UNIVERSIDAD DEL ROSARIO - FACULTAD DE ECONOMÍA
Economía Matemática 2017-II - Taller 2

Andrés Felipe Cárdenas T.
Juan Carlos Zambrano.

August 22, 2017

Ejercicios para entregar: 1b, 2e, 5 y 9.

1. Si para $x \in \mathbb{R}$ y $y \in \mathbb{R}$ se define
   (a) $d_1(x, y) = \sqrt{|x - y|}$,
   (b) $d_2(x, y) = |x - 3y|$,
   (c) $d_3(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$.

   Determine cuales de las anteriores es métrica.

2. Consideremos los siguientes subconjuntos:
   (a) $A = \{1, 2, 3, 4\} \subset \mathbb{R}$.
   (b) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$.
   (c) El intervalo $(a, b)X\{0\} \subset \mathbb{R}^2$.
   (d) El conjunto constituido por los números $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n = 1, 2, 3, ...\}$.
   (e) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.
   (f) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 3 = y\}$.

   Determine cual de los anteriores conjuntos es abierto, cerrado y acotado, y además diga cual es su clausura y su frontera.

3. Construir un conjunto acotado de números reales que tenga exactamente 4 puntos límite.

4. Denotemos por A y B subcojuntos del espacio $\mathbb{R}^n$. Demuestre:
   (a) Si $A \subset B$, entonces $\bar{A} \subset \bar{B}$
   (b) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

5. Sean $A_1, A_2, A_3, ...$ subconjuntos de $\mathbb{R}^n$. Si $B_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$, demostrar que $cl(B_n) = \bigcup_{i=1}^n cl(A_i)$.
6. Si $A \subset \mathbb{R}^n$ muestre que $A^{'}$ es un conjunto cerrado.
7. Demuestre que la intersección finita de conjuntos abiertos es un conjunto abierto.
8. Demuestre que la intersección de cualquier número de conjuntos cerrados es cerrada.
9. De un ejemplo en el cual la unión infinita de conjuntos cerrados no es un conjunto cerrado.
10. De un ejemplo en el cual la intersección infinita de conjuntos abiertos no es un conjunto abierto.
11. Demuestre que la unión finita de conjuntos cerrados es cerrado.
12. Demostrar que si $A \subset B$, entonces $A' \subset B'$.
13. Sea $A \subset \mathbb{R}$ muestre que $cl(A) = A \cup A^{'}$.
14. Demuestre que $cl(A)$ es el menor cerrado que contiene a A, es decir,

$$cl(A) = \bigcap \{F \subset \mathbb{R} : F \quad \text{Cerrado}, A \subset F\}$$

.