

**UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
FACULTAD DE ECONOMÍA**

Taller 8 Economía Matemática Octubre 14 de 2016

Profesores: Juan Carlos Zambrano y Andrés Felipe Cárdenas

Deben entregar en grupos de tres personas: 3b,4c,5,7b,9b,10c,11b,12b,15,16c

1. Compruebe que la función indicada es una solución de la ecuación diferencial dada:

- (a) $2y' + y = 0$; $y = e^{-\frac{x}{2}}$.
(b) $y'' - 6y' + 13y = 0$; $y = e^{3x} \cos 2x$.
(c) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$; $y = c_1e^{2x} + c_2xe^{2x}$.
(d) $p' = p(1 - p)$; $p = \frac{c_1e^t}{1+c_1e^t}$

2. Dada la ecuación diferencial, su solución y las condiciones iniciales, determinar el valor de las constantes arbitrarias:

- (a) $y^2y' - 4x = 0$, $y^3 = 6x^2 + c$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$;
(b) $y'' + y = \cos x + 4$, $y = c_1x \operatorname{sen}(x) + c_2$, $y(0) = 4$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

- (a) $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$ (b) $y \ln x \frac{dy}{dx} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$ (c) $e^xy \frac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{-2x-y}$

4. Resuelva en cada caso el problema de valor inicial dado:

- (a) $x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy$, $y(-1) = 1$ (b) $\frac{dy}{dt} + 2y = 1$, $y(0) = \frac{5}{2}$
(c) $2\frac{dy}{dt} + 12y + 2e^t = 0$, $y(0) = \frac{6}{7}$

5. Sean las ecuaciones de oferta y demanda $Q_d = \alpha - \beta P - \sigma \frac{dP}{dt}$; $Q_s = -\gamma + \delta P$ con $(\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0)$.

- (a) Suponiendo que la tasa de cambio de los precios respecto al tiempo es directamente proporcional a la demanda excedente, encuentre la trayectoria de tiempo $P(t)$.
(b) Cuál es el precio de equilibrio intertemporal ?
(c) Cuál es el precio de equilibrio de clarificación del mercado?
(d) Qué restricción sobre el parámetro σ aseguraría la estabilidad dinámica?

6. Sean las ecuaciones de oferta y demanda $Q_d = \alpha - \beta P - \eta \frac{dP}{dt}$; $Q_s = \delta P$ con $(\alpha, \beta, \eta, \delta > 0)$.

- (a) Suponiendo que el mercado esté clarificado para cada instante de tiempo, encuentre la trayectoria de tiempo $P(t)$
(b) Tiene este mercado un precio de equilibrio intertemporal dinámicamente estable?

7. Resuelva cada una de las ecuaciones *homogéneas* :

- (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{3x+y}$ (b) $(y^2 + xy) dx - x^2 dy = 0$
(c) $(x + ye^{\frac{y}{x}}) dx - xe^{\frac{y}{x}} dy = 0$ (d) $-y dx + (x + \sqrt{xy}) dy = 0$

8. Determinar si las siguientes ecuaciones son *exactas*; si lo son, encuentre la solución general.
- (a) $(5x + 4y) dx + (4x - 8y^3) dy = 0$ (b) $(x^3 + y^3) dx + 3xy^2 dy = 0$
(c) $(3x^2y + e^y) dx + (x^3 + xe^y - 2y) = 0$ (d) $(x - y^3 + y^2 \sin x) dx = (3xy^2 + 2y \cos x) dy$
9. Encuentre un factor integrante adecuado para resolver las ecuaciones dadas:
- (a) $(2y^2 + 3x) dx + 2xy dy = 0$ (b) $6xy dx + (4y + 9x^2) dy = 0$
10. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones lineales:
- (a) $x^2y' + 2xy = e^{3x}$; (b) $xy' - 3y = x^4 \operatorname{sen}(x)$; (c) $y' - \frac{y}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$.
11. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli:
- (a) $y' + \frac{y}{x} = \frac{2}{3}x^4y^4$; (b) $y' - xy = 2x\sqrt{y}$; (c) $3xy' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$.
12. Determine las soluciones y_c y y_p para cada una de las siguientes ecuaciones. Además encuentre la solución definida por las condiciones iniciales dadas.
- (a) $y'' + 25y = 0$, donde $y(0) = 0$, $y'(\frac{\pi}{5}) = 1$;
(b) $2y'' + 3y' + 4y = 12$, donde $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$;
(c) $y'' + 9y = 3$, donde $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$;
(d) $4y'' - 8y' + 5y = 40$, donde $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.
(e) $y^{IV} - y = 0$, donde $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 4$, $y'''(0) = -2$;
(f) $y''' - 2y'' + y' - 2y = 0$, donde $y(0) = 5$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 0$;
13. Cuáles de las ecuaciones diferenciales anteriores poseen trayectorias de tiempo con:
a) Fluctuación amortiguada b) fluctuación uniforme c) fluctuación explosiva.
- Determine cuáles de los equilibrios intertemporales son dinámicamente estables.
14. Sean las funciones de oferta y demanda $Q_d = \alpha - \beta P + m \frac{dP}{dt} + n \frac{d^2P}{dt^2}$; $Q_s = -\gamma + \delta P$ con $(\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0)$.
- (a) Si el mercado no siempre está en ceros, si no que se ajusta a $\frac{dP}{dt} = j(Q_d - Q_s)$ con $(j > 0)$. Escriba la ecuación diferencial indicada según este ajuste.
(b) Encuentre el precio de equilibrio intertemporal \bar{P} y el precio para el mercado en ceros P_*
(c) Establezca la condición para tener una trayectoria de precio fluctuante.
(d) Puede presentarse fluctuación si $n > 0$?
15. Sean la ecuaciones de oferta y demanda $Q_d = 9 - P + P' + 3P''$ y $Q_s = -1 + 4P - P' + 5P''$ con $P(0) = 4$ $P'(0) = 4$
- (a) Encuentre la trayectoria de precio, suponiendo que el mercado está en ceros para todo instante de tiempo.
(b) Es convergente la trayectoria de Tiempo? Con fluctuación?.
16. Use el método de coeficientes indeterminados para hallar la solución de las siguientes ecuaciones:
- a) $y'' + 2y' + y = t$ b) $y'' + y' + 2y = e^t$ c) $y'' + y' + 3y = \operatorname{sen} t$ d) $y'' + y = 2t \operatorname{sen}(t)$