

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO - FACULTAD DE ECONOMÍA

Economía Matemática 2017-I Taller 5

Ejercicios para entregar: 2a, 3a,4,5, 6c, 7a, 8c,8e, 8h,10 en grupos de tres personas.

1. para las funciones:

$$f(x, y) = x - y \quad y \quad g(x, y) = x^2 + x - y$$

Determine cada caso si los siguientes conjuntos son cerrados y acotados
(si es posible realice sus graficas)

(a) $GS_g \cap GI_f$

(c) $CS_g(1) \cap CI_f(2)$

(b) $GI_g \cap GS_f$

(d) $CI_g(1) \cap CS_f(2)$

2. Dados los conjuntos:

$$A = \{(x, y, z) / y^2 + x < yz \leq x + y^2 + z^2\}$$

$$B = \{(x, y, z, w) / x + w^2 < y + z^3 \leq x + z^2 + w^3\}$$

$$C = \{(x, y) / |y^2 - y| \leq x, |y + 2| \leq 1\}$$

Describa cada conjunto en terminos de grafos, supergrafos y subgrafos de funciones adecuadas.

3. Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{(K, L) / 5K^{0.2}L^{0.5} \geq 200, 0 \leq K \leq 50\}$$

$$B = \{(x, y) / P_x x + P_y y \leq I, x \geq 0, y \geq 0\}$$

$$C = \{\min\{2K, 3L\} \geq 6\}$$

$$D = \{(x, y) / x^2 - 9y^2 = 9\}$$

(a) Interprete los conjuntos como grafos y determine si son cerrados y/o acotados.

(b) Interprete los conjuntos como contornos

4. Pruebe que un subconjunto de $\Re$ es convexo si y solo si es un intervalo.

5. Muestre que la unión de dos conjuntos convexos no es un convexo.

6. Analice si los siguientes conjuntos son convexos:

(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq x^2\}$

(b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq |x|\}$

(c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + 3y^2 \leq xy + 5\}$

(d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 2; z = 5\}$

(e) $A \cap B$

7. (a) Muestre que $f(x) = kg(x)$ es cuasiconvexa si $g(x)$ es cuasiconvexa y $k > 0$

(b) Muestre que $f(x) = (h \circ g)(x)$ es convexa si g y h son convexas y h monótona creciente.

8. Calsifique las siguientes funciones con respecto a concavidad y convexidad.

(a) $f(x) = 2x^4 - 8x^2 + 3$

- (b) $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{3}}$
 - (c) $f(x, y) = (2x^2 - 3xy + 5y^2)^3 + x^2 + 4y^2 + 2x - 5y + 3$
 - (d) $f(x, y) = e^x + e^y - x - y$
 - (e) $f(x, y) = \log(xy)$
 - (f) $f(x, y) = 3x^2 - 7xy + 4y^2$
 - (g) $f(x, y, z) = zy^2z^3$
 - (h) $T(p, q, r) = p^3r + q^3r - 5r$ en $D = \{(p, q, r) \in R^3 / p > 0, q > 0, r > 0\}$.
 - (i) $g(u, v, w) = u \ln(vw)$ en $D = \{(u, v, w) \in R^3 / u > 0, v > 0, w > 0\}$.
9. Utilice la caracterización mediante las derivadas parciales de segundo orden para determinar si las siguientes funciones $f : R^n \rightarrow R$ son estrictamente cóncavas o convexas:
- (a) $f(x, y) = x + 3xy + 6x^2 + y^2$
 - (b) $f(x, y) = -x^2 - 2xy - y^2$
10. Muestre que la función de producción tipo Cobb-Douglas $f(x, y) = Ax^\alpha y^{1-\alpha}$ es siempre cuasicóncava, y es cóncava si el grado de homogeneidad $r \leq 1$.
11. Estudia si los conjuntos siguientes son convexos. Indica cuáles de ellos son hiperplanos, semiespacios o polítopos:
- (a) $C_1 = \{(x, y, z) \in R^3 / 2x - 5 + z \leq 5, x < 16\}$.
 - (b) $C_2 = \{(x, y, z, w) \in R^4 / x - 3y = x + 2w\}$.
 - (c) $C_3 = \{(x, y) \in R^2 / x^2 + y^2 \leq 16\}$.
 - (d) $C_4 = \{(x, y) \in R^2 / 2xy - x^2 - y^2 \geq 4\}$.
 - (e) $C_5 = \{(x, y, z) \in R^3 / x < 0, y > 0\}$.
12. Indica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas. Si son verdaderas explica por qué, y si son falsas pon un ejemplo que lo muestre:
- (a) Una función puede ser estrictamente convexa y cóncava.
 - (b) Una función puede ser estrictamente convexa y estrictamente cóncava.
 - (c) Una función puede ser estrictamente cóncava y convexa.
 - (d) Una función no puede ser convexa y cóncava a la vez.
 - (e) Una función puede no ser cóncava ni convexa.
 - (f) Toda función cóncava es estrictamente cóncava.
 - (g) Un conjunto puede ser cóncavo y convexo a la vez.