UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
FACULTAD DE ECONOMÍA
Taller 9 Economía Matemática
Profesores: Andrés F. Cárdenas, Juan C. Zambrano

ELEMENTOS DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA

1. Resolver el problema

$$\underset{\{u_t\}}{Max} \sum_{t=0}^{2} \left[1 - \frac{x_t}{4} - \frac{u_t^2}{2}\right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - u_t, \quad x_0 = 1$$

2. Resolver el problema

$$\underset{\{u_t\}}{Max} \sum_{t=0}^{2} \left[1 - x_t^2 - 2u_t^2\right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - u_t, \quad x_0\, dado$$

3. Una compañía minera desea maximizar sus ganancias netas desde el período $t = 0$ hasta $t = T$. El precio del mercado del mineral que extrae es$p$. Sea y_t la producción (extracción) y x_t las reservas en el período t y sea $\frac{y_t^2}{2x_t}$ el costo de extracción. La cantidad inicial de reservas es $x_0 = 800$. Así, se desea resolver el problema

$$\underset{\{y_t\}}{Max} \sum_{t=0}^{T} \left[py_k - \frac{y_t^2}{2x_t}\right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - y_t, \quad x_0 = 800$$

   (a) Como caso particular resuelva el problema suponiendo que $p = 1$ y $T = 2$.
   (b) Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados.
   (c) Plantear el problema usando el Lagrangiano, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler.Interprete los resultados

4. $$\underset{\{c_t\}}{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \quad s.a \quad w_{t+1} = (1+r)(w_t - c_t), \quad w_0\, dado$$

   (a) Resuelva el problema suponiendo que $U(c_t) = c_t^{\alpha}$ con $0 < \alpha < 1$
   (b) Resuelva el problema suponiendo que $U(c_t) = ln(c_t)$
   (c) Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados.
   (d) Plantear el problema usando el Lagrangiano, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler.Interprete los resultados

(e) Encuentre las funciones w_t y c_t que maximizan la función de valor.

5. (Modelo de Ramsey sin depreciación) Considera el siguiente problema de maximización de la utilidad $u(c_t) = ln(c_t)$, donde $c_t > 0$ y $k_t > 0$ son, respectivamente, el consumo y el capital en el período t, y α y β son constantes tales que $0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1$:

$$\overset{Max}{\{c_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t ln(c_t) \quad s.a \quad k_{t+1} = k_t^{\alpha} - c_t, \quad k_0 \, dado$$

Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados. Encuentre las funciones k_t y c_t que maximizan la función de valor.