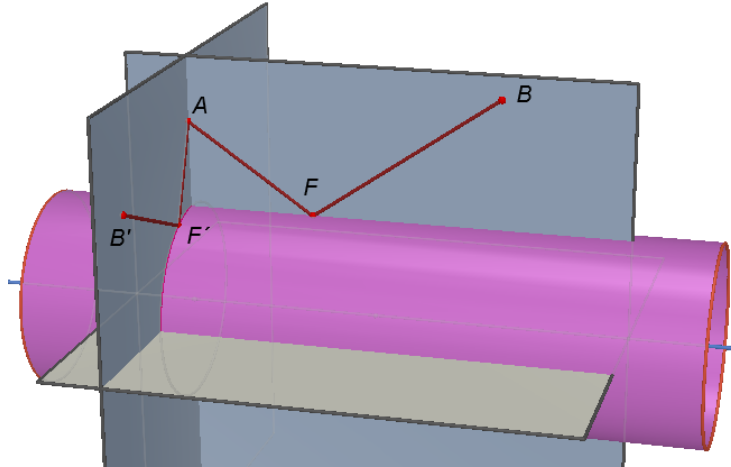


### (iii) Demostración

#### Espejos cilíndricos: casos 1 y 2

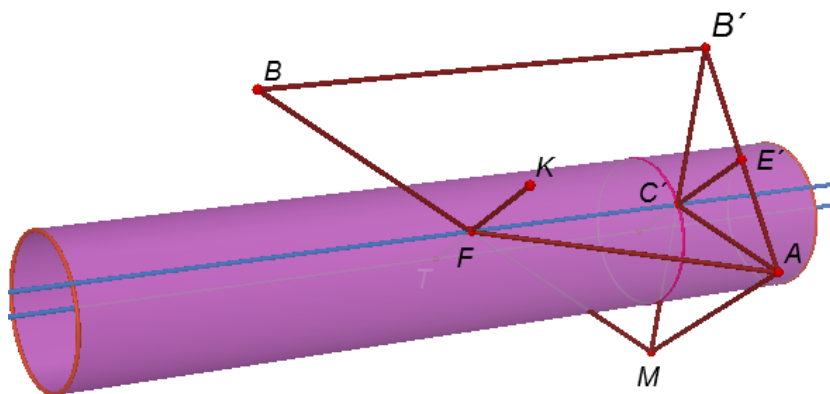


Espejos cilíndricos: casos 1 y 2

La Figura ilustra los dos casos. En el primer caso se asume que el observador  $A$  y el objeto  $B$  están en un plano que contiene el eje del cilindro. En este caso el corte de dicho plano y la superficie del espejo es una recta y el punto de reflexión –para satisfacer la primera ley de la reflexión– ha de encontrarse sobre esta recta. La ubicación del punto  $F$  replica los procedimientos descritos para los espejos planos (Alhacén (2006), V, 2.239). En el segundo caso el observador  $A$  y el objeto  $B'$  se encuentran en un plano paralelo a la base del cilindro. La intersección de dicho plano y la superficie del espejo es ahora una circunferencia. En estas circunstancias, hallar el punto de reflexión exige ocuparse de los procedimientos descritos para los espejos esféricos y, de esa forma, cabe distinguir si  $A$  y  $B'$  equidistan del eje (situación sencilla) o si difieren en su distancia al eje (situación compleja). En cualquiera de las dos situaciones valen todos los resultados establecidos con anterioridad (Alhacén (2006), V, 2.240).

**Consultar archivo: *Espejos cilíndricos casos 1 y 2***  
**Requerimientos: Cabri IIID**

### Espejos cilíndricos: caso 3



Espejos cilíndricos: caso 3

Ahora asumimos que no existe un plano que contenga el eje de simetría o sea perpendicular a éste y que, además, contenga tanto al observador  $A$  como al objeto  $B$ . Alhacén pide hallar el plano que contiene a  $A$  y es paralelo a la base del cilindro (la intersección de dicho plano con el cilindro es una circunferencia), luego proyecta ortogonalmente a  $B$  sobre dicho plano y obtiene el punto  $B'$ . Después asume que  $B'$  es un nuevo objeto y encuentra el punto de reflexión  $C'$  atendiendo los procedimientos del caso 2. Ahora se traza la recta desde  $C'$  hasta el centro  $Q$  de la circunferencia que es paralela a la base del cilindro y contiene a  $A$ . Esta recta es perpendicular (normal) a la superficie del espejo en  $C'$ . Se traza a continuación en el mismo plano la recta  $AM$  paralela a  $QC'$  y se obtiene la intersección  $M$  con la recta  $B'C'$ . Ahora se traza la recta  $C'F$  ortogonal al plano  $AC'B'$  y se traza la recta  $MB$ . La intersección de  $MB$  con  $C'F$ , a saber el punto  $F$ , es el punto de reflexión que estamos buscando.  $K$  es la intersección de  $AB$  con  $TF$  ( $TF$  es la normal al espejo en  $F$ ) y  $E$  la intersección de  $AB'$  con  $QC'$  (Alhacén (2006), V, 2.241 – 2.247).

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| (1) | La recta $BM$ está en el plano $BB'C'$                               | (a) $B'B$ y $C'F$ son perpendiculares al plano $B'C'A$ , por construcción. Luego $C'B'$ define la intersección de los planos $C'B'A$ y $C'B'B$             |
|     |  | (b) $M$ está en la intersección de los planos $C'B'A$ y $C'B'B$ pues por construcción reside en la recta $C'B'$ , por tanto $M$ está en el plano $BB'C'$ . |
| (2) | $AM$ es paralela a $KF$ , luego $BF$ , $FA$ y $FK$ están en el mismo | (a) La recta $QC'E'$ es perpendicular al plano de tangencia al cilindro en el punto $C'$ .   |

plano

(b) La recta  $AM$  es perpendicular al plano de tangencia al cilindro en  $C'$ , pues es paralela a  $C'E'$  en el plano  $AB'C'$ .

(c) La recta  $FK$  es paralela a  $AM$  y está en un plano paralelo a  $AMB'$ , por tanto está también en un plano perpendicular al plano tangente al cilindro en  $C'$ .

(d)  $FK$  es paralela a  $AM$ , pues lo es a  $C'E'$  (ambas son perpendiculares a  $TQ$ )

(3) El triángulo  $AFM$  es isósceles

(a)  $MF^2 = MC'^2 + FC'^2$  (Teorema de Pitágoras en  $\triangle MC'F$ )

(b)  $AC'^2 = AC'^2 + FC'^2$  (Teorema de Pitágoras en  $\triangle AFC'$ )

(c)  $AC' \cong MC'$  pues  $M$  podría ser contemplado como la imagen del objeto  $B'$  visto desde el punto  $A$  a través del espejo plano que coincide con el plano tangente a la superficie del cilindro en  $C'$ .

(d)  $MF \cong AF$ , por (a), (b), (c)

(4)  $\angle KFA \cong \angle BFK$

(a)  $\angle FAM \cong \angle FMA$  por (3)

(b)  $\angle KFA \cong \angle TFM$  son los complementos de (a)

(c)  $\angle BFK \cong \angle TFM$  opuestos por el vértice