Universidad del Rosario - Facultad de Economía
Microeconomía III - 2018-I
Taller 5 - Bienes públicos

Profesor: Darwin Cortés.

Profesor Asistente: Daniel Gómez V.

1. La Sra. Alpha y el Sr. Beta se acaban de divorciar. Ellos han acordado que el Sr. Beta criará a su único hijo, el pequeño José Alpha-Beta. Los padres no guardan rencor alguno por el otro, y cada uno está preocupado sobre el bienestar del pequeño José. Sus preferencias están dadas por las funciones de utilidad:
$$u^A(x, y_A) = x^\alpha y_A$$
$$u^B(x, y_B) = x^\beta y_B$$
Donde y_A y y_B denotan los miles de dólares consumidor directamente por el padre respectivo en un año, y x denota miles de dólares por año consumidor por José (por ejemplo, si $\beta = 1/3$ y el Sr. Beta consume \$30.000 él mismo y José consume \$27.000, luego $x = 27$, $y_B = 30$, y $u^B(x, y_B) = 90$.)
El consumo de José es la suma de las contribuciones de apoyo de su mamá y papá, $s_A + s_B$, también en miles de dólares. Estas contribuciones son voluntarias, asuma que $\alpha = 1/4$ y $\beta = 1/3$.
   (a) Suponga que la mamá de José no puede contribuir nada a la manutención de José, luego el Sr. Beta debe contribuir, de su ingreso anual de \$ 40.000 para su consumo propio, y_B y el consumo de José, x. Exprese la restricción presupuestal del Sr. Beta analítica y gráficamente. Determine la tasa marginal de sustitución entre x y y_B y la elección que él va a hacer. ¿Cuáles niveles de x y y_B escogerá el Sr. Beta?
      i. Escriba el problema de maximización.
      ii. Resuélvalo siendo claro con el procedimiento.
      iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
   (b) Ahora, la Sra. Alpha va a aportar a la manutención de José. pero ella va a observar la contribución del Sr. Beta, s_B y luego escogerá su contribución, s_A. Suponga que el Sr. Beta hace lo mismo. Si el ingreso anual de la Sra. Alpha es \$48.000, ¿cuáles serán las contribuciones de equilibrio al sostenimiento de José?
      i. Escriba el nuevo problema de maximización.
      ii. Resuélvalo siendo claro con el procedimiento.
      iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
   (c) Determine las ecuaciones que caracterizan la asignación óptimo-Paretiana
      i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
      ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
   (d) Indique alguna de las dificultades que encontraría una tercera persona al intentar implemenar algún método para llegar a las asignaciones óptimas de Pareto.
      i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
      ii. Use máximo cinco líneas.
      iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

2. Asuma que hay 3 personas que consumen un bien público (x) y un bien privado (y). El precio de ambos bienes es \$1 y las dotaciones iniciales de bienes privados para los agentes son $(M_1, M_2, M_3) = (10, 10, 10)$ Las tres personas tienen las siguientes funciones de utilidad:

$$U_1 = ln(x) + y_1$$

$$U_2 = 2ln(x) + y_2$$

$$U_3 = 3ln(x) + y_3$$

Donde y_i representa el consumo del bien privado y_i por el agente i.

(a) Halle la asignación eficiente del bien público aplicando directamente la condición de optimalidad de Samuelson.

i. Comente por qué la solución de Samuelson no se alcanza en un mercado competitivo.

(b) Suponga ahora que el gobierno cobrará a cada persona una tarifa diferente para financiar el bien público (precios de Lindahl). Encuentre la tarifa que debería pagar cada agente.

i. Defina el equilibrio de Lindahl.

ii. Muestre que cualquiera de los agentes puede mejorar su utilidad si miente al gobierno sobre sus preferencias.
(Ayuda: suponga que un agente cualquiera afirma que el bien público no le proporciona nada de utilidad).

iii. Explique qué problema de los bienes públicos se evidencia en esta situación.

3. **Examen final 2016-I**

La ciudad de Bogotá tiene n hogares, cada uno es dueño de un carro. A los residentes en Bogotá solo les interesa dos cosas en la vida: conducir sus carros y consumir maíz. Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i\left(x^i, y^i\right) = y^i + v^i(x^i) - a^i H$$

Donde y^i denota el consumo de maíz, x^i denota las millas conducidas, y H denota el nivel de hidrocarburos en el aire. Los autos usan maíz como gasolina, cada milla conducida usa c unidades de maíz, pero la quema de maíz genera b unidades de hidrocarburos en el aire por cada milla conducida. En otras palabras, $H = (x^1 + x^2 + \ldots + x^n)b$.
Vamos a denotar como A la suma de todos los parámetros a^i en la población y X el total de millas conducidas por toda la población. La función $v^i(x^i)$ es estrictamente creciente y cóncava. Considere solamente asignaciones en las que cada x^i y cada y^i es positivo. Cada hogar tiene una asignación positiva de maíz.

(a) Escriba las n condiciones marginales que caracterizan el equilibrio. Interprételas con palabras.

i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

ii. Use máximo cinco líneas.

iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

(b) En comparación con la asignación eficiente, determine si todas las familias conducen en exceso; o conducen muy poco; o una conducen mucho y otras muy poco, según los datos del problema.

i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.

ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

(c) Escriba las n condiciones marginales que caracterizan las asignaciones eficientes. Interprételas con palabras.
    i. Escriba la condición de primer orden.
    ii. Explique intuitivamente la diferencia de esta condición con la del punto a.
    iii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

4. **Examen final 2016-II**

La ciudad de Bogotá tiene N hogares. Las preferencias de los hogares dependen de la cantidad del bien privado que consumen (x^i) y el metro de la ciudad (y). Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i\left(x^i, y\right) = x^i + \theta ln(y)$$

Donde y denota la cantidad de metro construido, x^i denota la cantidad de bien privado consumido. Cada hogar tiene una dotación de 10 unidades del bien privado (únicamente). La tecnología de producción del metro está dada por

$$y = f(q) = q$$

Donde q es la cantidad total del bien privado usado para construir el metro.

(a) ¿Cuáles son las asignaciones optimo paretianas? ¿Cómo cambia la respuesta si cambia N? (considere un cambio marginal en N).
    i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
    ii. Use máximo cinco líneas.
    iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

(b) Si cada hogar contribuye *simultáneamente* parte de su dotación a la construcción del metro, ¿cuál es la contribución voluntaria de cada hogar en el equilibrio de Nash? ¿En qué se diferencia de la solución del punto anterior?
    i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a.
    ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

(c) ¿Qué alternativa de política puede usar para que en equilibrio se obtenga una asignación eficiente? Mencione una y explíquela.
    i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
    ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

5. **Segundo parcial 2017-I**

El consejo estudiantil de la Facultad quiere hacer una fiesta para recoger fondos para las becas de la universidad. Para tal fin se propone recoger contribuciones voluntarias, todo el que contribuya puede ir a la fiesta independientemente de la contribución que haga. Suponga que hay dos tipos de estudiantes: unos ricos que no les gustan mucho las fiestas y otros pobres que les gustan mucho las fiestas.

Los estudiantes de tipo 1 (los ricos) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado:

$$U^1\left(x_1^1, y\right) = x_1^1 y, \quad w^1 = 20$$

Donde x_1^1 es el consumo del bien privado, e y es la fiesta del consejo.

Los estudiantes de tipo 2 (los pobres) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado

$$U^1\left(x_1^2, y\right) = x_1^2 y^2, \quad w^2 = 10$$

Donde x_1^2 es el consumo del bien privado, e y es la fiesta del consejo.

Las contribuciones voluntarias de cada tipo de estudiante las podemos denotar como z^1 y z^2, respectivamente. El bien público se produce con el privado siguiendo la siguiente función de producción: $y = z^1 + z^2$

(a) Encuentre el equilibrio de contribuciones voluntarias. Interprete.
   i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
   ii. Use máxio cinco líneas.
   iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

(b) Encuentre la asignación eficiente. Compare con los resultados del punto a) e interprete.
   i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a).
   ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

(c) Suponga que la universidad tiene 10 unidades del bien privado y está pensando en asignárselos a alguno de los tipos de estudiantes (o a ambos) con el objetivo de maximizar las contribuciones voluntarias a la fiesta. ¿A quién se los daría? Justifique su respuesta.
   i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
   ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

6. **Segundo parcial 2017-II**

Alexandra y Daniel son dos amigos que, aparte de comer alitas, también les gusta la música. Sin embargo, sólo Alexandra es música, Daniel no. Sea x el número de horas al día que Alexandra se dedica a escribir, tocar y grabar su instrumento en un estudio que le cobra \$4 por cada hora que ella esté produciendo. Sean y^A y y^D los niveles de consumo que Alexandra y Daniel, respectivamente, gastan en otros bienes que no sean música. Cada uno cuenta con \$ 100 diarios. Las preferencias de ellos vienen dadas por las siguientes funciones:

$$u^A\left(x, y^A\right) = y^A + 8x - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{para Alexandra}$$

$$u^D\left(x, y^D\right) = y^D + 12x - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{para Daniel}$$

(a) ¿Cuántas horas escogerá cada uno de acuerdo al equilibrio de contribuciones voluntarias?
   i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
   ii. Use máximo cinco líneas.
   iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

(b) Encuentre la asignación eficiente. Compare sus resultados con el literal anterior.
   i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a.
   ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

(c) Calcule los precios de Lindahl que permiten alcanzar las horas eficientes en el estudio. Explique sus resultados.
   i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
   ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
- Justificar analítica y gráficamente su resultado.

1. Para que la sociedad obtenga el máximo beneficio de un bien público, el bien debe ser provisto hasta el punto en el cual:
   (a) El costo marginal es igual al beneficio marginal.
   (b) Cada miembro de la sociedad obtiene el mismo beneficio del bien.
   (c) El costo marginal excede el beneficio marginal.
   (d) El beneficio marginal excede el costo marginal.
2. Pedro, Juan y Diego son pastores, y cada uno posee un rebaño de 10 cabras. Ellos estan pensando en la posibilidad de comprar un predio entre los tres para hacer pastar sus cabras. Si compran el predio, ¿A que problema se podrán ver enfrentados?
3. En presencia de bienes públicos puros una manera de recuperar la eficiencia es mediante un tipo de intervención pública, consistente en considerar el bien público como un bien distinto para cada consumidor, de modo que, aunque las cantidades consumidas son necesariamente las mismas, este bien público puede tener un precio diferente para cada consumidor (precio personalizado).
   Bajo esta premisa, es cierto que:
   (a) Igual que el procedimiento de suscripción voluntaria, se obtiene una producción insuciente de bienes públicos.
   (b) La suma de relaciones marginal de transformación entre el bien público y el bien privado debe ser igual a la relación marginal de sustitutición entre bien público y bien privado.
   (c) El equilibrio corresponde a un equilibrio de Nash de un juego no cooperativo, y existe bajo las condiciones habituales.
   (d) En el equilibrio existe un vector de precios personalizados, que permite que todos los efectos externos sean internalizados.