Universidad del Rosario - Facultad de Economía
Microeconomía III - 2016-II

Taller 4 - Equilibrio general: Economía con producción

Profesor Darwin Cortés.

Monitor Daniel Gómez V.

1. Economía 2x2x2x2

Considere una economía descrita por los siguientes agentes y las siguientes características:

Productores

$$X_1(K_1, L_1) = \sqrt{K_1 L_1}; \quad X_2(K_2, L_2) = \sqrt{K_2 L_2}$$

Consumidores

$$u^1(x_1^1, x_2^1) = \sqrt{x_1^1 x_2^1}; \quad u^2(x_1^2, x_2^2) = \sqrt{x_1^2 x_2^2}$$

Donde las dotaciones de factores son $\bar{K}^1 = 1$; $\bar{K}^2 = 0$; $\bar{L}^1 = 0$; $\bar{L}^2 = 1$. Las participaciones de los beneficios pertenecientes a cada consumidor son $\theta_1^1 = \theta_2^1 = \frac{1}{2}$; $\theta_1^2 = \theta_2^2 = \frac{1}{2}$.

- (a) Halle la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP).
 - i. Defina en palabras el conjunto de puntos que conforman la FPP.
 - ii. Derive analíticamente la función.
 - iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
- (b) Halle la Tasa Marginal de Sustitución Técnica.
 - i. Explique el proceso necesario para encontrarla.
 - ii. Interprete su resultado.
- (c) Halle el equilibrio general, asumiendo $p = (p_1, p_2)$ y r, w para K, L respectivamente.
 - i. Escriba el problema de maximización para consumidores y productores.
 - ii. Determine las condiciones de optimalidad e interprételas en función de los parámetros.
 - iii. Escriba sus respuestas encerradas en un recuadro.
- (d) Grafique la caja de Edgeworth dentro de la FPP.
 - i. Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.
 - ii. Explique como se relaciona TMS con TMST.

2. Economía Robinson-Crusoe

Considere la siguiente economía de Robinson-Crusoe. El consumidor tiene un función de utilidad que depende del ocio (x_1) y de un bien de consumo (x_2) dada por

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2 + 4(x_1 x_2)^4 + \ln x_1 + \ln x_2 + x_1 x_2 \exp(x_1 x_2)^3$$

La dotación total del ocio esta medida en unidades de tiempo dada por $h = 1$. Este consumidor puede transformar su trabajo z (i.e. el tiempo disponible no dedicado al ocio) en el bien de consumo dada una función de producción $f(z) = z^{1/2}$. El ocio se vende en este mercado a un salario w y el bien de consumo a un precio p .

- (a) Encuentre la demanda del bien y demanda del ocio (i.e. oferta de trabajo)
 - i. Enuncie algún principio de la teoría del consumidor y del equilibrio general que pueda usar para simplificar.
 - ii. Encuentre las funciones de demanda del bien y del ocio.
- (b) Encuentre la demanda no condicionada de trabajo, la oferta del bien y la función de beneficios.
 - i. Interprete las funciones de demanda encontradas.
- (c) Encuentre el equilibrio walrasiano.
 - i. Grafique en el espacio (x_1, x_2) , señalando todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

3. Economía 3x2x1x1 (3 bienes, 2 consumidores, 1 firma y 1 factor de producción)

Considere una economía competitiva con producción en la cual hay una sola firma que produce un bien llamado bien 2, usando como insumo el bien 3 según la siguiente función de producción:

$$X_2 = \sqrt{X_3}$$

Los beneficios se distribuyen por partes iguales entre dos consumidores, A y B, cuyas funciones de utilidad y dotaciones son:

$$U_i = X_{i1}^{1/2} X_{i2}^{1/2}; \quad i = A, B \quad w_i = (w_1, w_2, w_3) = (2, 0, 1)$$

- (a) Halle el equilibrio general de esta economía.
- (b) Plantee y resuelva el problema de maximización de la firma. Halle la oferta del bien, la demanda del factor y los beneficios óptimos.
 - i. Resuelva el problema del consumidor. Recuerde que cada consumidor posee la mitad de la firma .
- (c) Calcule las cantidades óptimas de todos los bienes en esta economía.
 - i. Demuestre que los mercados se vacían.
 - ii. Explique intuitivamente la cantidad de equilibrio de cada bien. (Tenga en cuenta la función de producción de la firma y las preferencias de los consumidores).

4. Economía de un factor de producción, dos bienes finales y dos consumidores

Dos firmas producen dos bienes en una economía, siendo el trabajo el único factor productivo. Las funciones de producción son:

$$X_1 = L_1^{1/2}; \quad X_2 = L_2^{1/2}$$

La cantidad total de trabajo es 136 y los precios de los bienes son $P_1 = 10$ y $P_2 = 6$.

Considere, además, que en la economía hay dos consumidores, A y B. Toda la producción del bien X_1 se le entrega como dotación inicial al consumidor A y toda la del bien X_2 al consumidor B. Las funciones de utilidad de los consumidores son:

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = (x_1^A)^2 x_2^A$$

$$U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B (x_2^B)^2$$

- (a) Halle la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP).
- Derive analíticamente la función.
 - Encierre su respuesta en un recuadro.
- (b) Encuentre las cantidades producidas de ambos bienes.
- Escriba el problema de maximización.
 - Encuentre las condiciones de primer orden.
- (c) Encuentre los precios correspondientes al equilibrio general competitivo.
- Explique intuitivamente cada paso.
 - Encierre su respuesta en un recuadro.
- (d) ¿El equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto?
- Explique analítica e intuitivamente su respuesta.
 - Escriba su respuesta en máximo cinco líneas.
5. En una economía de intercambio y producción de dos mercancías, se utiliza la primera para producir la segunda. El conjunto agregado de tecnología está dado por:

$$Y^1 = Y^2 = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 : y_1 \leq 0, y_2 \leq \sqrt{-y_1}\}$$

Existen dos consumidores cuyos conjuntos de consumo están dados por $X^i = [-4, 0] \times \mathbb{R}_+$ y las preferencias están dadas por las siguientes funciones de utilidad

$$u^1(x_1, x_2) = (x_1^1 + 4)^{\frac{1}{4}} (x_2^1)^{\frac{3}{4}}$$

$$u^2(x_1, x_2) = (x_1^2 + 4)^{\frac{3}{4}} (x_2^2)^{\frac{1}{4}}$$

Los consumidores tienen dotación inicial del bien 2 nula, mientras 4 es el tiempo máximo que podrían trabajar. Las participaciones sobre los beneficios de las firmas (s^{ij} , siendo i los individuos y j las firmas) son $s^{11} = s^{22} = 0, 25$ y $s^{21} = s^{12} = 0, 75$.

- (a) Resuelva el problema de los productores.
- Escriba el problema de maximización.
 - Explique intuitivamente las condiciones de primer orden.
 - Encuentre la función de beneficios.
- (b) Encuentre la función de demanda de cada consumidor.
- Pista: x_1^i es la oferta que se hace de trabajo y por lo tanto $(x_1^i + 4)$ es la demanda que hace de ocio.
- Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor.
 - Establezca las funciones de demanda.
 - Determine los excesos de demanda.
- (c) Encuentre los precios de equilibrio.
- Describa el papel de la Ley de Walras en este proceso.
 - Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (d) Encuentre el equilibrio walrasiano.
- Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

6. Segundo parcial 2016-1

Suponga una economía con tres mercancías, dos firmas y un consumidor. Las mercancías 1 y 2 se producen utilizando la mercancía 3 como insumo. Las funciones de producción están dadas por:

$$y_1(z_3^1) = 2z_3^1, \quad y_2(z_3^2) = \frac{1}{2}z_3^2$$

Suponga que la mercancía 3 es el numerario.

- (a) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de las mercancías 1 y 2? Explique.
- Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
 - Use frases cortas con sujeto y predicado.

El único consumidor tiene las siguientes preferencias y las siguientes dotaciones:

$$U^1(x_1^1, x_2^1) = (x_1^1)^{\frac{1}{5}} (x_2^1)^{\frac{4}{5}}, \quad w^1 = (w_1^1, w_2^1, w_3^1) = (0, 0, 4)$$

- (b) Demuestre que se cumple la ley de Walras.
- Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
 - En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (c) Encuentre el equilibrio Walrasiano.
- Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (d) Demuestre que se cumple el primer teorema del bienestar.
- Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (e) Grafique los resultados del punto c (incluyendo la curva de indiferencia de equilibrio y la frontera de posibilidades de producción).
- Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

7. Economía de dos factores de producción, dos bienes finales y un consumidor

El consumidor tiene como dotaciones iniciales dos unidades de trabajo, dos unidades de capital y es dueño de las firmas de la economía. Las preferencias del consumidor están dadas por:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$$

Assuma que el bien 1 es el numerario. La frontera de posibilidades de producción de esta economía está dada por:

$$y_2 = 2 - y_1$$

donde y_2 son las cantidades producidas del bien 2 y y_1 son las cantidades producidas del bien 1.

- (a) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de los bienes finales?
- Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
 - En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (b) ¿Cuáles son las cantidades demandadas y ofrecidas de los bienes finales en el equilibrio?
- Escriba los problemas de maximización que enfrentan los agentes.
 - Explique intuitivamente su resultado.

Las tecnologías de producción de esta economía están dadas por

$$y_1 = L_1^{1/2} K_1^{1/2}$$

$$y_2 = L_2^{1/2} K_2^{1/2}$$

- (c) ¿Cuáles son las cantidades demandadas de factores en el equilibrio?
- Encierre su respuesta en un recuadro.
- (d) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de los factores? [Ayuda: Use la función de beneficios de las empresas]
- Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
 - Use frases cortas con sujeto y predicado.

Suponga que hay un cambio de los gustos del consumidor del tal forma que las nuevas preferencias están dadas por la siguiente función:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/3}$$

- (e) ¿Qué cambios hay en las cantidades demandadas (y producidas) de los bienes finales en el equilibrio?
- Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal). En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
 - Justificar analítica y gráficamente su resultado.
1. En una economía de intercambio con producción donde hay dos consumidores. Juan y Pedro, dos bienes, manzanas (M) y duraznos (D), y suponiendo que no hay fallos de mercado, es falso que:
 - (a) Tanto el equilibrio general competitivo como en el óptimo de Pareto la economía debe producir en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción.
 - (b) En el óptimo de Pareto se cumplirá que $|RMS_{D,M}^J| = |RMS_{D,M}^P| = |RMT_{D,M}|$.
 - (c) En el equilibrio general competitivo se ha de verificar que $|RMT_{D,M}| = \frac{P_M}{P_D}$
 - (d) En el óptimo de Pareto no se vacía el mercado pero en el equilibrio general sí.
 2. Sea una economía con 2 firmas productoras, una de café, y la otra de cacao; y 2 consumidores. Esta economía se encuentra situada en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción para la cual, la RMT de cacao en café vale 2, y la RMS de Café al Cacao vale 1 para los 2 consumidores. Suponemos los bienes indivisibles. (Ejemplo: paquetes de café y de cacao). ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?
 - (a) La satisfacción de uno solo de los 2 consumidores, puede aumentar si se produce una unidad de Cacao de menos, y más de café.
 - (b) Un óptimo de producción es Alcanzado.
 - (c) Un óptimo de distribución es Alcanzado.
 - (d) Un óptimo Global es Alcanzado.