UNIVERSIDAD DEL ROSARIO - FACULTAD DE ECONOMÍA
Economía Matemática 2018-I - Parcial 1

Juan Carlos Martinez

March 2, 2018

1. Sea el conjunto $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ x > 0\ y > 0\}$ y la función $f(x, y) = (x^{-\rho} + y^{-\rho})^{-1/5}$, donde $\rho > 0$

    (a) ¿Para que valores de a, f es una función cóncava?

    (b) ¿Para que valores de a, f es una función convexa?

2. Dados los conjuntos

$$A = \left\{ y \in \mathbb{R} | y = \frac{1}{x} \text{ con } x \in \mathbb{R}_+ \right\}$$
$$B = \left\{ y \in \mathbb{R} | y = 1 - \frac{1}{n} \text{ con } n \in \mathbb{N} \right\}$$

    (a) ¿Son A y B cerrados?, ¿Son abiertos?

    (b) Hallar $A', \bar{A}, B', \bar{B}, (A \cup B)', (\overline{A \cup B}), (A \cup B)'$

3. El beneficio de una empresa que usa insumos K y L a precios r y w respectivamente y vende cada unidad de su producto a p, produciendo con tecnología CES es:

$$\pi(K, L) = A\left(K^{-\rho} + L^{-\rho}\right)^{-v/\rho} - rK - wL$$

   Encontrar las demandas por insumos $K^* = K^*(P, r, w)$ y $L^* = L^*(P, r, w)$ que maximizan el beneficio y probar que efectivamente en esos valores se encuentra el máximo

4. Considere el problema de maximizar

$$
\begin{aligned}
f(x, y) &= ax - y \\
s.a. : x^2 + y^2 &\leq 8 \\
x &\geq 0 \\
y &\geq 0
\end{aligned}
$$

(a) Expresar las condiciones de KKT

(b) Estas condiciones son necesarias para máximo local? (justifique)

(c) Estas condiciones son necesarias y suficientes para máximo global? (justifique)

(d) Resuelva el problema, asumiendo que $a > 0$