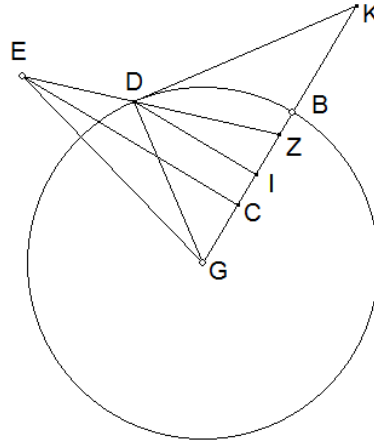


(iii) Demostración



El triángulo FOU es isósceles,

luego $\angle FOU \cong \angle FUO$

(a) $OU \perp UP$ por construcción

(b) $UP \perp QT$ por construcción

(c) OU y Up son paralelos

(d) $\Delta OFU \approx \Delta FQT$ por (c)

(e) el triángulo FQT es isósceles por construcción auxiliar 4 (Lema 4)

$$\frac{EC}{GD} = \frac{TQ}{OP}$$

(a) $\angle FPU \cong \angle OFL$ alternos entre paralelas

(b) $\angle FUP \cong \angle UFL$ alternos entre paralelas

(c) $\angle UFL \cong \angle OFL$ pues $FL \perp OU$ (por construcción) y OU es la base del triángulo isósceles FOU (1)

(d) $\angle FPU \cong \angle FUP$, por (a), (b) y (c)

(e) El triángulo FPU es isósceles (por (d) y $FP \cong FU$

(f) $FU \cong FO$ por (1)

(g) $FP \cong FO$ por (e) y (f)

(h) $FP = \frac{OP}{2}$ por (g)

(i) $FP = \frac{BG}{2}$ por construcción

(j) $OP \cong BG \cong GD$ por (h) y (i), y, además, BG y GD son radios de la circunferencia

(k) $TQ \cong EC$ por construcción

$\triangle IGD \approx \triangle KGD$, luego

$$\frac{GD}{DI} = \frac{GK}{KD}$$

(a) $\angle DIG \cong \angle KDG$, ambos son rectos por construcción

(b) $\angle IGD \cong \angle KGD$, K está en la recta IG

$$\frac{EC}{DI} = \frac{TQ}{OU}$$

(a) $\angle KDG \cong \angle OUP$ ambos son rectos por construcción

(b) $\angle KGD \cong \angle OPU$ por construcción

(c) $\triangle KDG \approx \triangle OPU$ por (a) y (b)

(d) $\frac{GK}{KD} = \frac{OP}{OU}$ por (c)

(e) $\frac{GD}{OP} = \frac{DI}{OU}$ por (3) y (d)

(f) $\frac{GD}{OP} = \frac{EC}{TQ}$ por (2 - k) y (2 - j)

$$\frac{TF}{UF} = \frac{SH}{UH}$$

(a) $\triangle OFU \approx \triangle FQT$ por (1 - c)

(b) $\frac{TQ}{OU} = \frac{TF}{UF}$ por (a)

(c) $HU \perp FH$ por construcción

(d) $ST \perp US$ por construcción

(e) $\angle HUF \cong \angle SUT$ opuestos por el vértice

(g) $\triangle UST \approx \triangle UHF$ por (c), (d) y (e)

(h) $\frac{TU}{UF} = \frac{US}{UH}$ por (g)

(i) $\frac{TF}{UF} = \frac{TU}{UF} + 1$ por composición

$$\frac{EC}{DI} = \frac{TN}{UH}$$

- (j) $SH = SU + UH$ por composición
- (a) $TN \cong SH$ $TNSH$ es un paralelogramo
- (b) $\frac{TF}{UF} = \frac{TN}{UH}$ por (5) y (a)
- (c) $\frac{TQ}{OU} = \frac{TN}{UH}$ por (b) y (5 – b)
- (d) (4)

$$\frac{EC}{DG} = \frac{TN}{UP}$$

- (a) $GI \perp ID$ por construcción
- (b) $UH \perp HP$ por construcción
- (c) $\angle IGD \cong \angle HPU$ por construcción
- (d) $\triangle IGD \approx \triangle HPU$ por (a), (b), (c)
- (e) $\frac{DI}{DG} = \frac{HU}{UP}$ por (d)
- (f) (6)

$$\frac{GE}{GD} = \frac{PT}{UP}$$

- (a) $EC \perp CG$ por construcción
- (b) $PN \perp NT$ por construcción
- (c) $\angle CGE \cong \angle NPT$ por construcción
- (d) $\triangle CGE \approx \triangle NPT$ por (a), (b) y (c)
- (e) $\frac{GE}{EC} = \frac{PT}{NT}$ por (d)
- (f) (7)

$$\triangle DGE \approx \triangle UPT$$

- (a) $\angle BGE = \angle BGD + \angle DGE$ por composición
- (b) $\angle QPT = \angle QPU + \angle UPT$ por composición
- (c) $\angle BGE \cong \angle QPT$ por construcción
- (d) $\angle BGD \cong \angle HPU$ por construcción
- (e) $\angle DGE \cong \angle UPT$ por (a), (b), (c), (d)

(f) $\angle DEG \cong \angle PTU$

(g) $\angle DEG \cong \angle PTU$ porque EC, DI (paralelas entre sí y perpendiculares a BG) están en la misma proporción que TN, UH (6) (paralelas entre sí y perpendiculares a PQ)

$DZ \cong ZG$

(a) $\angle GDE \cong \angle PUT$ por (9)

(b) $\angle GDZ \cong \angle PUF$ por ser suplementos de ángulos congruentes (a)

(c) $\angle DGZ \cong \angle UPF$ por construcción

(d) $\angle GDZ \approx \angle UPF$ por (a), (b) y (c)

(e) (2 – e)

(f) El triángulo GDZ es isósceles, por (d) y (e)