



UNIVERSIDAD DEL ROSARIO  
Economía matemática - Parcial 2  
27 de mayo de 2017

Profesores: Andrea Atencio De León, Andrés Cárdenas Torres, Juan Carlos Zambrano.

1. (25 puntos) Considere el siguiente problema donde  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} & \text{Max } ax + y \\ & \text{s.t. } x^2 - 1 \leq y \\ & \quad y \leq 1 - x^2 \end{aligned}$$

- (5 puntos) ¿Qué puede decir sobre la existencia de la solución del problema?
- (5 puntos) ¿Puede usar el teorema de Kuhn-Tucker para resolver el problema? Justifique su respuesta.
- (15 puntos) Resuelva el problema para todo  $a \in \mathbb{R}$ . Muestre que hay tres posibles soluciones: una para  $a \in (-\infty, -2]$ , otra para  $a \in (-2, 2)$ , y una última para  $a \in [2, \infty)$ .

2. (25 puntos) Considere el problema de maximización de beneficios de un productor, técnicamente eficiente, que solo utiliza trabajadores en su proceso de producción ( $q = L^{\frac{2}{4}}$ ).

Utilizando el teorema de la envolvente, muestre que cuando a este productor le exigen aumentar el salario pagado por trabajador marginalmente, su beneficio máximo se afecta en el número de trabajadores contratados (Lema de Hotelling).

3. (25 puntos) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

- $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3t}}{1+e^t}$
- $(\cos(t) \sin(t) - ty^2)dt + y(1 - t^2)dy = 0$
- $(t^2 + y^2)dt + (t^2 - ty)dy = 0$
- Resuelva en términos de  $P$ , y  $f$

$$\frac{dy}{dt} + P(t)y = f(t)y^n$$

4. (25 puntos)

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 2e^{-2t} \\ 32e^{-2t} \end{bmatrix}$$

- (15 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones y clasifique su punto de equilibrio.
- (10 puntos) Realice el diagrama de fase cuando  $t = 0$ .