

**Comparación de Métodos de Optimización para la Generación de Horarios
para Personal de Enfermería**

Estudiante

Johan Alejandro Castrillón Rodríguez

Trabajo Dirigido

Tutor

Prof.D.Sc.Álvaro David Orjuela Cañón



UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO
PROGRAMA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA
BOGOTÁ D.C
2021

Resumen

La organización de personal de enfermería es un problema de optimización de personal que se ha estudiado ampliamente en las últimas 4 décadas desde la computación en diversas formas. Una de las formas de trabajo que se ha presentado es la utilización de inteligencia artificial para la búsqueda de soluciones óptimas a partir de la definición de restricciones, periodos de tiempo a organizar y cantidad de personal disponible para cubrir las necesidades de los distintos planteles sobre los que se puede aplicar este tipo de actividades.

Para el desarrollo de este documento se realizó una búsqueda de los métodos de IA en los que el campo de la salud se ha apoyado ampliamente para solucionar distintas problemáticas que implican la optimización de recursos para garantizar el mejor funcionamiento que sea posible, métodos entre los cuales se encuentran los algoritmos genéticos, el recocido simulado y algunas variantes de inteligencias de enjambre como la búsqueda por cardumen de peces, Métodos con los que se desarrollaron algoritmos para dar solución a un problema de optimización de personal de enfermería y posteriormente se compararon sus eficiencias en función del tiempo que requiere a cada uno de los modelos para llegar a soluciones que sean aplicables en un ámbito de trabajo real.

Palabras clave: Algoritmos Genéticos, Recocido Simulado, Búsqueda por Cardumen de Peces, Problemas de programación de Horarios.

Índice general

Resumen	I
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Objetivos del proyecto	3
1.1.1. Objetivo general	3
1.1.2. Objetivos específicos	3
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. Los problemas de organización horaria	4
2.2. Algoritmos genéticos	5
2.3. Recocido Simulado	7
2.4. Búsqueda por cardumen de peces	9
3. METODOLOGÍA	12
3.1. Evaluación de la aptitud de las soluciones	13
3.2. Desarrollo por Algoritmos Genéticos	16
3.2.1. Creación de la población inicial	16
3.2.2. Cruce y Mutación	19
3.2.3. Decisión	20
3.3. Desarrollo por Recocido Simulado	21
3.4. Desarrollo por Búsqueda por Cardumen de Peces	24
3.5. Comparación de los modelos	26
4. RESULTADOS	28
5. DISCUSIÓN	35
6. CONCLUSIONES	37
7. TRABAJOS FUTUROS	38
BIBLIOGRAFÍA	39

Índice de figuras

2.1. Horario de referencia. Fuente:Imagen del autor.	5
2.2. Cruce de cromosomas en AGs. Elaboración propia basada en Basado en [35]. . .	6
2.3. Ciclo iterativo para el funcionamiento de los AGs.Imagen disponible en: http://www.cs.us.es/fsancho/?e=65	7
2.4. Comportamiento modelo RS. Tomada y modificada de [41].	8
3.1. Ejemplo análisis error individual	14
3.2. Ejemplo análisis error grupal.Fuente: Imagen propia.	15
3.3. Ejemplo de un horario de trabajo para 17 enfermeras organizadas en 30 días de trabajo. Fuente: imagen propia.	16
3.4. Proceso de creación de genes. Fuente: Imagen propia.	17
3.5. Ejemplo de un gen para un cromosoma. Fuente: Imagen propia.	18
3.6. Ejemplo de cruce entre genes que representan los horarios de cada trabajador involucrado en el proceso. Fuente: Imagen propia basada en [35].	18
3.7. Construcción de un cromosoma. Fuente: Imagen propia.	18
3.8. Guardado de cromosomas. Fuente: Imagen propia.	19
3.9. Ejemplo cruce de cromosomas. Fuente: Imagen propia.	20
3.10. Cromosoma mutado. Fuente: Imagen propia.	20
3.11. Ejemplo vector de turnos individuales para 15 días. Fuente: Imagen propia. . .	21
3.12. Ciclo de ceración de horarios grupales en el modelo RS. Fuente: Imagen propia	22
3.13. Cambios en las soluciones individuales. Fuente: Imagen propia	23
3.14. Construcción horarios individuales en el modelo BCP. Fuente: Imagen propia. .	24
3.15. Solución sin convergencia.Fuente: Imagen propia.	25
3.16. Selección por pesos en el modelo BCP. Fuente: Imagen propia.	25
3.17. Ejemplo para todos los peces convergiendo. Fuente: Imagen propia.	26
4.1. Ejemplo horario de salida de los algoritmos desarrollados.	28
4.2. Cajas de error para el modelo RS.	30
4.3. Cajas de error para el modelo AG.	31
4.4. Cajas de error para el modelo BCP.	32
4.5. Cajas de error para la comparación de algoritmos.	34

Índice de tablas

3.1. Características de los turnos	12
3.2. Condiciones de trabajo establecidas	13
4.1. Datos obtenidos para el modelo RS	29
4.2. Datos obtenidos para el modelo AG	31
4.3. Datos obtenidos para el modelo BCP	32
4.4. Datos seleccionados para comparación de los modelos AG,RS y BCP	33

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El personal de enfermería en el ámbito hospitalario tiene un rol fundamental dentro de las tareas que realizan los profesionales de la salud. Sin embargo, su rol no solamente está delimitado a la atención y cuidado de los pacientes, sino que también sus funciones se extienden a tareas relacionadas con administración (Palma et al. 2015). Algunos ejemplos de estos deberes de tipo administrativo incluyen el seguimiento de exámenes, traducción de la letra en las indicaciones, contestar el teléfono y la distribución del personal del área de trabajo para garantizar el buen funcionamiento del servicio [1][2].

Dentro de las tareas anteriormente mencionadas una de las que más se suele solicitar a los jefes de departamento en los centros de salud es la distribución adecuada del personal para garantizar el adecuado funcionamiento de la institución. Este tipo de problemas se conocen como problemas de programación de horarios, los cuales consisten en la distribución de recursos en un espacio de tiempo con el fin de cumplir con objetivos definidos [3], cuyos objetivos pueden variar según el ámbito en el cual se desarrolle este tipo de problemas. Para el caso puntual de la enfermería, encontramos que se convierte en un problema de múltiples consideraciones, entre las cuales encontramos la cantidad de horas trabajadas, cantidad de turnos diurnos y nocturnos realizados por cada individuo, distribución igualitaria de turnos entre todo el personal, cantidad de turnos en que se divide el día y condiciones especiales como cantidad máxima de turnos nocturnos que pueden realizar de forma consecutiva los enfermeros [4].

Como se puede observar, realizar la tarea de programar correctamente los horarios de trabajo para un servicio hospitalario es una tarea que requiere el análisis de múltiples variables, por tanto, no es sencilla y requiere de una inversión considerable de tiempo, lo que implica un aumento en la cantidad de trabajo de quien debe realizar esta tarea, trabajo que se suma a la ardua labor de cuidar de los pacientes.

Como se mencionó con anterioridad, la tarea de organización de horarios es de las tareas administrativas más comunes, pero no la única, lo que hace que el profesional de la salud tenga una gran carga laboral que puede conducir al agotamiento [5][6][7], el cual es un factor que condiciona el buen desempeño [8]. Estudios en esta área han sido presentados por diferentes autores en distintos lugares del mundo. En Turquía (Çelik et al, 2017) hay evidencia que señala una relación entre la fatiga causada por sobrecarga laboral y la consecuente pérdida de habilidades por agotamiento con la incidencia de errores en los procedimientos realizados por el personal de enfermería [8]. Estudio que puede complementarse por el realizado en España (Meza et al, 2014) en el cual se determinó que la fatiga es un factor determinante

en el 38% de los casos registrados de errores médicos cometidos por enfermeros [9]. Esta relación entre cantidad de trabajo, cansancio y errores cometidos abre una ventana de trabajo que se enfoca en reducir la carga laboral del profesional de la salud para evitar la fatiga en el mismo, y sabiendo que la programación de horarios es una de las tareas administrativas que más se asignan a los profesionales de la salud y teniendo en cuenta su alta complejidad, el desarrollar herramientas que permitan la automatización de esta actividad son una gran opción para reducir la carga laboral que llevan los trabajadores de la salud y de este modo puedan enfocarse en su tarea primordial que es el cuidado de la salud.

Para dar solución a este planteamiento se hizo uso de la computación, ámbito que en el que se ha apoyado la medicina ampliamente para solucionar distintos problemas. Desde la perspectiva de la inteligencia artificial (IA) se encuentran avances de las últimas dos décadas donde se hace uso de herramientas de apoyo en el área de salud, como por ejemplo la ayuda de diagnósticos [10][11], el procesamiento de imágenes médicas [12] y en planificación y distribución de recursos [13][14][15][16]; este último campo es de gran interés para la solución de problemas de planificación horaria, puesto que ofrece herramientas de optimización que permiten el manejo de recursos para la distribución eficaz del personal disponible a partir de distintos modelos de IA.

Para definir los métodos de optimización basados en IA para el desarrollo de algoritmos de optimización de personal de enfermería se realizó una búsqueda de métodos de IA utilizados en medicina para resolver problemas de optimización, ya sea de personal o de recursos y de esta búsqueda se hizo la selección de los métodos utilizados en este trabajo. En esta búsqueda se encontró un amplio uso del método conocido como algoritmos genéticos (AG) el cual ha sido ampliamente utilizado en medicina en ámbitos como la organización horaria de personal de enfermería [17][18], planeación y mejoramiento de rutas clínicas [19], búsqueda de planes óptimos de vacunación [20], planificación de radioterapias [21], planificación de recepción de pacientes [22] y planificación de uso de salas de cirugía [23].

También, en el área de optimización, es posible emplear el modelo basado en recocido simulado (RS) el cual es en el que se basa el siguiente modelo planteado, y este igual que el modelo de algoritmos genéticos ha sido utilizado en problemas de programación de horarios [18], planeación de tratamientos de radioterapia [24][25] y predicción de enfermedades [26] y tratamiento de imágenes médicas [27].

Por último, se hizo uso de un método basado en inteligencia de enjambre (IE), estos modelos de programación presentan distintas variaciones que simulan comportamientos de animales que conviven en grandes cantidades y que sus comportamientos están fuertemente influenciados por el componente grupal que los rodea [28]. En la medicina se han utilizado la variante de colonia de hormigas para solucionar el problema de organización horaria [29], para la distribución de profesionales de anestesia [30] y la clasificación de bases de datos medicas se ha utilizado el modelo enjambre de partículas [31]. Como vemos en este punto existen distintos tipos de algoritmos que simulan comportamientos grupales, de esta manera viendo que las distintas variaciones son usadas en medicina se procedió a usar el modelo de *Búsqueda por Cardumen de Peces* (BCP). El cual es una variante reciente de las inteligencias de enjambre, basado en el comportamiento de los cardúmenes de peces en el mar, su forma de alimentarse y de desplazarse en el espacio [32]. Los modelos seleccionados se utilizaron para el desarrollo de herramientas que realizan la distribución de personal de enfermería en un espacio de tiempo de un mes, los cuales, después son comparados en términos de su eficiencia en tiempo para determinar cual de las metodologías puede presentarse como una alternativa viable para

reemplazar el trabajo manual de distribución horaria que se realiza normalmente de forma manual.

1.1 Objetivos del proyecto

1.1.1. Objetivo general

Comparar tres métodos de optimización inspirados en la naturaleza en la resolución de problemas de distribución de personal en horarios de trabajo mensual, donde se busca distribuir el talento humano disponible de manera que permita el óptimo funcionamiento de una institución prestadora de salud en la ciudad de Pereira.

1.1.2. Objetivos específicos

1. Establecer la función de optimización a resolver que represente el problema de distribución de recursos humanos.
2. Implementar tres métodos de optimización inspirados en la naturaleza (algoritmos genéticos, recocido simulado y búsqueda por cardumen de peces) que permitan distribuir el personal de enfermería disponible de manera que se mantenga el correcto funcionamiento del plantel en términos de cantidad de personal disponible por turno y cumpliendo los requerimientos de la institución.
3. Validar los modelos desarrollados a partir de los resultados obtenidos y realimentación con profesionales de la salud.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se procederá a introducir los conceptos teóricos necesarios para comprender como funcionan los modelos de optimización de Algoritmos Genéticos, Recocido Simulado y Búsqueda por Cardumen de Peces. Estos conceptos serán importantes para determinar el cómo se utilizará cada método para solucionar la calendarización para personal de enfermería. Además, se dará una explicación de cómo funcionan de forma general los problemas de calendarización. Así se tendrán todas las herramientas necesarias para el desarrollo de este trabajo.

2.1 Los problemas de organización horaria

Los problemas de organización horaria son la actividad de distribuir el personal disponible en un lugar para cumplir con las condiciones mínimas de funcionamiento que se impongan en un determinado empleo [3][33]. Este tipo de problemas se pueden llevar a la enfermería, campo en el que se debe tener especial cuidado puesto que el personal puede llegar a ser reducido y necesitarse de una cantidad considerable para mantener el funcionamiento adecuado. Esto conlleva a que cada enfermera deba cumplir con una cantidad mínima de horas y rotar entre los turnos disponibles en el día.

La cantidad de turnos disponibles puede variar según la institución y según cuantos turnos existan se definirá la cantidad de horas que trabajará cada persona por turno, por ejemplo, una institución que cuente con dos turnos (diurno y nocturno) tendrá que sus trabajadores laborarán un total de 12 horas por cada día agendado, mientras un lugar donde el día (y su noche) se divida en tres, cada persona estará 8 horas en servicio. Cada uno de los trabajadores no debería cubrir más de un turno diario y el turno del día siguiente no debería ser inmediatamente seguido del turno del día presente. Esto se convierte en un condicional para que turnos es adecuado tomar o no por cada enfermero, aumentando también las condiciones a analizar a la hora de desarrollar el horario laboral. Además, debe tenerse cuidado de que exista igualdad en las horas mensuales que trabajan todos los involucrados, ya que un desbalance produciría diferencias en los sueldos y abre la posibilidad a una sobrecarga a quienes trabajen más horas [4].

Como vimos, cada institución puede presentar sus propias restricciones y condicionar qué características deben tener en consideración para realizar los horarios, pero además de esto, la legislación de cada país puede hacer que existan variantes adicionales que deban considerarse, por ejemplo, en Perú se le permite a toda enfermera mayor de 50 años solicitar a la institución

donde trabaja no cubrir turnos nocturnos [34]. Lo que hace que a pesar de que sigue siendo parte del plantel esta enfermera ya no podrá considerarse para cubrir el turno nocturno, forzando a que otras personas deban cumplir más turnos nocturnos de los que normalmente realizaría. Como último vale la pena mencionar que todas estas reglas deben cumplirse en el papel, pero cada persona es libre de solicitar trabajar una cantidad de horas ya sea superior o inferior a las estipuladas, sabiendo que esto tendrá consecuencias sobre su salario y desempeño, estos casos ya no serán responsabilidad de quien realice la organización del personal sino de cada individuo. En la figura 2.1 podemos observar un ejemplo de horario con la distribución adecuada de horas de trabajo y turnos para un total de 17 enfermeros y 31 días. Estos horarios muestran con detalle en cada una de sus celdas el turno correspondiente a cada uno de los empleados y como se puede observar cumple con el modelo de 2 turnos de 12 horas diarias.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8	Día 9	Día 10	Día 11	Día 12	Día 13	Día 14	Día 15	Día 16
Enfermero 1	TL	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN
Enfermero 2	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TL
Enfermero 3	TN	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TL	TN	TL
Enfermero 4	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TD	TN	TL	TN
Enfermero 5	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL
Enfermero 6	TL	TN	TL	TL	TD	TD	TL	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermero 7	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD
Enfermero 8	TL	TD	TD	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TL
Enfermero 9	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TD	TL	TD	TD	TN
Enfermero 10	TL	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL
Enfermero 11	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TL	TN	TL	TD	TL
Enfermero 12	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TL	TD	TN	TL	TL	TN	TL	TD
Enfermero 13	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL
Enfermero 14	TN	TL	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD
Enfermero 15	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TL	TD	TN	TL	TD	TL	TD
Enfermero 16	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD
Enfermero 17	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN

	Día 17	Día 18	Día 19	Día 20	Día 21	Día 22	Día 23	Día 24	Día 25	Día 26	Día 27	Día 28	Día 29	Día 30	Día 31
Enfermero 1	TL	TD	TD	TL	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TD
Enfermero 2	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TL
Enfermero 3	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TL	TN
Enfermero 4	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TD	TD	TL
Enfermero 5	TN	TL	TD	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD
Enfermero 6	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TL	TD	TL	TD	TD	TL
Enfermero 7	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TL	TN
Enfermero 8	TD	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TD	TN	TL	TN	TL
Enfermero 9	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TL	TD	TN	TL	TD	TD
Enfermero 10	TD	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TL	TN
Enfermero 11	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD
Enfermero 12	TD	TL	TL	TN	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD
Enfermero 13	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL
Enfermero 14	TD	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL
Enfermero 15	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermero 16	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL
Enfermero 17	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TD	TN

Figura 2.1: Horario de referencia. Fuente:Imagen del autor.

La distribución de turnos depende de los reglamentos que se determinen en el lugar de trabajo donde se esté realizando, en el ejemplo de la Figura anterior vemos una distribución en la que se cumple reglas como no programar turnos nocturnos después de un turno diurno, preferiblemente día libre después de un turno nocturno, al menos 192 horas de trabajo, donde cada turno representa 12 horas de trabajo al día. Estas reglas se explican mas a detalle en la metodología de trabajo.

2.2 Algoritmos genéticos

Este método de optimización se encuentra basado en los principios de la reproducción sexual y la selección natural [35]. De forma que el desarrollo del algoritmo se basa en partir de una población inicial de la cual se seleccionan los individuos (a los que también se les conoce como cromosomas) más aptos para generar descendencia [36], aptitud que se evalúa a través de la capacidad de cada individuo de solucionar el problema que se trabaja, de manera que, a medida que un sujeto representa una solución más adecuada, más altas serán sus posibilidades

de ser seleccionado como progenitor [35]. Los cromosomas seleccionados para la reproducción tendrán en todas las generaciones asociadas características propias del modelo de AGs, como lo son la probabilidad de cruce c y mutación mut

$$0 < c \leq 1 \tag{1}$$

$$0 < mut < 1 \tag{2}$$

Donde c y mut son números uniformemente distribuidos que se definen como parámetros iniciales del sistema. Para cada pareja de padres en cada generación se realiza una comparación de un valor r uniformemente distribuido entre 0 y 1 con c en que se permitirá el cruce de los padres si se cumple

$$c > r \tag{3}$$

y para los hijos obtenidos se generará una mutación en alguno de los puntos del cromosoma si se cumple con

$$mut > r \tag{4}$$

De cumplirse con 2 el proceso de mutación se realiza a través de la creación de un punto aleatorio a que define cuanta información tiene cada hijo de los padres como se puede observar en la Figura 2.2.

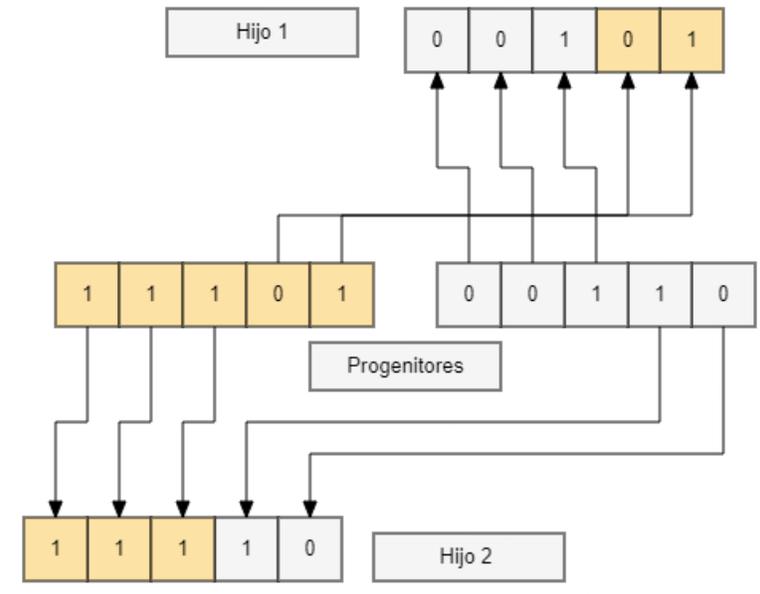


Figura 2.2: Cruce de cromosomas en AGs. Elaboración propia basada en Basado en [35].

Estas decisiones expuestas en 3 y 4 se repetirán continuamente en cada una de las generaciones que compongan la ejecución del algoritmo. A partir de este punto, se deja de crear poblaciones aleatorias y se iniciará un proceso de selección entre los miembros de la población que incluye las descendencias de cada generación [37] con los cuales se cumplirá el ciclo que se observa en la Figura 2.3

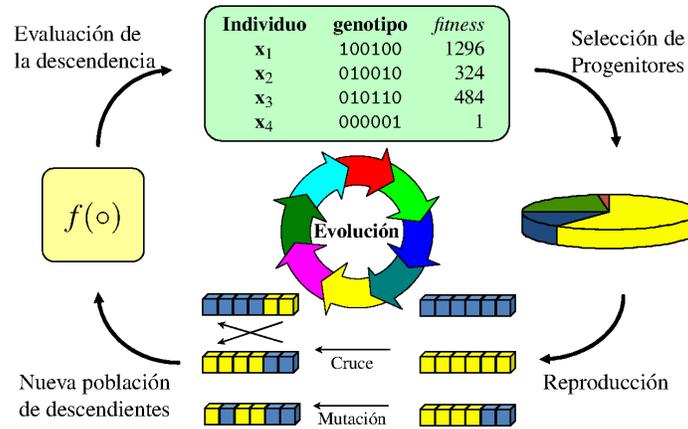


Figura 2.3: Ciclo iterativo para el funcionamiento de los AGs. Imagen disponible en: <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=65>

Al avanzar en las iteraciones del sistema, se espera una convergencia de los valores que adoptan los distintos individuos que componen la población de soluciones. Cuando todos los individuos llegan a un mismo valor el algoritmo entenderá que este es la solución y se detendrá. El segundo escenario se da en caso de no llegar a una convergencia de soluciones, en este caso el algoritmo se detendrá al finalizar el número de iteraciones definido y se tomará como solución al individuo de la población que ofrezca la mejor aptitud para solucionar el problema que se esté trabajando [38].

2.3 Recocido Simulado

RS es un método de búsqueda metaheurístico pensado para la optimización global. El método como su nombre lo indica es una simulación del proceso de recocido de los metales, el cual consiste en elevar la temperatura de un metal y posteriormente realizar una disminución gradual de la temperatura del mismo para modificar su estructura interna. Las altas temperaturas hacen que los electrones dentro del metal usado se carguen de una gran energía y los ubica en una posición inicial conocido como mínimo energético local. A partir de este punto el enfriamiento del material permite que se reorganicen las estructuras internas del mismo y puedan desplazarse a puntos de menor energía que la inicial, hasta que encuentre un mínimo energético global.

Cuando se llega al punto de temperatura mínima se considera que el sistema ha llegado a su mínimo energético y que es imposible disminuir la energía [39]. En la Figura 2.4 se encuentra un ejemplo de como el punto se mueve solo cuando el cambio representa una mejora energética para el sistema, mientras los demás puntos explorados son rechazados, no obstante, no en todos los casos se rechazarán los puntos que empeoren la solución, puesto que el método presenta mecánicas que permiten salir de posibles puntos óptimos locales y así evitar una respuesta errada para el problema que se pretende solucionar. Esta característica es considerada una de las grandes ventajas del modelo RS puesto que facilita que se realicen exploraciones de amplio rango como de bajo rango [40].

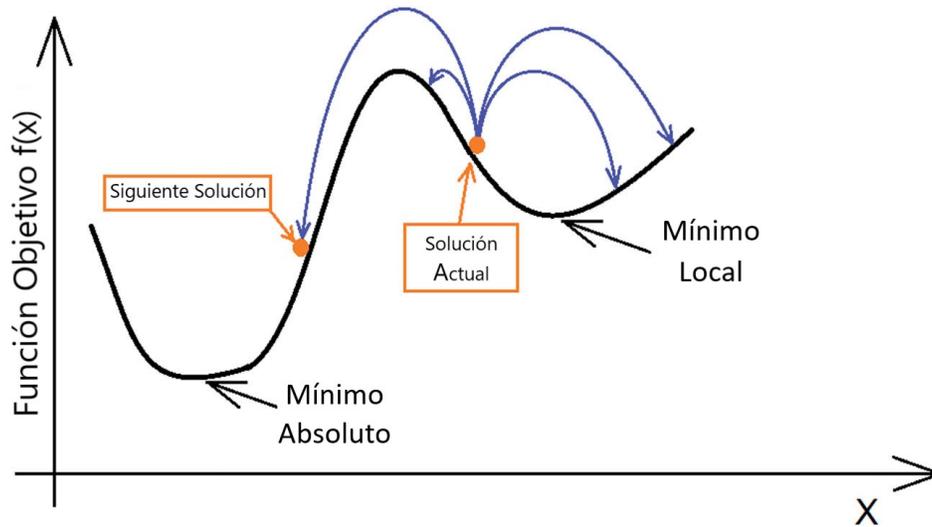


Figura 2.4: Comportamiento modelo RS. Tomada y modificada de [41].

El desarrollo de los algoritmos RS se basa en la definición de una temperatura inicial T_i que entre más alta sea, más amplia será la búsqueda inicial. Esta temperatura disminuirá con el paso de las iteraciones del sistema hasta completar el número total de iteraciones o hasta alcanzar la temperatura final T_{fin} que será cercana a cero de forma decimal. En cuanto el algoritmo alcanza temperaturas bajas cercanas a la T_{fin} la búsqueda entra en un estado de rango pequeño [39][40]. Definidas las temperaturas del sistema, se parte de un punto aleatorio x acotado en el espacio de búsqueda, desde el cual se inicia la exploración del sistema en función de la temperatura actual generando un punto x_{nuevo} . Como es propio del método RS si el punto encontrado en la exploración representa una mejor solución para el problema se realizará el cambio inmediatamente, de lo contrario, se realizará la evaluación de la probabilidad de aceptación pa para el punto [42], de forma que

$$pa = e^{T/\Delta f} \quad (5)$$

Donde:

$$\Delta f = f(x)_{nueva} - f(x)_{anterior}$$

T es la temperatura actual del sistema.

El punto que represente un empeoramiento de solución será aceptado cuando el resultado obtenido en 5 sea mayor a un punto aleatorio r uniformemente distribuido entre 0 y 1 como se observa en 6

$$pa > r \quad (6)$$

La existencia de esta posibilidad de aceptar puntos que empeoren propicia la posibilidad de salir de óptimos locales que presente el sistema, la cual es una de las características principales del modelo RS [39][40].

El enfriamiento del sistema, que es una de las características principales del modelo RS se realizó a partir de dos modelos diferentes, esto con el fin de tener una amplia exploración del método RS para el trabajo desarrollado. El primero de ellos se conoce como modelo β el cual disminuye temperatura de manera que coincidan la finalización de las iteraciones con la legada de la temperatura de finalización, el enfriamiento se modela como vemos en 7 y 8

$$T_k = T_{inicio} - \beta * k \quad (7)$$

$$\beta = \frac{T_{inicio} - T_{fin}}{N_{iter}} \quad (8)$$

Donde N_{iter} es el número de iteraciones del sistema, T_k es la temperatura del sistema en la iteración k .

El segundo modelo es conocido como modelo η y este se caracteriza porque la temperatura puede llegar a bajar muy rápidamente y llegar a la temperatura de finalización antes de que terminen las iteraciones del sistema. Su enfriamiento si simula como vemos en 9

$$T_k = T_{inicio} * \eta^k \quad (9)$$

Donde η es un valor aleatorio en el intervalo $[0,1]$

La finalización de la ejecución del modelo RS esta ligada a la temperatura de finalización, de manera que, si se alcanza esta temperatura antes de finalizar el número de iteraciones se detendrá el sistema y la segunda condición es la finalización de las iteraciones estipuladas. En ambos casos la solución que será la respuesta de la optimización realizada será la almacenada al final del proceso [42].

2.4 Búsqueda por cardumen de peces

Antes de entrar en detalle con el modelo BCP es importante entender como funcionan de manera general los algoritmos de optimización basados en inteligencias de enjambre (IE). La idea original de los algoritmos de inteligencia de enjambre fue la simulación del comportamiento de una bandada de pájaros, en la cual cada individuo se ve influenciado por la velocidad y movimiento de sus vecinos a la hora de realizar sus movimientos, de manera que al todos los individuos estar influenciando a su entorno se genera una sincronización de movimiento de la bandada [28].

Estos métodos se asemejan a los AG en la inicialización aleatoria de una población de soluciones, pero al mismo tiempo se diferencia de estos porque cada individuo de la población de soluciones se le es asignada una velocidad e idoneidad aleatorias. Con esto, cada una de las partículas (que son posibles soluciones) va a moverse en el espacio, registrando su paso por cada uno de los puntos de las potenciales soluciones mientras el movimiento de las demás partículas influencia como y a que velocidad se desplaza cada individuo [28][31]. De esta forma, entre más aptitud de solución presente una partícula más influencia tendrá sobre el conjunto,

situación que lleva a la convergencia en un punto específico que se considera solución global del problema [43].

El modelo BCP es una variación de las IE que se inspira en el comportamiento social que presentan algunas especies de peces que se agrupan en cardúmenes [32]. Estos cardúmenes tienen comportamientos grupales que afectan el cómo nadan y como se alimentan los individuos, comportamientos que son la base del algoritmo.

Los peces de un cardumen se ven atraídos por el alimento, que en el ámbito de los algoritmos hace referencia a la solución que da cada punto del espacio al problema a solucionar. Cada individuo solo aceptará pasar de un punto a otro si este cambio le representa una mejora una mejoría con respecto a su solución actual, de esta forma cada pez puede acertar en alimentarse o fallar, esto provoca que cada uno de los peces empiece a tener cambios en su peso $w_i(t)$ diferenciados y, por tanto, entre más peso posea un individuo más influencia ejercerá sobre el grupo. Esto debido a que el componente de movimiento grupal (que se verá más adelante) esta fuertemente influenciado por el baricentro del cardumen. El peso de cada individuo se verá modificado como se muestra en 10

$$w_i(t + 1) = w_i(t) + \frac{f[x_i(t + 1)] - f[x_i(t)]}{\max\{|f[x_i(t + 1)] - f[x_i(t)]|\}} \quad (10)$$

Donde $f[x_i(t + 1)] - f[x_i(t)]$ hacen referencia a Δf

Realizados los movimientos individuales se pasa a revisar el efecto del cardumen sobre cada pez que sería el movimiento colectivo instintivo que es la forma natural de desplazamiento de los peces, esta actividad es vital para todas las actividades que estos realizan, se utiliza para desplazarse a lugares con mejor disponibilidad de comida, escapar de depredadores o mantenerse en el grupo que conforma el cardumen. Esta actividad tan imprescindible para los peces se ve reflejada en el modelo BCP en dos grupos de movimientos. Primero el movimiento individual que depende únicamente del individuo para su alimentación y desplazamiento. El segundo grupo se compone del desplazamiento instintivo que realiza el cardumen y el movimiento voluntario del mismo con relación a los individuos [39][32].

El movimiento individual de los peces está relacionado con un factor de movimiento individual $step_{ind}$ que indica el máximo movimiento que puede realizar cada individuo en una iteración de forma autónoma, pero, para aumentar la aleatoriedad de la búsqueda se multiplica este factor por un valor aleatorio uniformemente distribuido en el intervalo $[0,1]$ de forma que el movimiento de cada individuo se da como vemos en 11

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + step_{ind} * rand(0, 1) \quad (11)$$

Una vez todos los peces realizan sus movimientos individuales se procede a realizar un cálculo ponderado del movimiento colectivo con base a la ponderación del éxito obtenido por cada individuo en sus movimientos, de manera que los peces que tuvieron un mejor cambio en su aptitud de solución tendrán más peso sobre la dirección a la que lleva este movimiento colectivo. Además, este movimiento también se verá afectado por la cantidad de desplazamiento que realizó cada pez para llegar a su nuevo punto [39][32] como se observa en 12

$$x_i(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta x_{i,ind} * \Delta f_i}{\sum_{i=1}^N \Delta f_i} \quad (12)$$

Donde $\Delta x_{i,ind}$ es el cambio de posición que se generó para cada pez en los movimientos individuales y N es el número de individuos que componen el cardumen.

Una vez realizado el cálculo del movimiento instintivo grupal, todos los peces son inmediatamente reubicados en sus nuevas posiciones.

El último ajuste de posición que se realiza es el movimiento colectivo voluntario del cardumen, este desplazamiento consiste en la dilatación o contracción del cardumen respecto a su baricentro (el cual se determina como vemos en 13).

$$B(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i(t) * w_i(t)}{\sum_{i=1}^N w_i(t)} \quad (13)$$

El cardumen contraerá si el peso general del grupo a mejorado respecto a la ejecución anterior del sistema, caso en el que se aplica 14, mientras que, de presentarse el caso contrario se generará una dilatación que realiza [39][32] como vemos en 15.

$$x_i(t+1) = x_i(t) - step_{vol} * rand(0,1) * [x_i(t) - B(t)] \quad (14)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + step_{vol} * rand(0,1) * [x_i(t) - B(t)] \quad (15)$$

Igual que para el movimiento individual, este comportamiento instintivo grupal depende de un parámetro $step_{vol}$ que limita a que tan lejos puede moverse el cardumen. Después de realizado este movimiento grupal, el algoritmo regresará de manera cíclica al inicio hasta completar las condiciones de parada establecidas para el sistema [32][39]. Una vez se han realizado todos los movimientos grupales se reiniciará el ciclo y se realizará el proceso cuantas veces se defina que debe hacerse.

Capítulo 3

METODOLOGÍA

La elaboración de horarios de trabajo mensuales del personal de enfermería de un hospital se encuentra a cargo del jefe de enfermería de cada uno de los servicios. Problemas se han abordado ampliamente en las últimas cuatro décadas [4]. Esto hace que para esto se encuentren implementadas múltiples herramientas de tipo software como sFlex, UKG ready, Deputy y shiftboard por mencionar algunos. Adicionalmente se han realizado aproximaciones a esto a partir de la inteligencia artificial en los métodos AG, RS y en algunas variantes de IE. La intención de este trabajo de grado es el comparar la eficiencia de tres métodos de IA para solucionar este tipo de problemáticas.

Para la realización de esta tarea, se debe tomar en cuenta una serie de requisitos que determinan como se formarán los horarios. Lo primero es entender que dentro de los problemas de organización horaria encontramos dos grandes grupos, los cuales se diferencian en la cantidad de turnos de trabajo (sin contar el turno libre) en que se divide el día. El primer modelo divide el día en 3 turnos de 8 horas cada uno, mientras el segundo lo hace en dos de 12 horas, modelo con el cual se trabajó en este documento [44]. Tomando en cuenta esto, las características de los turnos de trabajo utilizadas son las que se observan en la Tabla 3.1.

Nombre del turno	Código	Descripción	Horario
Turno Diurno	TD	Guardia dirurna.	7:00 a.m
		Una enfermera debe hacer entre 7 y 9 de estos turnos en un mes	-
			7:00 p.m
Turno Nocturno	TN	Guardia Nocturna.	7:00 p.m
		Una enfermera debe hacer entre 7 y 9 de estos turnos en un mes	-
			7:00 a.m
Turno Libre	TL	Día de descanso. Una enfermera debe tener al rededor de 14 al mes	-

Tabla 3.1: Características de los turnos.

Conocida la cantidad de turnos de la que se dispone para la distribución del personal, el paso siguiente es definir las condiciones de trabajo que se deben considerar para la realización de los horarios. Cabe resaltar que estas restricciones dependen directamente de la institución y servicio donde se realice la actividad de organización horaria debido a que cada una presenta

diferentes necesidades de funcionamiento. Para este documento se utilizaron las normativas del servicio de urgencias del hospital San Jorge de la ciudad de Pereira, reglamento y condiciones a las que se tuvieron acceso a través de entrevista de una de sus profesionales de enfermería y se encuentran consignadas en la Tabla 3.2.

Tipo de condición	Condición
Individuales	Mínimo 192 horas de trabajo mensual.
	No programar un turno diurno después de uno nocturno ya que implicaría 24 horas de trabajo continuas.
	Se puede considerar programar dos turnos nocturnos seguido una única vez al mes.
	Respetar el último turno del mes anterior para determinar el inicio del mes actual.
Grupales	Garantizar el mínimo de personal en el turno diurno.
	Garantizar el mínimo de personal en el turno nocturno.

Tabla 3.2: Condiciones de trabajo establecidas

Adicionalmente al reglamento utilizado para el desarrollo de los algoritmos, la jefe de enfermería expresó que de tener una herramienta que realice de forma automática la organización de los trabajadores debería permitirle variar la cantidad de personal con la que se cuenta, puesto que este número puede variar constantemente. Además, junto a esta persona se hizo el ejercicio manual de desarrollar dos horarios para 17 personas organizadas en un espacio de tiempo de un mes. Realizando ese ejercicio se tomó nota del tiempo que se necesitó para cumplir las condiciones necesarias para considerar un horario como apto, tiempos que fueron de 2 horas en la primera entrevista y de 2,5 horas en la segunda. Estos tiempos son importantes, ya que si los algoritmos desarrollados no tienen un tiempo inferior a este no representarían una herramienta realmente útil de utilizar. Después, para facilitar el análisis se realizó un algoritmo de revisión de horarios que permitió revisar de forma automática, basado en los criterios de idoneidad planteados en las siguientes secciones de este capítulo, si los resultados obtenidos eran aptos para ser utilizados en un ambiente real.

Una vez definido el modelo de horario a utilizar, las restricciones a seguir y las sugerencias de flexibilidad de uso, se procedió a realizar el desarrollo de los métodos de optimización seleccionados. Iniciando por el método de análisis implementado que se utilizará en todos los algoritmos puesto que la respuesta que se busca de ellos es la misma.

3.1 Evaluación de la aptitud de las soluciones

Antes de iniciar la explicación de la forma en que se desarrollaron los métodos de optimización planteados para el proyecto, fue importante definir la manera en que se evaluó la aptitud de las distintas soluciones que se generan durante la ejecución de los algoritmos. La intención de definirlo con anterioridad es tener la idea de la evaluación clara, puesto que, esta

misma evaluación se realiza de igual manera para todos los métodos trabajados.

El análisis se divide en el cumplimiento de condiciones individuales y grupales. Para determinar la aptitud de los horarios individuales se realiza la sumatoria de los incumplimientos de reglamento en cada individuo, además se hace el cálculo de cuantos turnos sobran o faltan para cumplir las horas de trabajo requeridas. La suma de los incumplimientos de restricciones y de turnos requeridos para cumplir con las condiciones necesarias serán consideradas como el error individual.

$$e_{ind} = \left(\sum_{i=1}^{N-1} inc_i \right) + tr \quad (1)$$

Donde N es la cantidad de días que conforme el horario individual, inc_i es un incumplimiento de reglas en el día i y tr es el número de turnos a corregir para cumplir con la cantidad de horas de trabajo.

La aplicación de la ecuación 1 se ve en la Figura 3.1. En esta imagen vemos la distribución de turnos para 5 enfermeras en 15 días, La enfermera uno por ejemplo presenta ruptura de la regla de procurar no programar dos TN seguidos y quebranta la restricción de no programar un TD inmediatamente después de un TN. En este caso en los 15 días de trabajo la enfermera 1 suma un total de 5 incumplimientos en total, lo que representa un $e_{ind} = 5$. Este mismo análisis se realiza para las enfermeras 2,3,4 y 5 que obtienen $e_{ind} = 5$, $e_{ind} = 4$, $e_{ind} = 3$, $e_{ind} = 1$ y $e_{ind} = 0$ respectivamente. En este caso si el horario que se busca establecer una optimización de personal en 15 días el horario individual de la enfermera 5 se consideraría apto, ya que no incumple restricciones.

Figura 3.1: Ejemplo análisis error individual

Para analizar el error grupal se considera las restricciones de cantidad de personal mínimo por turno que presenta el sistema, de manera que se recorre el horario mensual revisando que cada uno de los TD y TN cumplan con las condiciones mínimas de personal y de no hacerlo se sumará una unidad por turno que incumpla al error grupal e_{grup} . En la Figura 3.2 se observa en color rojo un día que su análisis grupal presenta problemas con el TN, por tanto, aporta una unidad al error grupal, en color verde un día con personal insuficiente en el TD aportando una unidad más al error y en naranja días que no aportan al error. De presentarse problemas de personal en ambos turnos en un mismo día, se sumarán dos unidades al error grupal.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4
Enfermera 1	N	D	N	L
Enfermera 2	L	D	D	N
Enfermera 3	L	D	D	N
Enfermera 4	L	D	D	N
Enfermera 5	D	L	D	D
Enfermera 6	D	L	D	D
Enfermera 7	D	L	N	D
Enfermera 8	D	L	L	D
Enfermera 9	L	L	L	L
Enfermera 9	L	L	L	L
Enfermera 10	L	N	L	L
Enfermera 11	N	L	L	L
Enfermera 12	L	N	L	L
Enfermera 13	L	D	N	L
Enfermera 14	L	D	D	L
Enfermera 15	D	L	D	L
Enfermera 16	D	L	D	L
Enfermera 17	D	N	D	L

Problemas con el turno nocturno.

Problemas con el turno diurno.

Días sin problemas en sus turnos

Figura 3.2: Ejemplo análisis error grupal.Fuente: Imagen propia.

Donde N es turno nocturno, L es turno diurno y D es turno nocturno.

Con esto en mente, se define el cálculo del error grupal como vemos en 2

$$e_{grup} = \sum_{i=1}^{N-1} T_f \quad (2)$$

Donde T_f son los turnos que presenten problemas de personal a lo largo del horario mensual.

Por último, el error total de la solución e_t está dado como la suma de los errores grupales e individuales encontrados en el sistema.

$$e_t = e_{ind} + e_{grup} \quad (3)$$

Una vez calculado 3, se considera como la solución ideal a la que tenga un e_t de 0, de lo contrario será mas apta aquella que cuente con un error lo mas cercano posible.

3.2 Desarrollo por Algoritmos Genéticos

Para el desarrollo del modelo AG, se utilizan los mecanismos de este tipo de algoritmos en dos contextos diferentes. Por tanto, los conceptos de población e individuo tendrán dos connotaciones diferentes. En la creación de la primera generación la población estará conformada por los horarios correspondientes a cada uno de los trabajadores involucrados en la solución de la organización de horarios y los individuos serán estos mismos horarios individuales. En la segunda etapa en la cual ya se procede a la búsqueda de una solución completa para el problema la población será el conjunto de horarios grupales que son las potenciales soluciones del modelo desarrollado, mientras que el concepto de individuo pasa a entenderse como cada uno de los horarios completos. Todos estos conceptos se desarrollan más ampliamente a continuación.

3.2.1. Creación de la población inicial

Los cromosomas en los algoritmos genéticos representan cada uno de los horarios mensuales que se crean como potencial solución al problema, los cuales toman forma de matriz en la que su cantidad de filas es igual a la cantidad de trabajadoras y la cantidad de columnas hace referencia a la cantidad de días para la que se realiza la organización de personal. Cada una de las posiciones de esta matriz contiene el turno correspondiente a un profesional en un día determinado, los cuales pueden ser TD para los turnos diurnos, TL para los días libres y TN para los turnos nocturnos. Esto se puede observar en la Figura 3.3 en la cual vemos 17 personas para trabajar en un lapso de 31 días.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5
Enfermera 1	TN	TL	TN	TL	TN
Enfermera 2	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermera 3	TD	TN	TL	TD	TD
Enfermera 4	TD	TD	TN	TL	TD
Enfermera 5	TN	TN	TL	TD	TN
Enfermera 6	TL	TN	TL	TN	TL
Enfermera 7	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermera 8	TL	TD	TD	TL	TD
Enfermera 9	TD	TN	TL	TD	TD
Enfermera 10	TD	TD	TN	TL	TL
Enfermera 11	TD	TD	TD	TN	TL
Enfermera 12	TN	TL	TN	TL	TD
Enfermera 13	TD	TD	TD	TD	TD
Enfermera 14	TN	TN	TL	TD	TN
Enfermera 15	TL	TN	TL	TD	TD
Enfermera 16	TL	TD	TD	TD	TD
Enfermera 17	TL	TN	TL	TN	TL

...

	Día 27	Día 28	Día 29	Día 30	Día 31
TD	TD	TL	TN	TL	
TD	TD	TN	TL	TL	
TD	TL	TN	TL	TD	
TD	TN	TL	TD	TD	
TL	TD	TD	TD	TD	
TN	TL	TD	TD	TL	
TL	TD	TD	TN	TL	
TN	TL	TN	TL	TD	
TL	TN	TL	TD	TN	
TN	TL	TD	TL	TL	
TN	TL	TL	TD	TN	
TN	TL	TL	TD	TN	
TN	TL	TD	TL	TL	
TL	TN	TL	TN	TL	
TD	TD	TD	TL	TN	
TD	TN	TL	TD	TD	
TL	TD	TN	TL	TD	

Figura 3.3: Ejemplo de un horario de trabajo para 17 enfermeras organizadas en 30 días de trabajo. Fuente: imagen propia.

La Población inicial se crea a partir del ciclo iterativo que se observa en la Figura 3.4 en el que se realiza la inicialización de las restricciones no solo individuales sino también grupales que se expresaron en la Tabla 3.2. Condiciones que permiten el determinar qué tan apto es cada gen y cada cromosoma en el sistema a partir del proceso de análisis que se explica en la sección 3.1. Proceso cuyos operadores se explicarán a continuación.

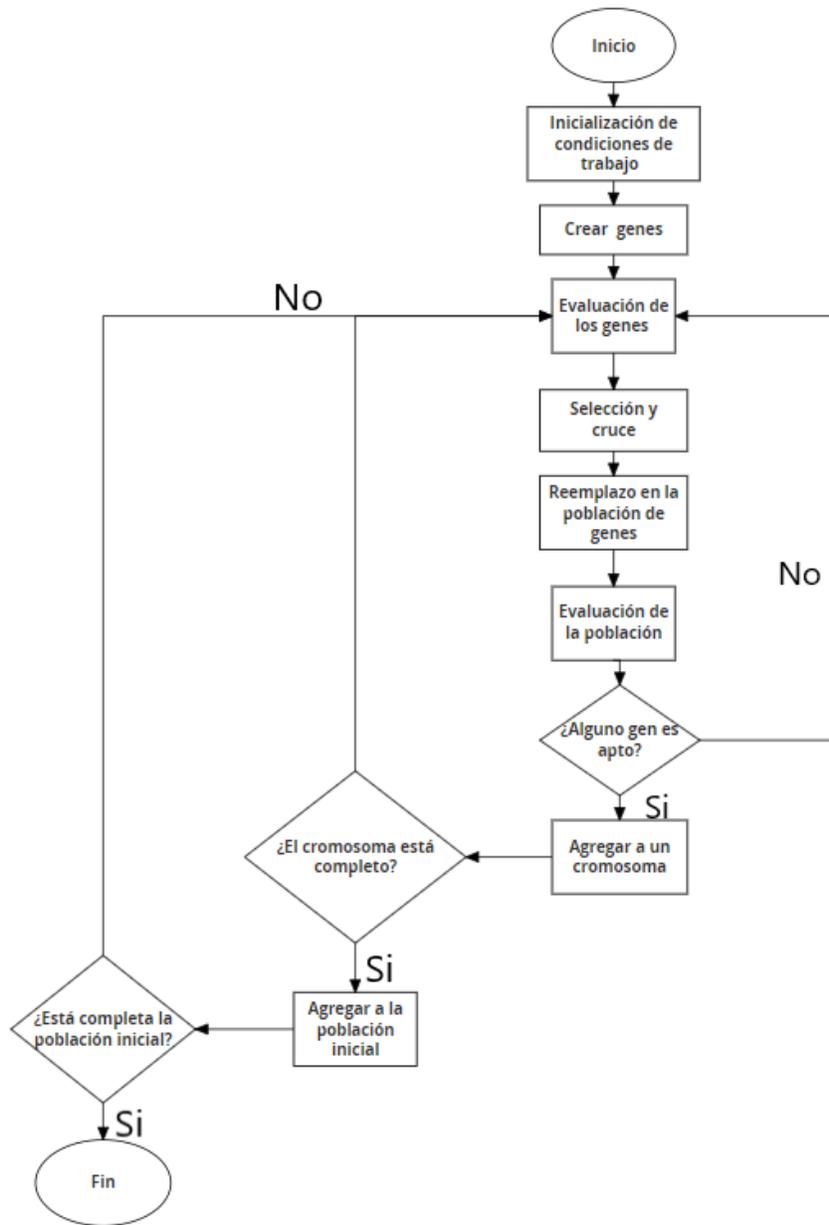


Figura 3.4: Proceso de creación de genes. Fuente: Imagen propia.

La creación de los cromosomas se realiza a partir de la construcción de genes, los cuales son la distribución de turnos correspondiente a cada uno de los enfermeros, donde cada uno de sus componentes es el turno que le corresponde a ese trabajador en uno de los días de trabajo, por ejemplo en la Figura 3.5 encontramos un gen en el que se tiene un total de 10 turnos.

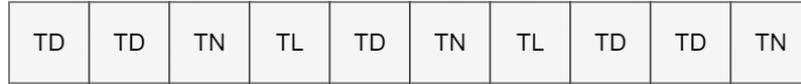


Figura 3.5: Ejemplo de un gen para un cromosoma. Fuente: Imagen propia.

Estos genes se generan en una cantidad determinada N con antelación en el algoritmo, y se le asigna a cada individuo una distribución de turnos al azar, después de lo cual se cumplen con los operadores de selección y cruce de algoritmos genéticos. La selección de los genes se realiza a partir de los criterios expuestos en la sección 3.1, lo que garantiza que los genes elegidos para realizar cruce cumplan de la mejor manera posible entre la población con las restricciones de trabajo individual consignadas en la Tabla 3.2. Proceso que se observa en la Figura 3.6.

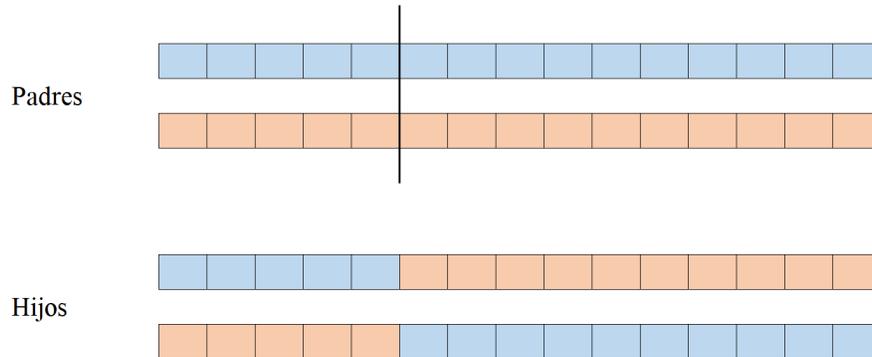


Figura 3.6: Ejemplo de cruce entre genes que representan los horarios de cada trabajador involucrado en el proceso. Fuente: Imagen propia basada en [35].

Cada vez que uno de los genes resultantes cumpla con $e_{ind} = 0$ pasa a formar parte de un cromosoma. En la Figura 3.7 observamos que para construir un cromosoma se debe concatenar tantos genes individuales como lo requiera la dimensión planteada para la solución del problema de gestión de horarios.

		Número de días del mes					
		Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia N
Enfermera 1							
Enfermera 2							
Enfermera 3							
...							
Enfermera N							

Figura 3.7: Construcción de un cromosoma. Fuente: Imagen propia.

Para guardar los individuos considerados como parte de la población inicial se utiliza una

concatenación de matrices en una tercera dimensión como se ve en la Figura 3.8, estructura que será aprovechada para almacenar en estancias futuras los horarios que se generen con la ejecución del sistema.

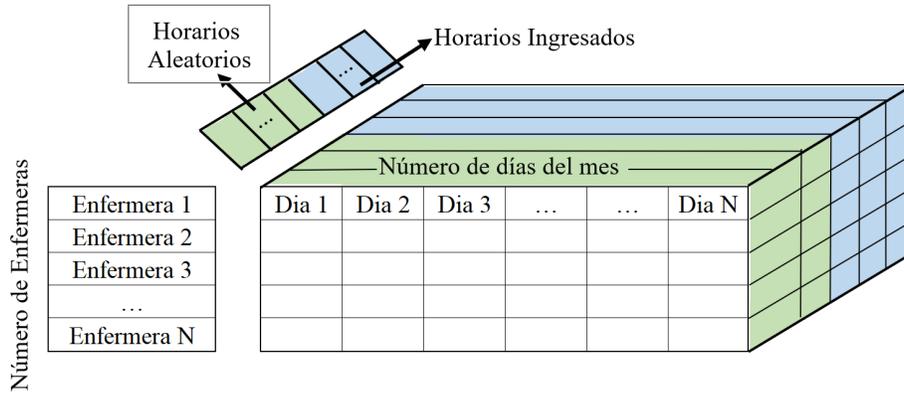


Figura 3.8: Guardado de cromosomas. Fuente: Imagen propia.

Para garantizar que cada una de las soluciones obtenidas es única cada horario estará conformado por horarios individuales generados por el sistema y no se reutilizarán los ya creados. En este punto se termina con la iteración vista en la Figura 3.4 y se entra en el proceso propio de los algoritmos genéticos que se observa en la Figura 2.3

3.2.2. Cruce y Mutación

Previo a los procesos de cruce y mutación se realizó la selección de dos progenitores. La selección de los padres se da con base a la idoneidad de los cromosomas en el apartado grupal (como se explica en la sección 3.1). Esto se debe que todos los fenotipos de los cromosomas cumplen con las condiciones individuales necesarias desde que se agregan al horario. El proceso de cruce se realiza a través de la combinación de horarios individuales a través de una máscara generada al azar, en la cual se tomará como referencia el hijo uno para el procedimiento. La máscara está formada por ceros y unos, la cantidad será igual al número de enfermeras que se tenga en el horario, entonces cada vez que se presente un número 0 el hijo 1 tendrá parte del padre 1 y al presentarse un número 1 el hijo tendrá la información del padre dos. Para general el hijo dos se tomará la información del padre contrario como se observa en la Figura 3.9.

					Padre 1					Padre 2				
Enf 1	TL	TD	TL	TD	TN	Enf 1	TD	TL	TD	TD	TL			
Enf 2	TD	TL	TN	TL	TD	Enf 2	TL	TN	TL	TD	TD			
Enf 3	TN	TL	TD	TN	TL	Enf 3	TL	TD	TL	TN	TL			
Enf 4	TL	TN	TL	TD	TL	Enf 4	TN	TL	TN	TL	TL			
					Mascara									
					1	0	1	0						
					Hijo 1					Hijo 2				
Enf 1	TD	TL	TD	TD	TL	Enf 1	TL	TD	TL	TD	TN			
Enf 2	TN	TL	TD	TN	TL	Enf 2	TL	TN	TL	TD	TD			
Enf 3	TL	TD	TL	TN	TL	Enf 3	TN	TL	TD	TN	TL			
Enf 4	TN	TL	TD	TN	TL	Enf 4	TN	TL	TN	TL	TL			

Figura 3.9: Ejemplo cruce de cromosomas. Fuente: Imagen propia.

Cuando se cumplan las condiciones de mutación, las modificaciones se realizarán en un horario individual completo, para esto se realizará nuevamente un horario aleatorio que cumpla las condiciones individuales y una vez se tenga se reemplazará el horario de la enfermera que cumpla con las condiciones de mutación establecidas para el modelo de AG como se observa en la Figura 3.10. Estos hijos reemplazan a los peores individuos de la generación presente.

					Sin mutar					Mutado				
Enf 1	TD	TL	TD	TD	TL	Enf 1	TD	TL	TD	TD	TL			
Enf 2	TN	TL	TD	TN	TL	Enf 2	TN	TL	TD	TN	TL			
Enf 3	TL	TD	TL	TN	TL	Enf 3	TD	TL	TL	TD	TN			
Enf 4	TN	TL	TD	TN	TL	Enf 4	TN	TL	TD	TN	TL			

Figura 3.10: Cromosoma mutado. Fuente: Imagen propia.

3.2.3. Decisión

Una vez se hace el reemplazo de los individuos que dan las peores prestaciones a la solución de la distribución de personal por la descendencia de los seleccionados como progenitores se realiza nuevamente el análisis de las condiciones grupales de toda la población. Este análisis se hace a partir de las normas establecidas en la sección 3.1 para la aptitud de los grupos. Si en la población teniendo en cuenta los cromosomas generados en la etapa anterior se encuentra un individuo que representa una solución que cumpla todas las restricciones se detendrá el sistema y se dará esta como solución del problema. También puede presentarse la presencia de múltiples cromosomas que den una solución factible. Caso en el que se seleccionará al azar entre las posibles soluciones. Por último, cabe la posibilidad de terminar con el número de iteraciones estipuladas para el sistema, de no haber un horario que cumpla con todas las condiciones, se seleccionará como solución al que ofrezca las mejores prestaciones.

En el modelo de AG se hicieron variaciones del tamaño de su población inicial PI dándole como valores de prueba 5,7,9 y 10. Para los cuales se tomaron los datos de eficiencia en tiempo

de ejecución del algoritmo.

3.3 Desarrollo por Recocido Simulado

El modelo RS tiene su funcionamiento basado en 2 grandes momentos. La creación de las potenciales soluciones y la comparación y selección de la solución más adecuada para solucionar el problema. Es un modelo de implementación sencilla que ayuda a plantear problemas complejos de maneras menos elaboradas. En similitud con el modelo AG, los algoritmos RS inician su operación a partir de la inicialización de las restricciones de trabajo necesarias para el desarrollo de los horarios de trabajo que se busca solucionar, reglas que ya se explicaron en la sección 3.1. Pero a diferencia de los AG el modelo RS crea una única solución por iteración del sistema. El tipo de solución que se busca es idéntica a la que se observa en la figura 3.3, pero la forma de llegar a ellas es diferente. Para empezar, se hace la creación de un horario individual al azar correspondiente a la distribución de turnos de cada uno de los profesionales implicados en la creación del horario. Esto se puede interpretar como un vector que tiene como longitud la cantidad de días sobre la que se distribuye el trabajo como se puede observar en la Figura 3.11.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8	Día 9	Día 10	Día 11	Día 12	Día 13	Día 14	Día 15
Enf	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TL	TD	TN	TL

Figura 3.11: Ejemplo vector de turnos individuales para 15 días. Fuente: Imagen propia.

A partir de estos horarios individuales se realiza un proceso iterativo para crear horarios grupales que se basan en los sistemas de decisión del modelo RS. Proceso que se observa en la Figura 3.12 y cuyos mecanismos se explican más adelante.

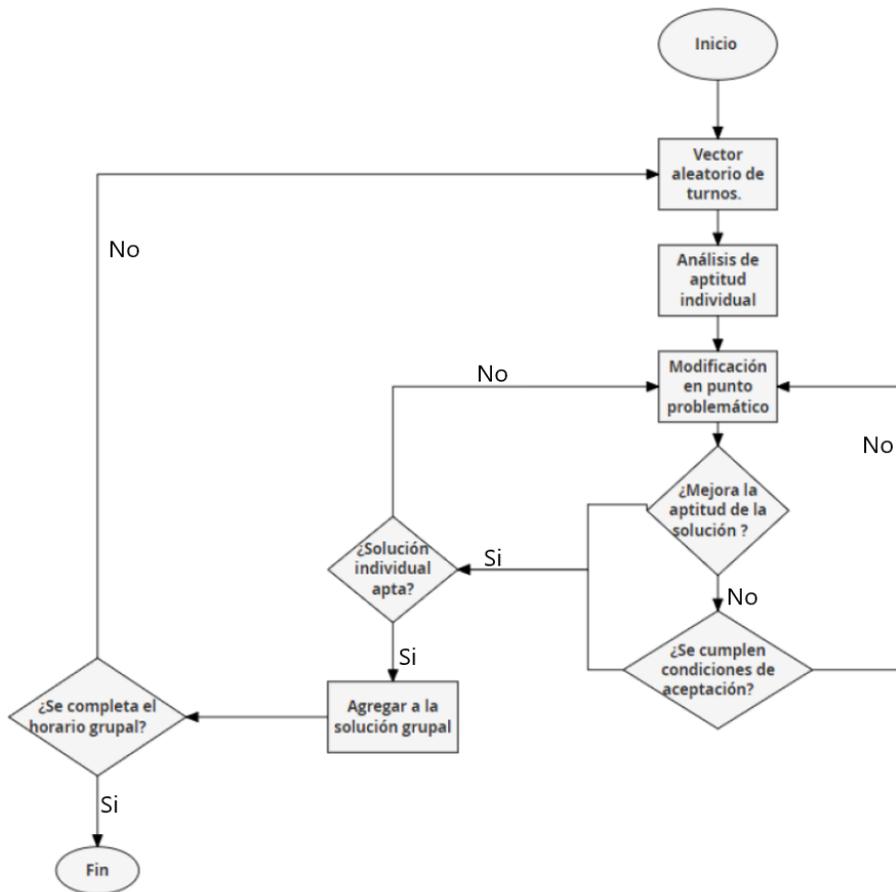


Figura 3.12: Ciclo de ceración de horarios grupales en el modelo RS. Fuente: Imagen propia

La construcción de las soluciones individuales se realiza a partir de un vector que tiene como tamaño la cantidad de días de trabajo creado completamente al azar. Este vector es analizado conforme a la reglamentación de análisis explicados en la sección 3.1. Una vez analizado todo el vector se procederá a hacer modificaciones en puntos identificados como problemáticos, se analizará nuevamente y decidirá si continuar con el proceso o si tomará el horario como apto. Para aprovechar todo el potencial del modelo se utilizarán sus mecanismos de decisión por temperatura en caso de que la corrección llegue a empeorar. En la Figura 3.13 se observa cómo cambia un horario individual y como esto modifica la cantidad de errores individuales que se presentan.

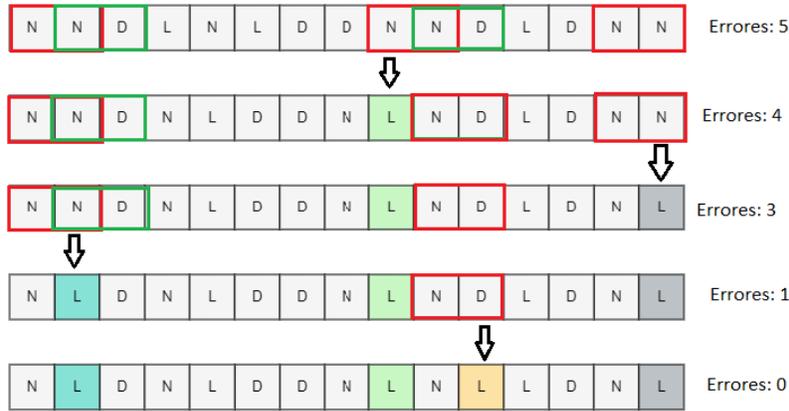


Figura 3.13: Cambios en las soluciones individuales. Fuente: Imagen propia

Los cambios que se realicen pueden mejorar en mayor o menor medida la idoneidad de la solución y se realizarán cambios hasta llegar a un punto en que se considera apto a cada individuo. Una vez seleccionados los horarios individuales se almacenan para construir posteriormente los horarios grupales. Como se mencionó anteriormente, cabe la posibilidad que al realizar una modificación se solucione un problema, pero se cause otro, por tanto, en estos casos se hará uso de los mecanismos de probabilidad de aceptación, para determinar si se toma en cuenta esta modificación. Una vez se alcance un valor de e_t de 0 se pasará a crear un nuevo horario individual. Se considerará la solución como creada cuando se cumpla con la cantidad de enfermeras determinadas por el sistema.

La característica principal del modelo RS es el mantener guardada la solución que presenta mejores prestaciones e ir la reemplazando a medida que se presente una mejor. Esto conlleva que no se necesite un paso adicional de decisión como si es necesario en el modelo AG, Sin embargo, el algoritmo puede detenerse en tres escenarios. El primer caso es la aparición de una solución que cumpla con todas las restricciones de trabajo establecidas para el sistema, es decir, la solución almacenada completa con un $e_t = 0$, ya que de esto presentarse no tendría utilidad seguir ejecutando el algoritmo buscando soluciones. En los siguientes dos casos se presenta una interrupción del sistema al alcanzar condiciones de parada. El segundo caso es la llegada a la temperatura mínima del sistema, de forma que se dará como solución la almacenada en el momento de interrumpir las iteraciones. Y por último por la finalización del número de iteraciones establecido donde el horario solución se decidirá de la misma forma que en la interrupción anterior.

Para el algoritmo RS se tuvo en cuenta la existencia de dos modelos de enfriamiento. El modelo β cuya velocidad de disminución de temperatura es proporcional a la cantidad de iteraciones estipuladas y el modelo η con el que se hicieron pruebas para valores η de $\eta = 0,6$, $\eta = 0,7$, $\eta = 0,8$ y $\eta = 0,9$

3.4 Desarrollo por Búsqueda por Cardumen de Peces

Lo primero en el modelo BCP es el identificar el rol de los parámetros de este en el desarrollo de horarios. Cada pez representa una solución, es decir que cada uno de los peces tendrá almacenada un horario grupal que es potencialmente una solución al problema de distribución de personal. A cada uno de estos peces desde el inicio se le asigna un peso, el cual varía a medida que los peces cambien de una solución a otra, de forma que entre mejor sea el horario al que llega un pez al hacer un cambio más aumentará el peso de este haciendo que el peso de un pez represente el mejoramiento que este tuvo en la búsqueda de una solución. El peso posteriormente será utilizado como método de decisión en caso de llegar a una situación de no convergencia del sistema. También es importante resaltar que el tamaño del cardumen (representado como S) hace referencia a la cantidad de peces que realizarán los operadores correspondientes al modelo BCP. Además nuevamente como en los modelos anteriores para la construcción de horarios grupales se pasa primero por construir múltiples horarios individuales que cumplen con las mismas características de la Figura 3.13

Antes de crear horarios mensuales iniciales de los que partirán cada uno de los peces del cardumen se realiza la creación de horarios individuales en los que se garantice el cumplimiento de las restricciones necesarias para que se consideren aptos.

Para el caso de los algoritmos BCP se asigna de manera aleatoria un primer turno y a partir de este cada pez buscará el siguiente a asignar, se evaluará que tan bien cumple con las reglas establecidas y se dará prioridad al pez que menor aumento presente en su error total. Esto se repetirá hasta generar un horario individual completo y viable. En la Figura 3.14 se puede observar cómo los distintos peces hacen trayectos distintos y ofrecen horarios individuales distintos y con idoneidad diferente.

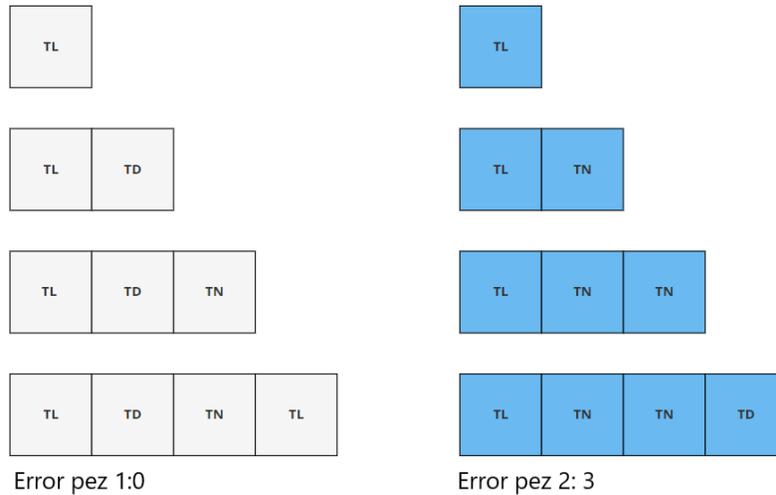


Figura 3.14: Construcción horarios individuales en el modelo BCP. Fuente: Imagen propia.

Cuando se completan los días del mes por cada pez se hace la comparación de su e_{ind} y se agregaran a horarios grupales mensuales solo los horarios que tengan un $e_{ind} = 0$. Esto se

realizará hasta completar el espacio de búsqueda estipulado para el sistema. En este modelo se aprovechará la estructura utilizada en el método de AG para almacenar las soluciones creadas que componen el espacio de búsqueda. Estructura visible en la Figura 3.8.

El proceso de seleccionar los horarios se realizará a través de la exploración del espacio de búsqueda generado. Cada uno de los peces de la población se le asigna un horario inicial al azar y a partir de este se hace el recorrido del espacio de búsqueda. Cada pez buscará de forma independiente soluciones que mejoren la situación de su punto inicial. Como se mencionó en el fundamento teórico el modelo BCP solo permite cambios en casos donde el e_{ind} del horario mejore, por tanto, los peces solo cambiarán de solución en los casos en que se presente una mejora sobre la idoneidad de la solución analizada respecto a la que se encuentra seleccionada. A cada horario se le realiza una evaluación de e_{grup} orientada a determinar si se cumple con el mínimo de personal que se necesita para dar por válido cada uno de los días. Estos valores de error hacen que a mayor sea la reducción mayor recompensa en alimento recibirán los peces, este peso se actualiza a través del operador de alimentación del sistema BCP.

El recorrido de los peces puede llevar a una convergencia de todos en un único horario, que por decisión unánime sea la mejor solución del problema, pero a pesar de esta posibilidad también es posible que se encuentren varios horarios solución u horarios con un mismo nivel de aptitud para solucionar el problema. En la Figura 3.15

Pez 1	Pez 2	Pez 3	Pez 4
Horario: 2	Horario: 5	Horario: 20	Horario: 12
Aptitud: 13	Aptitud: 15	Aptitud: 0	Aptitud: 4
Peso final: 12	Peso final: 5	Peso final: 70	Peso final: 50

Figura 3.15: Solución sin convergencia. Fuente: Imagen propia.

En la Figura 3.16 vemos un ejemplo de peces no convergentes, con varias soluciones aptas, pero se selecciona la mejor a través del pez con mejor peso.

Pez 1	Pez 2	Pez 3	Pez 4
Horario: 2	Horario: 5	Horario: 20	Horario: 12
Aptitud: 0	Aptitud: 0	Aptitud: 0	Aptitud: 0
Peso final: 12	Peso final: 5	Peso final: 30	Peso final: 50

Figura 3.16: Selección por pesos en el modelo BCP. Fuente: Imagen propia.

En el caso de converger en un único horario válido, no será necesario decidir entre los peces, puesto que estar un único horario seleccionado cualquier pez es considerado como apto como se ve en la Figura 3.17.

Pez 1	Pez 2	Pez 3	Pez 4
Horario: 2	Horario: 2	Horario: 2	Horario: 2
Aptitud: 0	Aptitud: 0	Aptitud: 0	Aptitud: 0
Peso final: 12	Peso final: 5	Peso final: 30	Peso final: 50

Figura 3.17: Ejemplo para todos los peces convergiendo. Fuente: Imagen propia.

Los ejemplos anteriores son para un cardumen de 4 peces, pero esto se extiende a la cantidad de peces a la que se defina el sistema BCP. En este caso a los horarios mensuales de 17 enfermeras. Para este proyecto se realizaron pruebas con tamaños de cardumen S de 5,10,15 y 20 de manera que se pudiese observar como el aumentar la cantidad de peces puede llegar a afectar el rendimiento del algoritmo

3.5 Comparación de los modelos

Una vez desarrollados los tres modelos de optimización se procedió a realizar la comparación entre ellos. Para lo cual se tuvo cuenta su tiempo de ejecución, ya que en los tres casos los modelos al finalizar su ejecución arrojaban como resultados horarios completamente viables para uso real. Situación que se comprobó a través del análisis de idoneidad de las soluciones obtenidas a través de las reglas expresadas en la sección 3.1.

Con lo anterior en mente, la comparación de los algoritmos desarrollados se centró en determinar cuál de ellos presentaba el mejor rendimiento, en términos de tiempos de ejecución, para solucionar el problema de calendarización que se estaba trabajando. Para esto, se realizaron un total de 100 ejecuciones a cada una de las variantes de parámetros que se incluyeron en el desarrollo de este proyecto. Dando un total de 1300 datos de tiempo de ejecución. Los datos de tiempo obtenidos se ordenan para realizar una prueba estadística que permita determinar si tienen una relación estadística entre ellos, es decir, poder determinar si el tiempo que le toma a cada uno de los modelos realizar la tarea de construir un horario para 17 trabajadores en 31 días es significativamente diferente como para concluir que hay uno que funcione mejor que los otros. Esta prueba no se realiza solamente sobre los datos obtenidos en cada uno de los modelos, sino, que se realiza también sobre los tiempos de ejecución obtenidos al realizar pruebas sobre los algoritmos modificando sus parámetros de tamaño de población en el caso de los AG, tamaño del cardumen en BCP y rata de enfriamiento en el modelo RS. Para esto se aplicó la prueba Kruskal-Wallis (también conocida como prueba H) la cual se basa en una prueba ANOVA pensada para comparación de más de dos grupos. Esta prueba se utiliza para determinar si los datos de diversos grupos provienen de una misma población, es decir si son similares entre sí o no. La hipótesis a comprobar al realizar esta prueba estadística fue si existe o no relación entre los datos en función del tiempo obtenidos para cada uno de los modelos de optimización que se desarrollaron. Hipótesis a la que se le asigna un valor de significancia p_{valor} de 0,05 de forma que, al obtener en la prueba un valor superior a este se tomara como cierta la hipótesis nula que señala la no existencia de relación entre los tiempos de ejecución obtenidos mientras la alternativa señala que si existe una relación, mientras la alternativa

señala que no existe una diferencia relevante entre los tiempos de ejecución obtenidos por los algoritmos, definiendo así H_0 como: Los datos comparados están relacionados entre sí; y la hipótesis alterna H_1 definida como: Los datos relacionados si presentan una relación entre sí. De forma que de cumplirse H_0 sabremos que los tiempos de funcionamiento utilizados por los modelos comparados son tan cercanos que no se puede considerar que los datos no son sustancialmente diferentes como para representar una diferencia significativa en su eficiencia en términos del tiempo de ejecución obtenido. Mientras que de cumplirse H_1 lo concluido será que los tiempos requeridos para solucionar el problema de organización de personal es significativamente diferente como para considerar que hay un modelo que representa una mejora sustancial frente al otro.

El procedimiento realizado consistió en comparar los tiempos obtenidos por los algoritmos en las variaciones que se le realizaron, esto con el fin de determinar si estos cambios lograban un cambio significativo en el rendimiento de cada uno de los modelos. Con lo que posteriormente se seleccionó a los mejores representantes en términos de tiempo promedio de ejecución para comparar entre los distintos modelos, de lo que posteriormente se sacó una conclusión sobre que modelo trabaja mejor el problema desarrollado.

Capítulo 4

RESULTADOS

El método de desarrollo empleado en este trabajo causó que en la exploración final de cada uno de los algoritmos se buscara el cumplir con las condiciones mínimas de cantidad de personal por turno, esto debido que la construcción de los potenciales horarios solución se realizaron a partir de horarios individuales diseñados para cumplir con las restricciones de los enfermeros involucrados. Esto produjo que la convergencia de los algoritmos garantizara el cumplimiento total del reglamento establecido. Pero, para verificar este cumplimiento se aplicó un algoritmo de verificación que se encarga de revisar que cada algoritmo de salida cumpla todo el reglamento. Una vez esto se confirma su tiempo de ejecución es tomado en cuenta para la comparación de tiempos de ejecución. Un ejemplo de los horarios obtenidos se puede observar en la Figura 4.1

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Día 8	Día 9	Día 10	Día 11	Día 12	Día 13	Día 14	Día 15	Día 16
Enfermero 1	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TN
Enfermero 2	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TD	TD	TD	TD	TD	TD
Enfermero 3	TL	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TN
Enfermero 4	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD
Enfermero 5	TD	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TL	TN
Enfermero 6	TD	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TN	TL	TL
Enfermero 7	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TL
Enfermero 8	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TD
Enfermero 9	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TL	TN
Enfermero 10	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL
Enfermero 11	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD
Enfermero 12	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TL	TN	TL	TD
Enfermero 13	TD	TD	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TL	TL	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermero 14	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TL	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TL
Enfermero 15	TD	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TL	TL
Enfermero 16	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD
Enfermero 17	TD	TN	TL	TL	TL	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TD	TD	TD

	Día 17	Día 18	Día 19	Día 20	Día 21	Día 22	Día 23	Día 24	Día 25	Día 26	Día 27	Día 28	Día 29	Día 30	Día 31
Enfermero 1	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TN
Enfermero 2	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN
Enfermero 3	TL	TD	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TN
Enfermero 4	TD	TD	TL	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TN
Enfermero 5	TL	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TD							
Enfermero 6	TL	TN	TL	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TN	TL
Enfermero 7	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TD	TD	TN	TL	TD
Enfermero 8	TD	TL	TD	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermero 9	TL	TN	TL	TD	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TL	TN	TL	TD
Enfermero 10	TD	TN	TL	TD	TD	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TL	TN	TL	TD
Enfermero 11	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TL
Enfermero 12	TD	TD	TD	TL	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD
Enfermero 13	TD	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TN	TL	TD	TN	TL
Enfermero 14	TL	TD	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TL	TN	TL	TL	TN	TL
Enfermero 15	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TL	TN	TL	TD	TD	TL	TN	TL	TN
Enfermero 16	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TD	TD	TD	TN	TL	TD	TN
Enfermero 17	TL	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TN	TL	TD	TL	TN	TL	TD	TD

Figura 4.1: Ejemplo horario de salida de los algoritmos desarrollados.

Como se mencionó en el capítulo anterior, se realizó una adquisición de datos para cada uno de los modelos y sus variantes. Para facilitar la lectura y presentación de estos se dividió la presentación de los resultados en tablas enfocadas en cada modelo y estas contienen el

tiempo promedio, peor tiempo y mejor tiempo de ejecución de cada modelo en sus variantes de enfriamiento, tamaño de población y tamaño del cardumen.

El primer modelo estudiado es el desarrollado por RS. Este modelo tiene un total de 5 variaciones en su forma de enfriamiento como se puede observar en la Tabla 4.1. Al aplicar la prueba Kruskal-Wallis a este modelo se obtiene que $p = 0,11036$ lo que permite definir que la hipótesis nula no es cierta, por tanto, hay una relación entre los datos obtenidos para todas las variantes de enfriamiento del modelo. Esto quiere decir que los cambios en como se enfría la temperatura en RS no afectan significativamente en la velocidad de desempeño del algoritmo.

Modelo	Parámetro	Medida	Tiempo (s)
RECOCIDO SIMULADO	$\eta = 0,6$	Peor tiempo	0,950144
		Tiempo promedio	0,60435483
		Mejor tiempo	0,546798
	$\eta = 0,7$	Peor tiempo	0,727634
		Tiempo promedio	0,58301741
		Mejor tiempo	0,515687
	$\eta = 0,8$	Peor tiempo	0,705283
		Tiempo promedio	0,59163286
		Mejor tiempo	0,504427
	$\eta = 0,9$	Peor tiempo	0,836687
		Tiempo promedio	0,58413578
		Mejor tiempo	0,491943
	Modelo β	Peor tiempo	0,9553
		Tiempo promedio	0,65134793
		Mejor tiempo	0,529563

Tabla 4.1: Datos obtenidos para el modelo RS

De los datos obtenidos se deriva la Figura 4.2 En la cual observamos el diagrama de cajas de error para el modelo RS. Donde en el eje x se nos indica a que variación pertenece cada caja y en el y encontramos el tiempo de ejecución en segundos. Aquí de forma gráfica se puede observar que en todos los casos se mantienen tiempos similares de ejecución entre las variantes de enfriamiento y se puede concluir que dado el resultado obtenido en la prueba H no existe una diferencia significativa en el tiempo que le toma a cada variante de enfriamiento llegar a una respuesta que se pueda considerar apta como solución

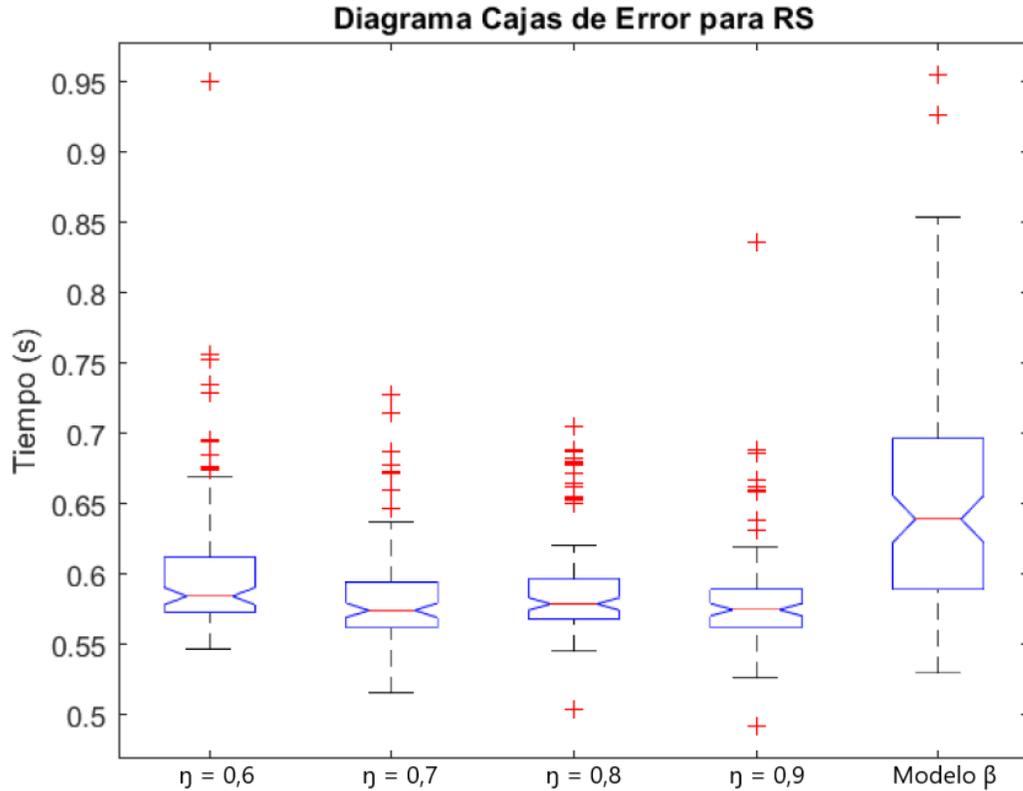


Figura 4.2: Cajas de error para el modelo RS.

El siguiente método al que se le realizó la prueba H es el desarrollado por AG, en este modelo los cambios se realizan en el tamaño de la población inicial PI del sistema. El cambio consistió en aumentar el número de cromosomas que maneja el sistema. Esto nos lleva a los datos que se observan en la Tabla 4.2.

En este modelo nuevamente encontramos que no existen diferencias estadísticas relevantes, visto esto al obtener un valor $p_{valor} = 0,06439$ lo que indica nuevamente que no existe una diferencia relevante en la cantidad de tiempo que necesita el modelo AG para solucionar la organización de horarios cuando se hacen variaciones en el tamaño de su población inicial. Esto se puede observar gráficamente en la Figura 4.3.

Modelo	Parámetro	Medida	Tiempo (s)
Algoritmos Genéticos	PI = 5	Peor tiempo	13,718539
		Tiempo promedio	8,80153112
		Mejor tiempo	2,761119
	PI = 7	Peor tiempo	16,695527
		Tiempo promedio	10,8243302
		Mejor tiempo	4,574343
	PI = 9	Peor tiempo	19,328944
		Tiempo promedio	12,6248412
		Mejor tiempo	5,925121
	PI = 10	Peor tiempo	6,059075
		Tiempo promedio	12,8244959
		Mejor tiempo	6,059075

Tabla 4.2: Datos obtenidos para el modelo AG

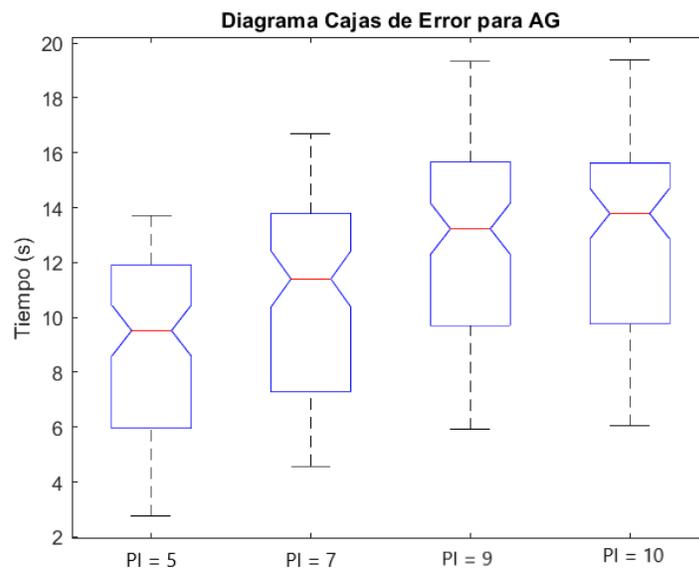


Figura 4.3: Cajas de error para el modelo AG.

Por último se hizo la comparación de los resultados obtenidos en el modelo BCP al variar el tamaño del cardumen (representado como S). Los datos de este modelo se pueden observar en la Tabla 4.3.

Modelo	Parámetro	Medida	Tiempo (s)
Busqueda por cardumen de peces	S = 5	Peor tiempo	1,102605
		Tiempo promedio	0,86101594
		Mejor tiempo	0,760937
	S = 10	Peor tiempo	1,431107
		Tiempo promedio	1,18077136
		Mejor tiempo	1,06173
	S = 15	Peor tiempo	1,788738
		Tiempo promedio	1,50980399
		Mejor tiempo	1,439855
	S = 20	Peor tiempo	2,198277
		Tiempo promedio	1,84477112
		Mejor tiempo	1,728116

Tabla 4.3: Datos obtenidos para el modelo BCP

El modelo BCP es el único de los tres que presenta una diferencia estadística relevante cuando se hace una variación en la cantidad de peces que tiene el cardumen. Cuando se aplica la prueba Kruskal-Wallis se obtiene un valor $p = 0,00844$ lo que estadísticamente significa que si existe una variación relevante en el rendimiento del algoritmo en función del tamaño del cardumen. Esto puede observarse en el diagrama de cajas de error del modelo BCP en la Figura 4.4 Donde se puede concluir que un tamaño de cardumen pequeño conlleva a un menor tiempo de ejecución.

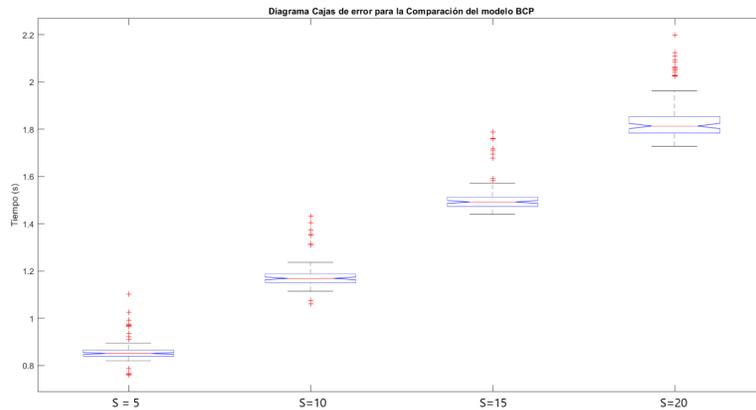


Figura 4.4: Cajas de error para el modelo BCP.

El diagrama de cajas de error que se observa en la Figura 4.4 nos permite observar un distanciamiento considerable en los tiempos de ejecución necesarios para solucionar el problema en cuestión al realizar aumentos de 5 peces en el cardumen. Esto indica que hay una diferencia lo suficientemente amplia en el rendimiento para considerar unos más eficientes que los otros. Esto lleva a concluir que para las modificaciones realizadas al modelo BCP el mejor rendimiento se obtuvo con un cardumen de $S = 5$.

Para realizar la comparación entre los distintos modelos se realizó la selección de datos a comparar. Esto se hizo a partir de tomar la variante de población inicial, tamaño de cardumen y rata de enfriamiento que ofreciera el mejor tiempo promedio de solución al problema de organización de horarios para personal de enfermería. Para el modelo RS se seleccionó el correspondiente a $\eta = 0,7$, para el modelo AG se seleccionó $PI = 5$, ya que estos representan el mejor tiempo de todas las variantes realizadas en estos métodos. Para el modelo BCP la elección fu de $S = 4$, ya que en la comparación de eficiencia de los distintos tamaños de cardumen este es el que ofrece la mayor velocidad de resolución al problema trabajado. Estos datos se pueden observar en la Tabla 4.4.

Modelo	Parámetro	Medida	Tiempo (s)
RS	$\eta = 0,7$	Peor tiempo	0,727634
		Tiempo promedio	0,58301741
		Mejor tiempo	0,515687
AG	PI=5	Peor tiempo	13,718539
		Tiempo promedio	8,80153112
		Mejor tiempo	2,761119
BCP	S=5	Peor tiempo	1,102605
		Tiempo promedio	0,86101594
		Mejor tiempo	6,059075

Tabla 4.4: Datos seleccionados para comparación de los modelos AG,RS y BCP

El diagrama de cajas de error de la Figura 4.5 para la comparación de los tres métodos desarrollados nos permite ver un gran distanciamiento entre los tiempos de ejecución que necesita cada uno de los modelos para alcanzar una solución satisfactoria. Esto se ve respaldado al realizar la prueba h que arroja un $p_{valor} = 0,00001$ el cual acepta la hipótesis nula de independencia entre las muestras analizadas. También es claro que el método AG es el que requiere de una mayor cantidad de tiempo para terminar su ejecución. Mientras que remitiéndonos a los datos de la Tabla 4.4 es posible ver que el menor tiempo de ejecución entre los algoritmos desarrollados lo obtiene RS con un tiempo promedio de ejecución de 0,58 segundos.

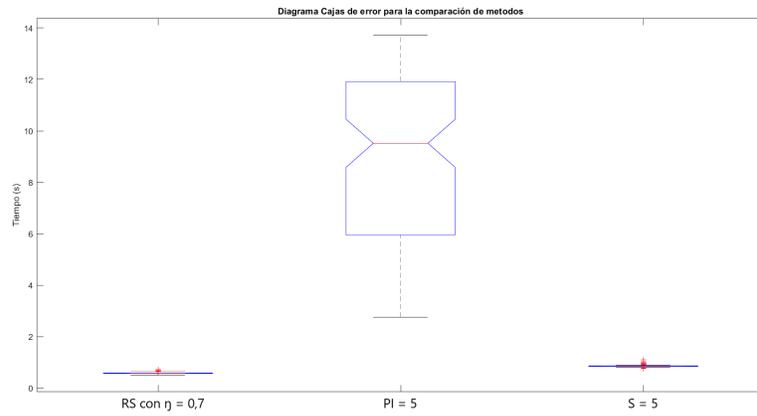


Figura 4.5: Cajas de error para la comparación de algoritmos.

Con esto último se procedió a realizar el análisis del comportamiento de los algoritmos. Es decir, determinar si los resultados obtenidos están relacionados con estudios previamente realizados sobre la eficiencia de los métodos de optimización.

Capítulo 5

DISCUSIÓN

Como se ha visto a lo largo de este documento la complejidad de realizar la organización de personal en un espacio de tiempo es alta por la cantidad de variables que se deben tener en cuenta para realizar esta tarea, complejidad que crece en función de la aparición de reglas autónomas que presenten dependiendo de las instituciones, la cantidad de personal del que se disponga para cubrir las necesidades de funcionamiento y el tiempo en el que se deba distribuir al personal con el que se cuenta. Esta complejidad se traslada a los algoritmos planteados para poder desarrollar esta actividad, puesto que el tiempo de respuesta de los algoritmos está relacionado a la complejidad del problema a solucionar.

En el modelo AG el tamaño de los cromosomas aumenta tanto al aumentar el personal como al aumentar la cantidad de días que se analizan, haciendo que se requiera invertir mayor tiempo en los operadores de cruce y mutación; en el modelo desarrollado se necesita generar múltiples máscaras para determinar como se cruzarán los progenitores de cada generación, teniendo en cuenta esto, aumentar la cantidad de enfermeros aumenta a su vez la cantidad de decisiones a tomar respecto al cruce. De la misma manera el operador de mutación requiere de la creación de un horario individual completo que reemplazará el que cumplió las condiciones para mutar, que no necesariamente será uno solo por algoritmo.

Sumado a esto el aumentar el tamaño de la población aumenta la cantidad de cromosomas iniciales a crear, proceso que no es sencillo, ya que cada uno de los horarios individuales se genera a partir de un ciclo iterativo de selección y cruce. Todo lo mencionado explica el por qué el método AG es el que más tiempo necesita para realizar la tarea trabajada. Esto se ve respaldado por estudios de comparación de métodos de optimización, en el que se demuestra que en problemas de alta complejidad los algoritmos genéticos tienden a ser más lentos para encontrar una solución con respecto al RS [45][18].

La rapidez del método RS está ligada a la simplicidad del modelo. Este método de optimización a diferencia de los AGs no tiene una población que se analiza constantemente, Este método mantiene una solución almacenada de la cual también se conoce su aptitud de solución, de modo que cada vez que se genera una potencial solución nueva, solo se analiza esta y se compara su idoneidad con la que se encuentra almacenada. Esto conlleva a que el análisis de los horarios solución sea rápido y no requiera de una gran cantidad de recursos orientados al análisis constante de múltiples individuos. Todo esto en conjunto lo convierte en el método más eficiente en términos de tiempo para resolver el problema de distribución

horaria trabajado.

El caso del modelo BCP es interesante, puesto que es el único de los tres que presenta diferencias relevantes en el tiempo promedio necesario para obtener un resultado. Este modelo cuenta con la particularidad de que a pesar de basarse en una población como los AG es bastante más eficiente que este. Esto se debe a que su población busca de manera independiente soluciones que puedan ser consideradas como óptimas y en caso de converger rápidamente en un mismo horario viable el algoritmo se detendrá para entregar la solución encontrada.

Sin embargo, aumentar la población también compromete la velocidad, puesto que se necesita evaluar más individuos en cada ejecución del algoritmo. Nuevamente con respecto al modelo RS la complejidad es un factor determinante a la hora evaluar la eficiencia en términos de tiempo, ya que un aumento de la complejidad del modelo, implica un aumento en los procesos que se deben realizar en cada ejecución del sistema.

La aplicación de estos métodos de optimización además de liberar de esta tarea a quien se encuentra encargado, presenta un segundo beneficio. Al realizar esta tarea de forma automatizada se elimina el factor personal en el desarrollo del horario, esto es una ventaja, ya que se evita que dentro del equipo de trabajo se genere un ambiente de crítica sobre la imparcialidad de la distribución de turnos. Por ejemplo, un trabajador que presente un horario que pueda considerarse agotador puede alegar en algún momento que se le asignó de esta manera de forma premeditada por problemas existentes con el jefe de departamento, como también puede presentarse el caso contrario, que el equipo de trabajo considere que los horarios más laxos se asignan de manera premeditada a quienes sostienen mejores relaciones interpersonales con el encargado de esta tarea. Aunque no es la idea de este trabajo poner en tela de juicio la profesionalidad de quienes realizan este tipo de actividades en las entrevistas realizadas a una jefe de enfermería nos expresó que esto es un problema muy común que compromete el ambiente de trabajo. Por tanto, el sustituir el factor personal por una herramienta automatizada se convierte en una gran ventaja para evitar suspicacias en el plantel de trabajo.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo muestran que es factible implementar herramientas que permitan automatizar el proceso de distribución de personal de enfermería en función de las reglas establecidas por una institución en particular. Herramientas que muestran en todos los casos ser mucho más eficiente que realizar esta tarea a mano. Además, se nos mencionó en las entrevistas realizadas que una de las situaciones que más complican el desarrollo de este tipo de actividades administrativas, ya que en ocasiones el personal puede entender que cierta distribución de turnos que pueden verse como más agotadoras, está relacionada con consideraciones personales del encargado, que hacen que se le den las distribuciones de trabajo más agotadoras de forma deliberada a una persona en particular, o dar pie a pensar lo contrario, que las distribuciones horarias más cómodas se dan con base en relaciones personales más estrechas entre el personal y el encargado de esta tarea.

Por tanto, implementar la automatización elimina la duda de sesgo sobre el trabajo realizado. En cuanto a la actividad enfocada a la comparación de los métodos implementados, encontramos que en concordancia con la literatura actual el modelo de algoritmos genéticos es considerablemente lento que el desarrollado a través de RS. Esto lo notamos en la diferencia de tiempo que necesita en promedio cada uno de estos modelos para solucionar la tarea en cuestión, donde observamos que el algoritmo desarrollado con el método de optimización RS le toma el 6% del tiempo que le toma al modelo AG para lograr una respuesta viable.

Debemos tener en mente que para este trabajo de grado se trabajó con condiciones estipuladas por una institución, estas condiciones puedes cambiar, aumentar o disminuir según donde se aplique esta herramienta, por ejemplo, en la entrevista inicial realizada no se informó que en algunas instituciones el problema de Organización de horarios para personal de enfermería se realiza desde la jefatura general de enfermería, lo que aumenta significativamente la cantidad personal a trabajar y cambia la dinámica de la distribución de turnos, debido a que además del horario de trabajo también se debe considerar a que servicio se asignara cada persona y corroborar que cada servicio cuente con el personal suficiente para mantener su funcionamiento adecuado. También se debe considerar que existe un modelo de distribución de turnos que divide el día en 3 tramos en los que distribuir el personal y que de igual manera se debe garantizar la cantidad de personal mínimo necesario.

Para finalizar encontramos que la implementación de este tipo de herramientas convertiría una tarea que requiere la disponibilidad de horas de trabajos a un momento frente al computador que ahora será el encargado de la distribución del personal.

Capítulo 7

TRABAJOS FUTUROS

En vista a que la aplicación de métodos de optimización está extendida en distintos campos del sector salud en la actualidad, especialmente enfocados al manejo y planeación de uso de recursos [46]. Se propone realizar la implementación de métodos de optimización de IA para el manejo de equipo biomédico en las instituciones de salud, de manera que se puedan organizar calendarios de mantenimiento en función de múltiples variables como la cantidad de equipo disponible, el tiempo que este mantenimiento y los trámites legales asociados a él mantendrán el equipo fuera de servicio y los lineamientos internacionales que estipulan el tiempo máximo que puede permanecer un equipo biomédico en función de su complejidad sin recibir mantenimiento. La idea principal es, que el método de optimización de como resultado de su ejecución cronogramas de mantenimiento que optimicen el tiempo que están los equipos fuera de servicio sin afectar el correcto funcionamiento de la institución, dado que tener un equipo, por ejemplo, de imágenes diagnósticas demasiado tiempo fuera de servicio puede comprometer el funcionamiento del plantel.

Bibliografía

- [1] F. S. Palma, S. V. Süazo y O. S. Alvarado, «EL TRABAJO DEL PROFESIONAL DE ENFERMERÍA: REVISIÓN DE LA LITERATURA,» *Ciencia y enfermería*, n.º 2, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-95532015000200002>.
- [2] O. del Carmen De Arco-Canoles y Z. K. Suarez-Calle, «Rol de los profesionales de enfermería en el sistema de salud colombiano,» *Universidad y salud*, n.º 2, 2018. DOI: <https://doi.org/10.22267/rus.182002.121>.
- [3] A. Wren, «Scheduling, Timetabling and Rostering - A Special Relationship?» *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, págs. 46-75, 1996. DOI: https://doi.org/10.1007/3-540-61794-9_51.
- [4] D. M. Warner, «Scheduling Nursing Personnel According to Nursing Preference: A Mathematical Programming Approach,» *Operations Research*, n.º 5, págs. 842-856, 1976. DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/opre.24.5.842>.
- [5] F. Seguel y S. Valenzuela, «Relación entre la fatiga laboral y el síndrome burnout en personal de enfermería de centros hospitalarios,» *Enfermería universitaria*, n.º 4, págs. 119-127, 2014.
- [6] A. Fernández-Sánchez, A. Juárez-García, F. Arias-Galicia y M. E. González-Zermeño, «Agotamiento profesional en personal de enfermería su relación con variables demográficas y laborales,» *Revista de Enfermería del Instituto Mexicano del Seguro Social*, n.º 1, págs. 15-22, 2010.
- [7] R. R. Gonzales, Y. R. Doval y O. M. Pérez, «Estrés Laboral, consideraciones sobre sus características y formas de afrontamiento,» *Revista Internacional De Psicología*, n.º 1, págs. 1-19, 2002. DOI: <https://doi.org/10.33670/18181023.v3i01.13>.
- [8] S. Çelik, N. Taşdemir, A. Kurt, E. İlgezdi y Ö. Kubalas, «Fatigue in Intensive Care Nurses and Related Factors,» *the international journal of occupational and environmental medicine*, n.º 4, págs. 199-206, 2017. DOI: [10.15171/ijoem.2017.1137](https://doi.org/10.15171/ijoem.2017.1137).
- [9] M. E. S. Meza y G. M. Moré, «Errores de enfermería en la administración de fármacos en unidades hospitalarias,» 2014.
- [10] P. Innocent y R. John, «Computer aided fuzzy medical diagnosis,» *Information Sciences*, n.º 2, págs. 81-104, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2004.03.003>.
- [11] P. Johnson, L. Vandewater, W. Wilson y P. Maruff, «Genetic algorithm with logistic regression for prediction of progression to Alzheimer's disease,» *BMC Bioinformatics*, S11, 2014. DOI: [10.1186/1471-2105-15-S16-S11](https://doi.org/10.1186/1471-2105-15-S16-S11).

- [12] A. S. Miller, B. H. Blott y T. K. James, «Review of neural network applications in medical imaging and signal processing,» págs. 449-464, 1992. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02457822>.
- [13] L. T. Merlot, N. Boland, B. D. Hughes y P. J. Stuckey, «A Hybrid Algorithm for the Examination Timetabling Problem,» *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, págs. 207-231, 2003. DOI: [10.1007/978-3-540-45157-0_14](https://doi.org/10.1007/978-3-540-45157-0_14).
- [14] Z. Jin y F. Teng, «Research of Genetic Algorithm in the Medical Logistics Distribution Routing Optimization,» *Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, 2009. DOI: [10.1109/icicta.2009.116](https://doi.org/10.1109/icicta.2009.116).
- [15] T. Vidal, T. G. Crainic, M. Gendreau y C. Prins, «A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows,» *Computers Operations Research*, n.º 1, págs. 475-489, 2013. DOI: [10.1016/j.cor.2012.07.018](https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.07.018).
- [16] C. Catania, C. Zanni-Merk, F. de Bertrand de Beuvron y P. Collet, «A Multi Objective Evolutionary Algorithm for Solving a Real Health Care Fleet Optimization Problem,» *Procedia Computer Science*, págs. 256-265, 2015. DOI: [10.1016/j.procs.2015.08.125](https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.08.125).
- [17] H. Kawanaka, K. Yamamoto, T. Yoshikawa, T. Shinogi y S. Tsuruoka, «Genetic algorithm with the constraints for nurse scheduling problem,» *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*, págs. 1123-1130, 2001. DOI: [10.1109/CEC.2001.934317](https://doi.org/10.1109/CEC.2001.934317).
- [18] S. Kundu, M. Mahato, B. Mahanty y S. Acharyya, «Comparative Performance of Simulated Annealing and Genetic Algorithm in Solving Nurse Scheduling Problem,» *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, págs. 19-21, 2008.
- [19] G. Du, Z. Jiang, Y. Yao y X. Diao, «Clinical Pathways Scheduling Using Hybrid Genetic Algorithm,» *Journal of Medical Systems*, n.º 9945, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10916-013-9945-4>.
- [20] R. Patel, I. M. L. Jr. y M. E. Halloran, «Finding optimal vaccination strategies for pandemic influenza using genetic algorithms,» *Journal of Theoretical Biology*, n.º 2, págs. 201-212, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2004.11.032>.
- [21] G. A. Ezzell y L. Gaspar, «Application of a genetic algorithm to optimizing radiation therapy treatment plans for pancreatic carcinoma,» *Medical Dosimetry*, n.º 2, págs. 93-97, 2000. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0958-3947\(00\)00035-2](https://doi.org/10.1016/S0958-3947(00)00035-2).
- [22] L. Zhang, F. C. Chang y R. Xu, «The Patient Admission Scheduling of an Ophthalmic Hospital Using Genetic Algorithm,» *Proceedings of the 2012 2nd International Conference on Computer and Information Application (ICCIA 2012)*, págs. 1-7, 2012. DOI: <https://doi.org/10.2991/iccia.2012.1>.
- [23] C. S. Moreno y F. Castaño, «Evaluación de reglas de prioridad para la programación de cirugías en ambientes con limitada disponibilidad de recursos,» *Scientia et Technica*, n.º 1, págs. 58-67, 2018. DOI: <https://doi.org/10.22517/issn.2344-7214>.
- [24] S. Webb, «Optimisation of conformal radiotherapy dose distributions by simulated annealing,» *Physics in Medicine and Biology*, n.º 10, págs. 1349-1370, 1989. DOI: [10.1088/0031-9155/34/10/002](https://doi.org/10.1088/0031-9155/34/10/002).

- [25] S. M. Morrill, R. G. Lane e I. I. Rosen, «Treatment planning optimization using constrained simulated annealing,» *Physics in Medicine Biology*, n.º 10, págs. 1341-1361, 1991. DOI: 10.1088/0031-9155/36/10/004.
- [26] F. Hu, M. Wang, Y. Zhu, J. Liu e Y. Jia, «A time simulated annealing-back propagation algorithm and its application in disease prediction,» *Modern Physics Letters B*, n.º 25, 2018. DOI: 10.1142/s0217984918503037.
- [27] S. N. Kumar, A. L. Fred y P. S. Varghese, «Compression of CT Images using Contextual Vector Quantization with Simulated Annealing for Telemedicine Application,» *Journal of Medical Systems*, n.º 48, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10916-018-1090-7>.
- [28] J. Kennedy y R. Eberhart, «Particle swarm optimization,» *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, págs. 1942-1948, 1995. DOI: 10.1109/mhs.1995.494215.
- [29] G. M. Jaradat, A. Al-Badareen, M. Ayob, M. Al-Smadi, I. Al-Marashdeh, M. Ash-Shuqran y E. Al-Odat, «Hybrid Elitist-Ant System for Nurse-Rostering Problem,» *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*, n.º 3, págs. 378-384, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2018.02.009>.
- [30] L. Altamirano, M. Riff y L. Trilling, «A PSO algorithm to solve a real anaesthesiology nurse scheduling problem,» *2010 International Conference of Soft Computing and Pattern Recognition*, 2010. DOI: 10.1109/SOCPAR.2010.5685868.
- [31] P.-C. Chang, J.-J. Lin y C.-H. Liu, «An attribute weight assignment and particle swarm optimization algorithm for medical database classifications,» *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, n.º 3, págs. 382-392, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2010.12.004>.
- [32] C. B. Filho, F. de Lima Neto, A. Lins, A. I. Nascimento y d Marília P. Lima, «Fish School Search,» *Nature-Inspired Algorithms for Optimisation*, págs. 261-277, 2009. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-00267-0_9.
- [33] A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy y, «Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models,» *European Journal of Operational Research*, n.º 1, págs. 3-27, 2004.
- [34] G. M. B. Nicho, «PLANIFICACIÓN DE HORARIOS DEL PERSONAL DE CIRUGÍA DE UN HOSPITAL DEL ESTADO APLICANDO ALGORITMOS GENÉTICOS (TIME TABLING PROBLEM),» *PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA*, 2010.
- [35] S. E. Haupt, «Introduction to Genetic Algorithms,» *Artificial Intelligence Methods in the Environmental Sciences*, págs. 103-125, 2009. DOI: [.https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9119-3_5](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9119-3_5).
- [36] K. Y. Lee y M. A. El-Sharkawi, «Fundamentals of genetic algorithms,» *MODERN HEURISTIC OPTIMIZATION TECHNIQUES: THEORY AND APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS (IEEE PRESS SERIES ON POWER ENGINEERING)*, págs. 25-42, 2008.
- [37] M. Mitchell, «An Introduction to Genetic Algorithms,» *Complex Adaptive Systems from MIT press*, capítulo 2, 1996.

- [38] M. B. M. Batista, J. A. M. Pérez y J. M. M. Vega, «Algoritmos Genéticos. Una visión práctica,» *Números: Revista de didáctica de las matemáticas (Ejemplar dedicado a: Darwin)*, n.º 71, pág. 4, 2009.
- [39] K. Dowsland y A. Díaz, «Diseño de heurísticas y fundamentos del recocido simulado,» *Handbook of Natural Computing*, n.º 19, págs. 93-101, 2003.
- [40] K. A. Dowsland y J. M. Thompson, «Simulated Annealing,» *Handbook of Natural Computing*, págs. 1623-1655, 2012. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-92910-9_49.
- [41] W. Odziemczyk, «Application of simulated annealing algorithm for 3D coordinate transformation problem solution,» *Open Geosciences*, vol. 12, págs. 491-502, jul. de 2020. DOI: [10.1515/geo-2020-0038](https://doi.org/10.1515/geo-2020-0038).
- [42] H. E. Romeijn y R. L. Smith, «Simulated Annealing and Adaptive Search in Global Optimization,» *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, n.º 4, págs. 571-590, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0269964800003624>.
- [43] R. C. Eberhart e Y. Shi, «Particle Swarm Optimization: Developments, Applications and Resources,» *2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*, 2001. DOI: [10.1109/cec.2001.934374](https://doi.org/10.1109/cec.2001.934374).
- [44] I. Atsuko y N. Akira, «A subproblem-centric model and approach to the nurse scheduling problem,» *Mathematical Programming*, n.º 3, págs. 517-541, 2003. DOI: [10.1007/s10107-003-0426-2](https://doi.org/10.1007/s10107-003-0426-2).
- [45] K. Candotti, D. Mavares y R. Velásquez, «Comparación de métodos metaheurísticos de optimización: recocido simulado, algoritmos genéticos y búsqueda del cuco.,» *Universidad, Ciencia y Tecnología*, n.º 71, 2014.
- [46] A. Ghaher, S. Shoar, M. Naderan y S. S. Hoseini, «The Applications of Genetic Algorithms in Medicine,» *Oman Medical Journal*, n.º 6, págs. 406-416, 2015. DOI: [10.5001/omj.2015.82](https://doi.org/10.5001/omj.2015.82).