Universidad del Rosario - Facultad de Economía
Microeconomía III - 2016-I
Taller 4 - Equilibrio general: Economía con producción

Profesores: Darwin Cortés y Andrea C. Atencio.

Monitores: *Sebastián García y Daniel Gómez V.*

1. **Economía 2x2x2**

   Considere una economía descrita por los siguientes agentes y las siguientes características:

   Productores

   $$X^1(K,L) = \sqrt{KL}$$
   $$X^2(K,L) = \sqrt{KL}$$

   Consumidores

   $$u^1(x_1^1, x_2^1) = \sqrt{x_1^1 x_2^1}$$
   $$u^2(x_1^2, x_2^2) = \sqrt{x_1^2 x_2^2}$$

   Donde las dotaciones de factores son $\overline{K}^1 = 1$; $\overline{K}^2 = 0$; $\overline{L}^1 = 0$; $\overline{L}^2 = 1$. Las participaciones de los beneficios pertenecientes a cada consumidor son $\theta_1^1 = \theta_2^1 = \frac{1}{2}$; $\theta_1^2 = \theta_2^2 = \frac{1}{2}$.

   (a) Halle la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP).

   (b) Defina en palabras el conjunto de puntos que conforman la FPP.

      i. Derive analíticamente la función.

      ii. Encierre su respuesta en un recuadro.

   (c) Halle la Tasa Marginal de Sustitución Técnica.

      i. Explique el proceso necesario para encontrarla.

      ii. Interprete su resultado.

   (d) Halle el equilibrio general, asumiendo $p = (p_1, p_2)$ y r, w para K, L respectivamente.

      i. Escriba el problema de maximización para consumidores y productores.

      ii. Determine las condiciones de optimalidad e interprételas en función de los parámetros.

      iii. Escriba sus respuestas encerradas en un recuadro.

   (e) Grafique la caja de Edgeworth dentro de la FPP.

      i. Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

      ii. Explique como se relaciona TMS con TMT.

2. **Economía *Robinson-Crusoe***

   Considere la siguiente economía de Robinson-Crusoe. El consumidor tiene un funcion de utilidad que depende del ocio (x_1) y de un bien de consumo (x_2) dada por

   $$u(x_1, x_2) = x_1x_2 + 4(x_1x_2)^4 + lnx_1 + lnx_2 + x_1x_2exp(x_1x_2)^3$$

   La dotacion total del ocio esta medida en unidades de tiempo dada por $w_1 = 1$. Este consumidor puede transformar su trabajo z (i.e. el tiempo disponible no dedicado al ocio) en el bien de consumo dada una funcion de produccion $f(z) = z^{1/2}$. El ocio de vende en este mercado a un salario w y el bien de consumo a un precio p.

(a) Encuentre la demanda del bien y demanda del ocio (i.e. oferta de trabajo)

   i. Enuncie algún principio de la teoria del consumidor y del equilibrio general que pueda usar para simplificar.

   ii. Encuentre las funciones de demanda del bien y del ocio.

(b) Encuentre la demanda no condicionada de trabajo, la oferta del bien y la función de beneficios.

   i. Interprete las funciones de demanda encontradas.

(c) Encuentre el equilibrio walrasiano.

   i. Grafique en el espacio (x_1, x_2), señalando todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

3. **Economía de intercambio con producción (3 bienes, 2 consumidores, 1 firma)**

   Considere una economía economía competitiva con producción en la cual hay una sola empresa que produce un bien llamado bien 2, usando como input el bien 3 según la siguiente función de producción $X_2 = \sqrt{X_3}$.

   Los beneficios se distribuyen por partes iguales entre dos consumidores, A y B, cuyas funciones de utilidad y dotaciones son:

   $U_i = X_{i1}^{1/2} X_{i2}^{1/2}$ y $w_i = (w_1, w_2, w_3) = (2, 0, 1)$

   (a) Halle el equilibrio general de esta economía.

      i. Plantee y resuelva el problema de maximización de la firma. Halle la oferta del bien, la demanda del factor y los beneficios óptimos.

      ii. Resuelva el problema del consumidor. Recuerde que cada consumidor posee la mitad de la firma .

   (b) Calcule las cantidades óptimas de todos los bienes en esta economía.

      i. Demuestre que los mercados se vacían.

      ii. Explique intuitivamente la cantidad de equilibrio de cada bien. (Tenga en cuenta la función de producción de la firma y las preferencias de los consumidores).

4. Suponga una economía en la que se producen dos mercancías (q_1 y q_2) a partir de dos inputs z_1 y z_2 de acuerdo con las siguientes funciones de producción:

$$q_1 = (z_1^1)^{1/2}(z_2^1)^{1/2}$$

$$q_2 = (z_1^2)^{1/2}(z_2^2)^{1/2}$$

   Donde z_k^i representa la cantidad del input k utilizado por la empresa j.

   La cantidad de ambos inputs en la economía está limitada, de modo que sólo se dispone de $\overline{z}_1$ del primer factor y de $\overline{z}_2$ del segundo.

   (a) Halle el conjunto de asignaciones Pareto-eficientes en la producción.

      i. Muestre que en los puntos eficientes se igualan las tasas marginales de sustitución técnica de las firmas.

      ii. ¿Sería productivamente eficiente una asignación igualitaria de los factores entre las dos empresas?

5. En una economía de intercambio y producción de dos mercancías, se utiliza la primera para producir la segunda. El conjunto agregado de tecnologia está dado por:

$$Y^1 = Y^2 = \left\{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 : y_1 \leq 0, y_2 \leq \sqrt{-y_1}\right\}$$

Existen dos consumidores cuyos conjuntos de consumo están dados por $X^i = [-4, 0] \times \mathbb{R}_+$ y las preferencias están dadas por las siguientes funciones de utilidad

$$u^1\left(x_1, x_2\right) = \left(x_1^1 + 4\right)^{\frac{1}{4}} x_2^{1\frac{3}{4}}$$

$$u^2\left(x_1, x_2\right) = \left(x_1^2 + 4\right)^{\frac{3}{4}} x_2^{2\frac{1}{4}}$$

Los consumidores tienen dotación inicial del bien 2 nula, mientras 4 es el tiempo máximo que podrían trabajar. Las participaciones sobre los beneficios de las firmas (s^{ij}, siendo i los individuos y j las firmas) son $s^{11} = s^{22} = 0,25$ y $s^{21} = s^{12} = 0,75$.

(a) Resuelva el problema de los productores.

i. Escriba el problema de maximizacion.
ii. Explique intuitivamente las condiciones de primer orden.
iii. Encuentre la función de beneficios.

(b) Encuentre la función de demanda de cada consumidor.
Pista: x_1^i es la oferta que se hace de trabajo y por lo tanto $(x_1^i + 4)$ es la demanda que hace de ocio.

i. Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor.
ii. Establezca las funciones de demanda.
iii. Determine los excesos de demanda.

(c) Encuentre los precios de equilibrio.

i. Describa el papel de la Ley de Walras en este proceso.
ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

(d) Encuentre el equilibrio walrasiano.

i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

6. Sea una economía con dos firmas. La firma 1 produce el bien x y la firma 2 produce el bien y de acuerdo a las funciones de producción

$$F_x(L_x) = \sqrt{L_x}$$

$$F_y(L_y) = \sqrt{\frac{L_y}{1 + 0,06(q_x)^2}}$$

.

Donde L_x y L_y son respectivamente las cantidades utilizadas en la producción de los bienes x y y del único factor existente en la economía (L), del que hay una dotación incial de 800 unidades. El único consumidor de esta economía tiene unas preferencias representadas por la siguiente función de utilidad

$$U(c_x, c_y) = ln\,(c_x) + ln\,(c_y)$$

(a) Obtenga la expresión de la Frontera de Posibilidades de Producción.

i. Explique el concepto.
ii. Escriba las ecuaciones que deben satisfacerse.

(b) Calcule las cantidades de producción del óptimo de Pareto.

   i. Escriba el problema de optimización que debe resolverse para obtener el Óptimo Paretiano.
   ii. Resuelva analíticamente el problema.
   iii. Encierre su resultado.

(c) Calcule las cantidades de producción correspondientes al equilibrio walrasiano.

   i. Resuelva el problema de optimización para cada firma.
   ii. Resuelva el problema de optimización del consumidor.

(d) ¿Coinciden las cantidades de producción óptimo-paretianas y de equilibrio Walrasiano?

   i. Explique su respuesta en términos económicos.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
- Justificar analítica y gráficamente su resultado.

1. En una economía de intercambio con producción donde hay dos consumidores. Juan y Pedro, dos bienes, manzanas (M) y duraznos (D), y suponiendo que no hay fallos de mercado, es falso que:

   (a) Tanto el equilibrio general competitivo como en el óptimo de Pareto la economía debe producir en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción.
   (b) En el óptimo de Pareto se cumplirá que $|RMS^{J}_{D,M}| = |RMS^{P}_{D,M}| = |RMT_{D;M}|$.
   (c) En el equilibrio general competitivo se ha de verificar que $|RMT_{D,M}| = \frac{P_M}{P_D}$
   (d) En el óptimo de Pareto no se vacía el mercado pero en el equilibrio general sí.

2. Sea una economía con 2 firmas productoras, una de café, y la otra de cacao; y 2 consumidores. Esta economía se encuentra situada en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción para la cual, la RMT de cacao en café vale 2, y la RMS de Café al Caco vale 1 para los 2 consumidores. Suponemos los bienes indivisibles. (Ejemplo: paquetes de café y de cacao). ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

   (a) La satisfacción de uno solo de los 2 consumidores, puede aumentar si se produce una unidad de Cacao de menos, y más de café.
   (b) Un óptimo de producción es Alcanzado.
   (c) Un óptimo de distribución es Alcanzado.
   (d) Un óptimo Global es Alcanzado.