Universidad del Rosario - Facultad de Economía

Microeconomía III - 2016-I

Taller 3 - Equilibrio general: Intercambio puro

Profesores: Darwin Cortés y Andrea C. Atencio.

Monitores: *Sebastián García y Daniel Gómez V.*

1. Considere una economía de intercambio con 2 consumidores $(1, 2)$ y 2 bienes (a, b). Las dotaciones iniciales son $w_a = (15, 3)$ y $w_b = (5, 17)$. Las preferencias de los consumidores están representadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^a(x_1^a, x_2^a) = (x_1^a)^2\, x_2^a$$

$$u^b(x_1^b, x_2^b) = x_1^b x_2^b$$

   (a) Halle el conjunto de óptimos de Pareto.
      i. Especifique qué condición se cumple sobre este conjunto de puntos y explíquela intuitivamente.
      ii. Grafique los óptimos de Pareto en una caja de Edgeworth.

   (b) Halle el equilibrio Walrasiano, asuma el bien 2 como numerario.
      i. Pruebe que el equilibrio cumple el primer teorema de la economía del bienestar.
      ii. Demuestre que se cumple la Ley de Walras.
      iii. ¿Podria la asignación $(x_1^a, x_2^a) = \left(10, \frac{20}{3}\right)$ $(x_1^b, x_2^b) = \left(10, \frac{40}{3}\right)$ ser un equilibrio competitivo en esta economía? Explique.

   (c) Encuentre el núcleo de la economía (puede dejar su resultado en términos de expresiones).
      i. Defina intuitivamente el núcleo de una economía.
      ii. Aclare la relación entre núcleo, equilibrio walrasiano y óptimos de Pareto.

2. Suponga una economía sin producción con dos personas (Alex y Bill) y dos bienes (x, y). Alex tiene 8 unidades del bien x pero ninguna del bien y. Bill tiene 3 unidades del bien y pero ninguna unidad del bien x. Sus preferencias están descritas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^a(x^a, y^a) = x^a y^a$$

$$u^b(x^b, y^b) = log\left(x^b\right) + y^b$$

   (a) Halle las funciones de demanda de los consumidores.
      i. Muestre que con estas funciones de demanda se cumple la Ley de Walras.

   (b) Encuentre el equilibrio competitivo y los óptimos de Pareto.
      i. Pruebe que el equilibrio pertenece a los óptimos de Pareto.
      ii. Grafique en una caja de Edgeworth los óptimos de Pareto, las dotaciones iniciales y el equilibrio de la economía.

3. Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) y dos bienes (x, y). Las preferencias de los consumidores vienen dadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^1(c_x^1, c_y^1) = ln\left(c_x^1\right) + ln\left(c_y^1\right)$$

$$u^2(c_x^2, c_y^2) = 2ln\left(c_x^2\right) + c_y^2$$

La dotación de bienes de los consumidores es como sigue: el consumidor 1 tiene una unidad de cada bien, es decir $(w_x^1, w_y^1) = (1, 1)$; el consumidor 2 tiene una unidad del bien x y tres del bien y, esto es $(w_x^2, w_y^2) = (1, 3)$

(a) Determine la curva de contrato de esta economía

i. Explique la condición de optimalidad que se debe cumplir en la curva de contratos.

ii. Derive matemáticamente la curva de contratos.

iii. Grafique la curva de contratos en la caja de Edgeworth.

(b) Calcule el equilibrio Walrasiano, normalizando el precio del bien x a la unidad.

i. Escriba los problemas que enfrentan los consumidores.

ii. Resuelva matemáticamente el equilibrio, siendo claro con su procedimiento.

iii. Ubique el EW en la caja de Edgeworth.

(c) Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos el precio del bien y a la unidad.

i. Encuentre el nuevo EW.

ii. Ubíquelo gráficamente en la caja de Edgeworth.

(d) Determine el vector de precios del equilibrio Walrasiano si normalizamos de tal manera que el índice de precios $\frac{p_x}{3} + \frac{2p_y}{3}$ sea uno.

i. Resuelva matemáticamente el EW.

ii. Grafique en la caja de Edgeworth el nuevo EW.

4. Considere las siguientes economías:

(a) $u^h(c_1^h, c_2^h) = ln\left(x_1^h\right) + ln\left(x_2^h\right)$, donde $h = 1, 2$.
Las dotaciones iniciales son $w^1 = (3, 2)$ y $w^2 = (2, 3)$

i. Calcule el Equilibrio Walrasiano.

ii. Encuentre el/los óptimos de Pareto.

iii. Defina la curva de contratos.

iv. Halle el núcleo de la economía.

(b) $u^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 + x_2^1$ y $u^2(x_1^2, x_2^2) = min\{x_1^2, x_2^2\}$
Las dotaciones iniciales son $w^1 = (1, 2)$ y $w^2 = (3, 1)$

i. Calcule el Equilibrio Walrasiano.

ii. Encuentre el/los óptimos de Pareto.

iii. Defina la curva de contratos.

iv. Halle el núcleo de la economía.

5. Considere la economía de intercambio de tres agentes donde:

$$u^a(x_1^a, x_2^a) = x_1^a + x_2^a$$

$$u^b(x_1^b, x_2^b) = min\{x_1^b, x_2^b\}$$

$$u^c(x_1^c, x_2^c) = x_1^c + x_2^c$$

Con dotaciones $w^a = w^c = (4, 0)$ y $w^b = (0, 4)$.

(a) Encuentre las asignaciones Pareto-eficientes.

    i. Sea claro con el procedimiento para encontrar el conjunto de óptimos de Pareto.
    ii. Grafique en la caja de Edgeworth teniendo en cuenta que los consumidores a y c son iguales.

(b) Determine los equilibrios walrasianos.

    i. Especifique el problema que enfrenta cada consumidor.
    ii. Interprete sus resultados.

(c) Hallar el núcleo de la economía.

    i. Compare el núcleo con el conjunto de equilibrios walrasianos.
    ii. Grafique el núcleo.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
- Justificar analítica y gráficamente su resultado.

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera acerca del equilibrio de intercambio entre dos individuos?

    (a) Sus tasas marginales de sustitución son iguales.
    (b) Las pendientes de las curvas de indiferencia son negativas.
    (c) Las tasas marginales de sustitución de ambos individuos son iguales a razón de los precios de los bienes.
    (d) A y B solamente.
    (e) A, B y C son verdaderas.

2. Suponga que hay una sequía y el gobierno propone distribuir igual cantidad de agua para cada persona sin costo alguno. Si se les prohíbe intercambiar bienes, ¿tal distribución seria Pareto eficiente?

    (a) Si, por que cada persona tiene la misma cantidad de agua que los demás.
    (b) Si, por que cada persona recibe su agua gratis.
    (c) No necesariamente ya que las personas pueden diferir en sus tasas marginales de sustitución entre agua y otros bienes.
    (d) No es posible determinar sin saber el precio del agua.
    (e) Ninguna de las anteriores.