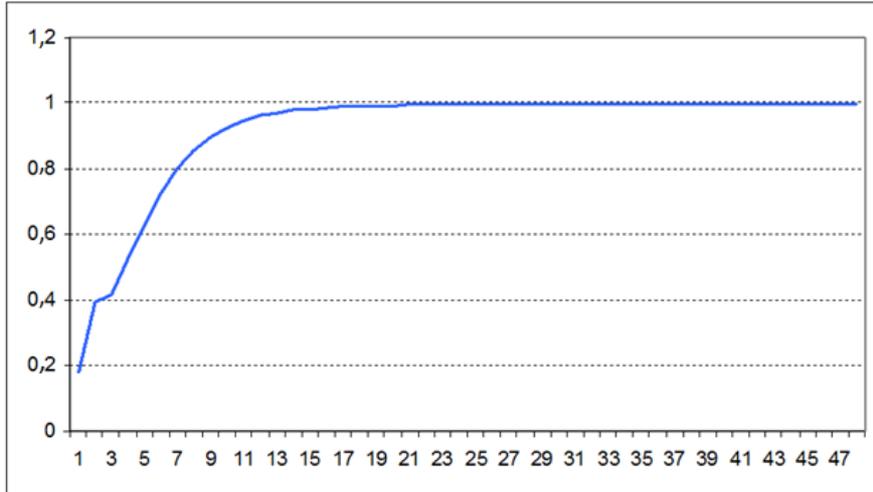
Fuente: cálculos del autor

**Tasa de crecimiento del producto en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

### Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

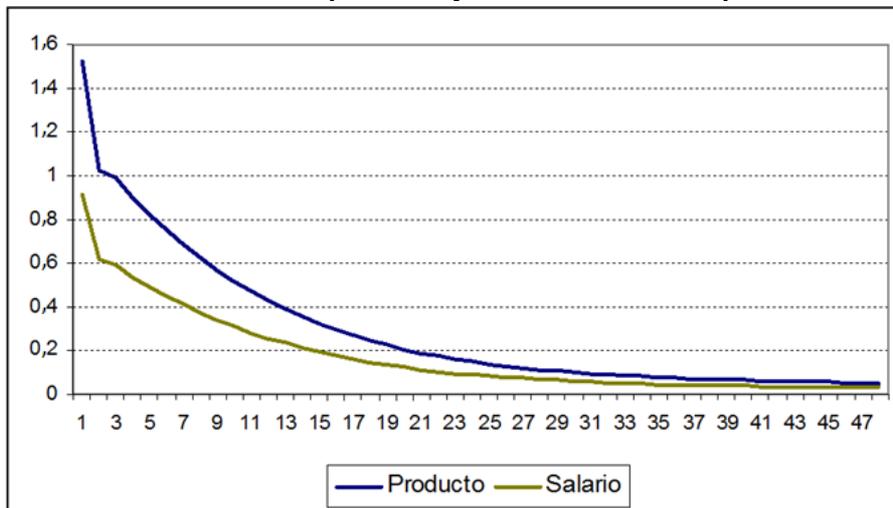
### País pobre – Menos productivo en el sector de capital humano

Tabla 3. Condiciones iniciales

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	A	B	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_1$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	2	0,1	0,1	1	0,1

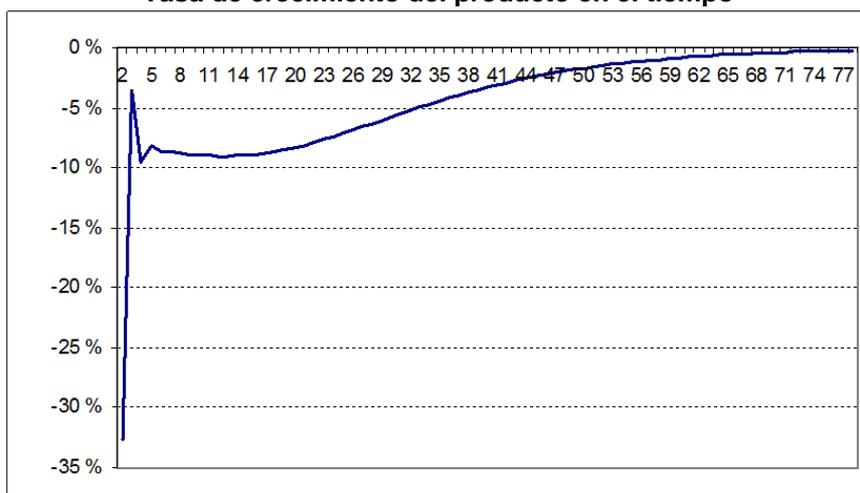
### Grupo de Gráficos 2

#### Dinámica del producto y el salario en el tiempo



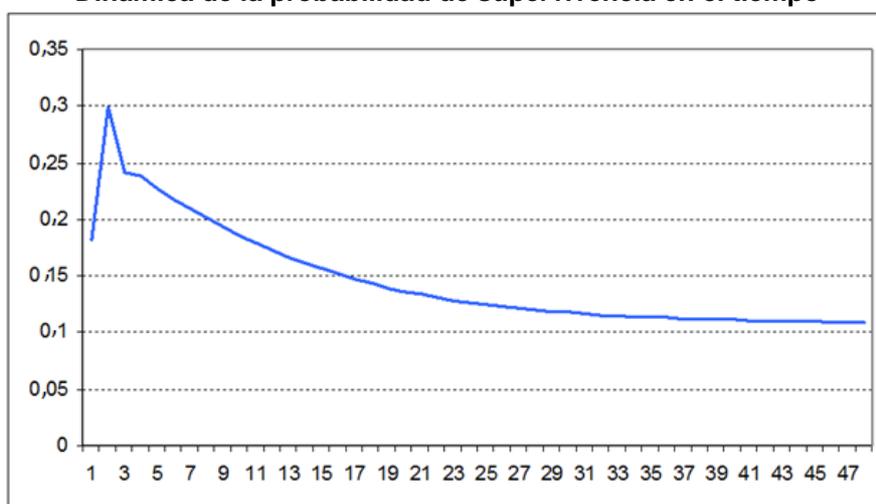
Fuente: cálculos del autor

**Tasa de crecimiento del producto en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

**Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

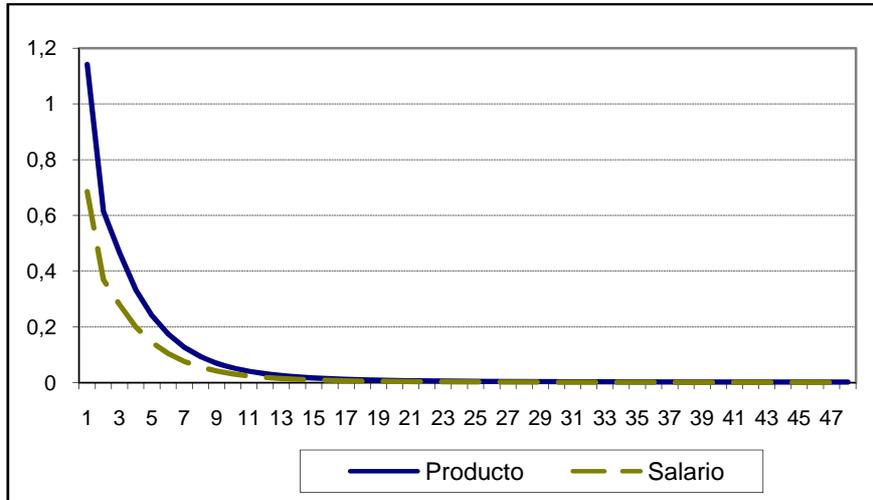
**País pobre – Menos productivo en el sector de Capital Humano y en la producción de bienes finales**

**Tabla 4. Condiciones iniciales**

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	A	B	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_1$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	3	2	0,1	0,1	1	0,1

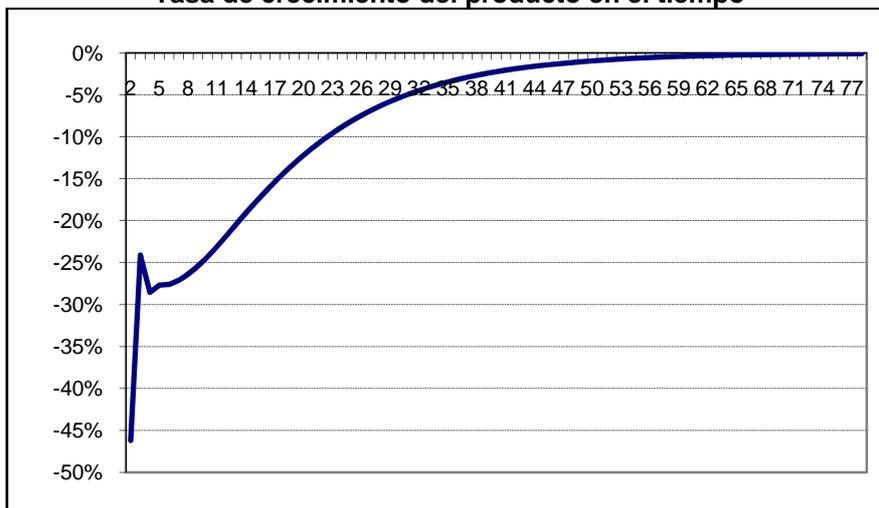
### Grupo de Gráficos 3

#### Dinámica del producto y el salario en el tiempo



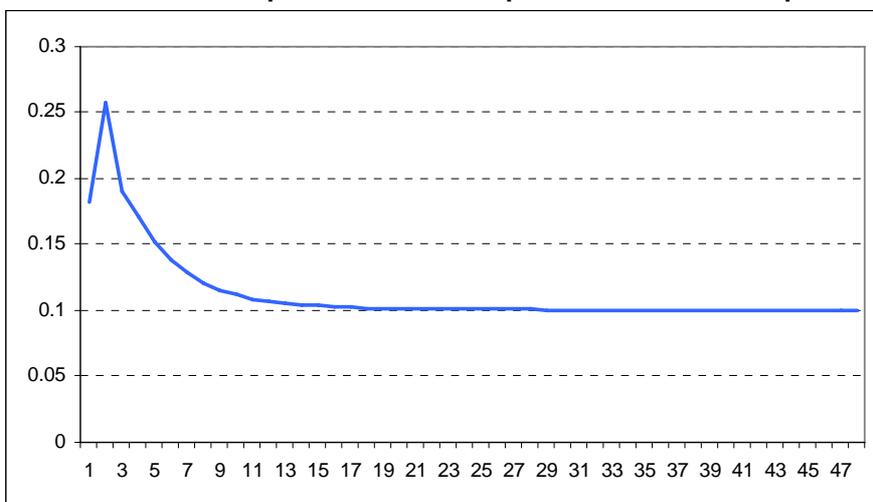
Fuente: cálculos del autor

#### Tasa de crecimiento del producto en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

#### Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

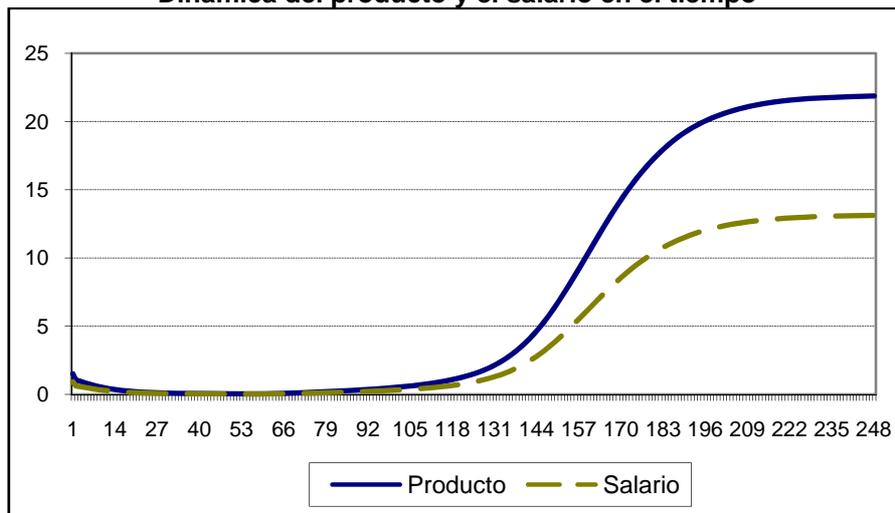
**País pobre – Choque en la productividad multifactorial en el sector de capital humano**

**Tabla 5. Condiciones iniciales**

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	A	B	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_1$	$H_0^y$	
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	2	0,1	0,1	1	0,1	
							2,5					

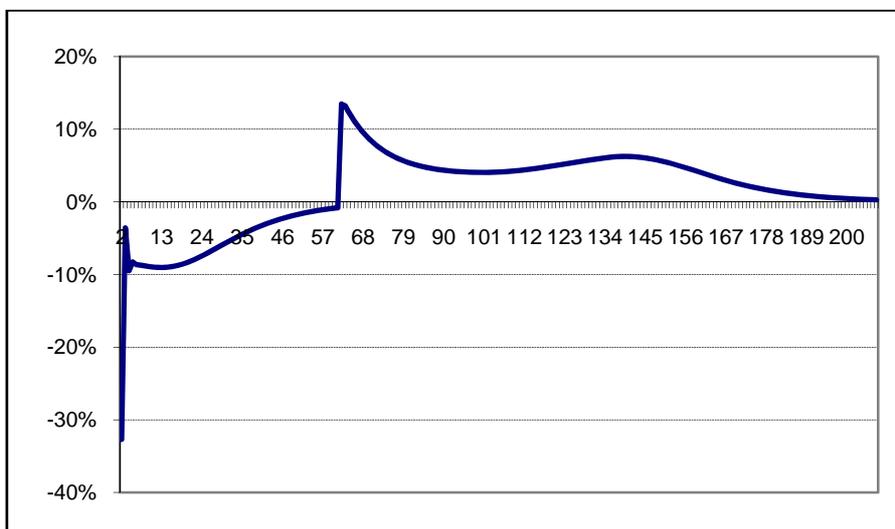
**Grupo de Gráficos 4**

**Dinámica del producto y el salario en el tiempo**



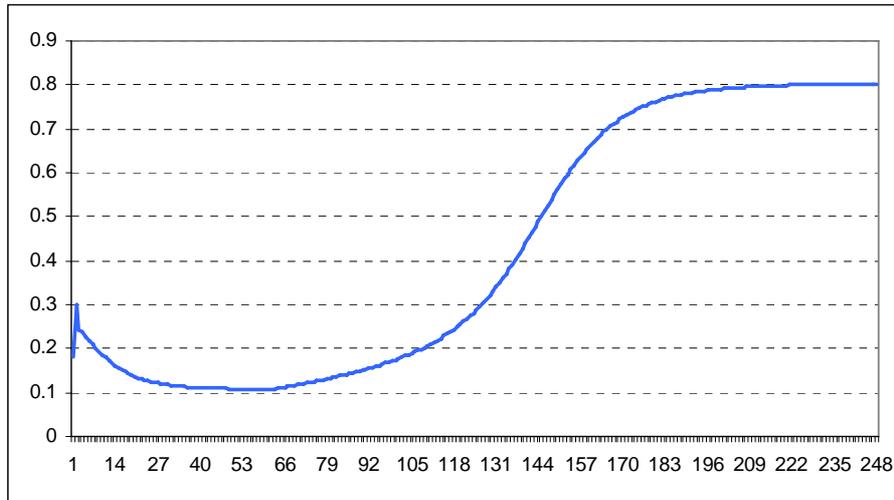
Fuente: cálculos del autor

**Tasa de crecimiento del producto en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

### Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

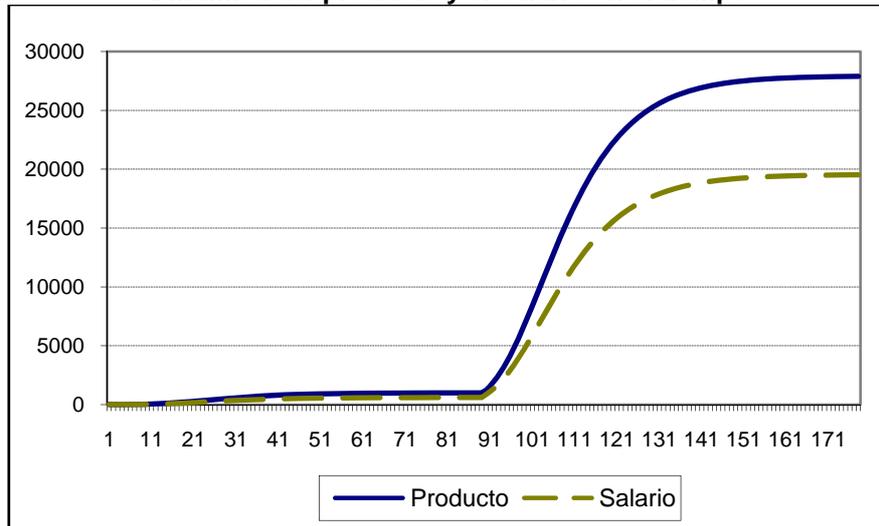
### País rico – Cambio tecnológico sesgado

Tabla 6. Condiciones iniciales – País rico

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	A	B	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_1$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	4	0,1	0,1	1	0,1
0,2	0,7										

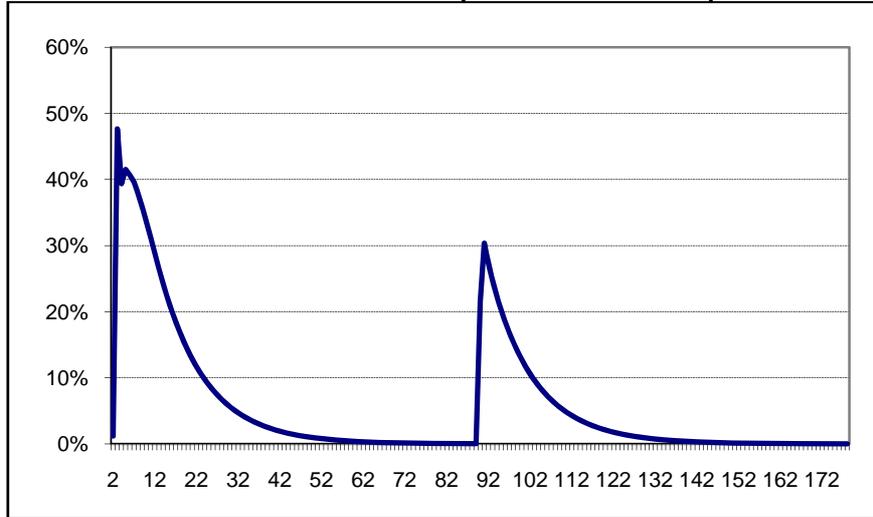
### Grupo de Gráficos 5

#### Dinámica del producto y el salario en el tiempo



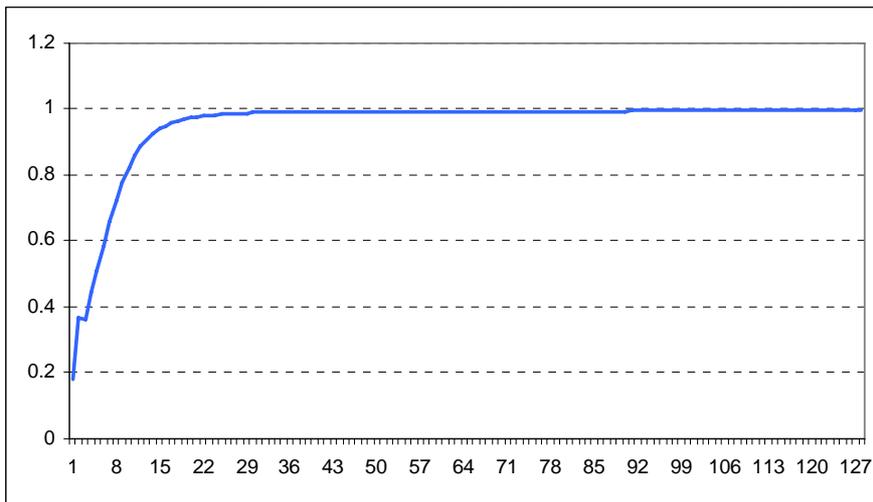
Fuente: cálculos del autor

**Tasa de crecimiento del producto en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

**Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

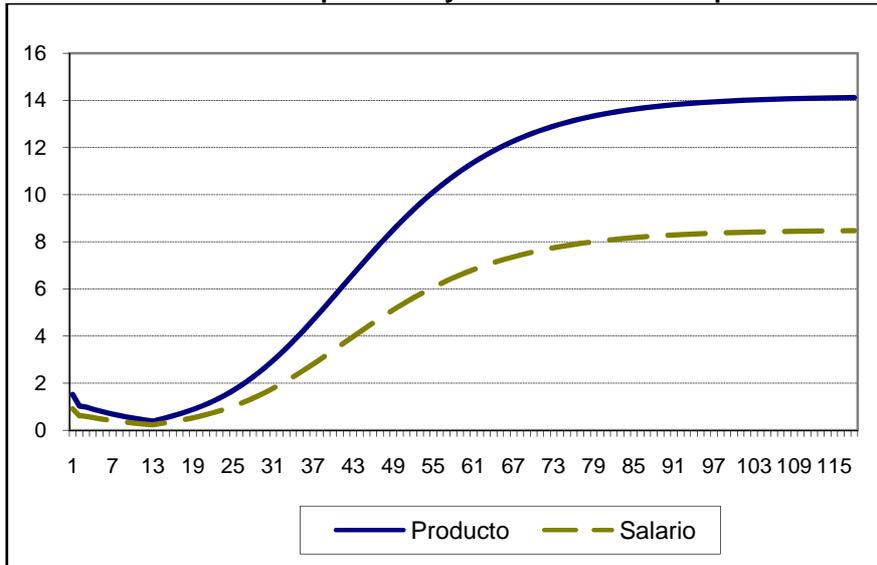
**País pobre – Cambio tecnológico sesgado (crecimiento positivo)**

**Tabla 7. Condiciones Iniciales – País pobre**

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	$A$	$B$	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_0$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	2	0,1	0,1	1	0,1
0,2	0,7										

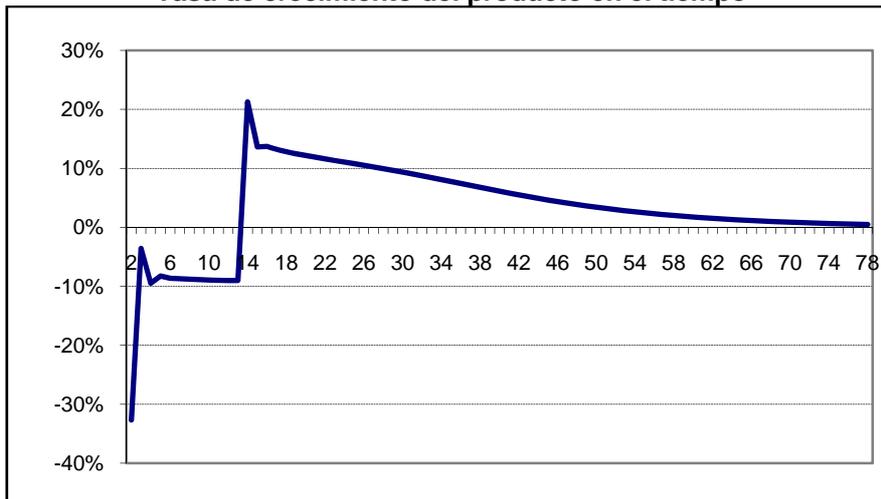
## Grupo de Gráficos 6

### Dinámica del producto y el salario en el tiempo



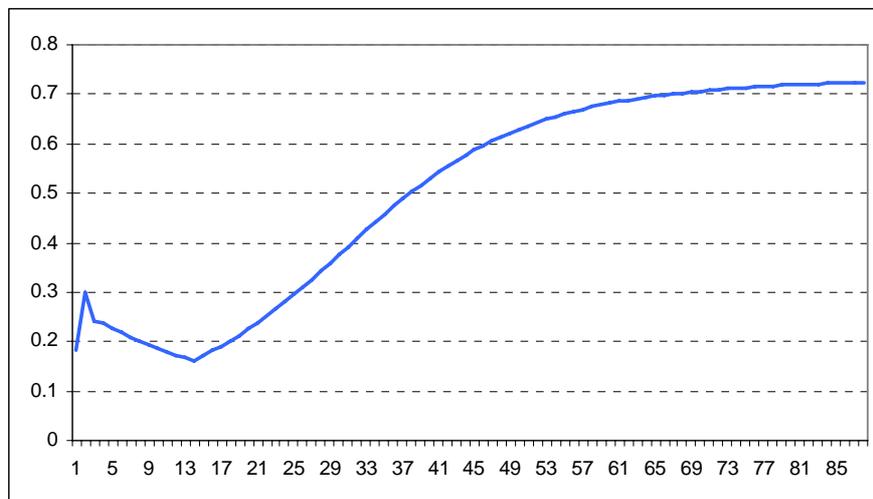
Fuente: cálculos del autor

### Tasa de crecimiento del producto en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

### Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo



Fuente: cálculos del autor

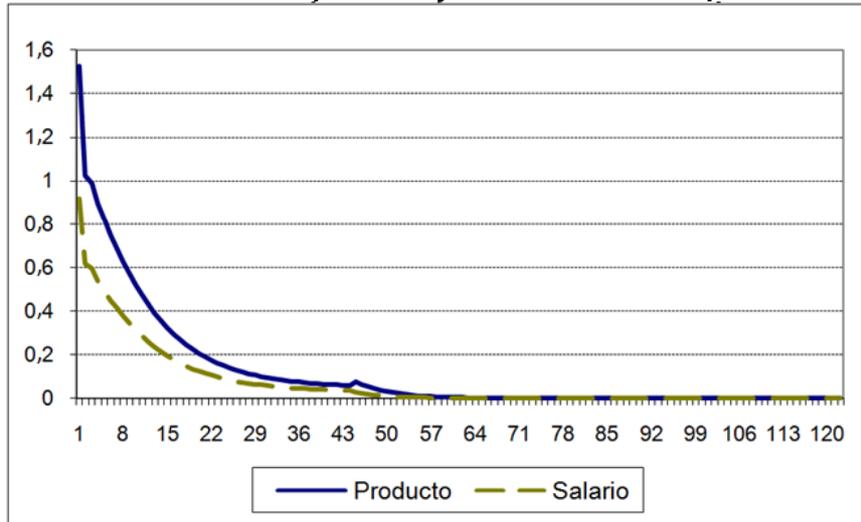
**País pobre – Cambio tecnológico sesgado (crecimiento negativo)**

**Tabla 8. Condiciones Iniciales – País pobre**

$\alpha$	$\rho$	$\beta$	$\gamma$	$\sigma$	$1-\gamma-\sigma$	A	B	$\pi_{\min}$	$h_0^y$	$K_0$	$H_0^y$
0,3	0,6	0,3	0,4	0,4	0,2	4	2	0,1	0,1	1	0,1
0,2	0,7										

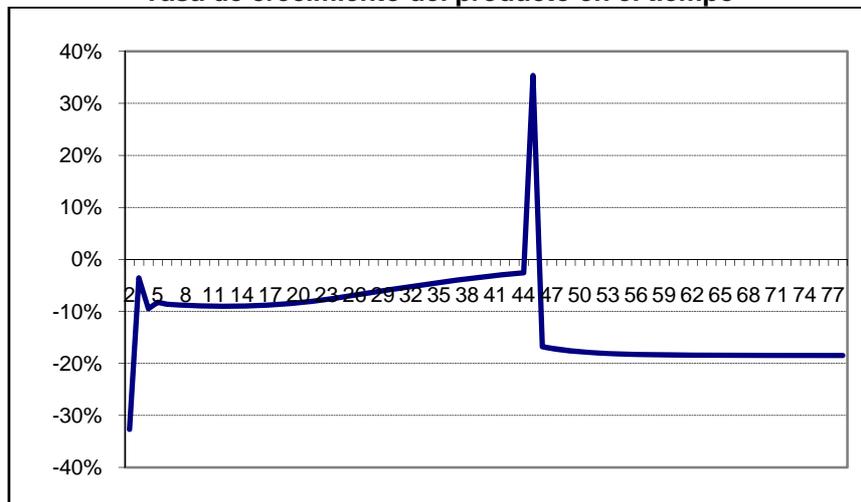
**Grupo de Gráficos 7**

**Dinámica del producto y el salario en el tiempo**



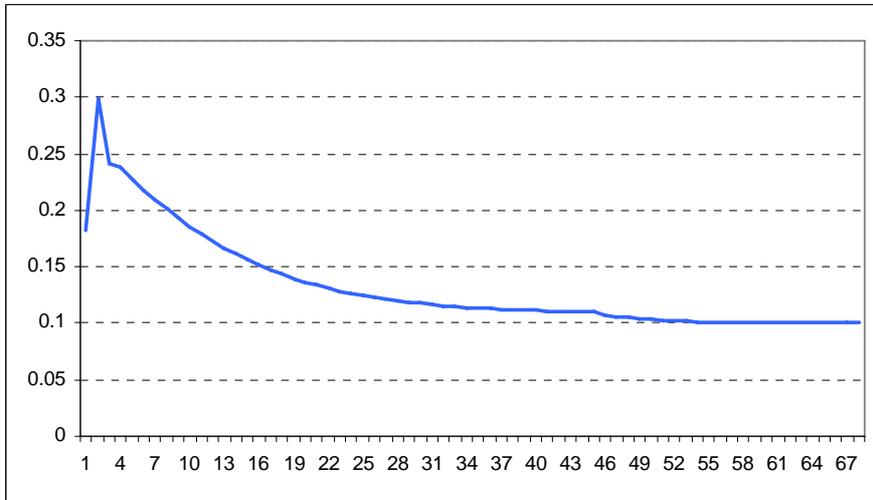
Fuente: cálculos del autor

**Tasa de crecimiento del producto en el tiempo**



Fuente: cálculos del autor

### Dinámica de la probabilidad de supervivencia en el tiempo



Fuente: cálculos del autor