

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

FACULTAD DE ECONOMÍA

TESIS DE MAESTRÍA EN ECONOMÍA:

**MERCADOS DE TRANSPORTE AÉREO
DESREGULADOS Y DISUASIÓN A LA
ENTRADA**

Presentada por Daniel Eduardo Casallas Castellanos por el grado de
Magíster en Economía

Dirigida por:
Guillem Roig Roig

MERCADOS DE TRANSPORTE AÉREO DESREGULADOS Y DISUASIÓN A LA ENTRADA

DANIEL CASALLAS *

12 de abril de 2019

Resumen

Este artículo considera un potencial entrante en un mercado de competencia aérea, comparando la eficacia de una aerolínea incumbente, al usar una estrategia disuasoria en un mercado regulado (point-to-point), frente al uso de la estrategia disuasoria en los mercados desregulados (Hub-and-Spoke, Alianza de código compartido). Se muestra que al permitir que la aerolínea incumbente ofrezca vuelos indirectos, por medio de un sistema de Hub-and-Spoke, va a requerir de una estrategia más agresiva para disuadir la entrada. Esto se debe a que, al discriminar entre pasajeros, se reduce la competencia entre las rutas directas, generando beneficios mayores para todas las aerolíneas participantes. Cuando se estudia el mercado Point-to-Point con alianza de código compartido, entre la aerolínea entrante y una aerolínea en una ruta complementaria, se encuentra que la estrategia disuasoria es aún menos efectiva. Esta alianza podría contrarrestar la estrategia disuasoria mediante un acuerdo de código compartido, operando como si fueran una sola aerolínea. En caso de que se tenga un sistema con Hub, la estrategia disuasoria se dificulta aún más, ya que la aerolínea entrante será subsidiada por la aerolínea aliada, dado que esta tendrá mayores beneficios si la entrada de la aerolínea externa se materializa.

1. INTRODUCCIÓN

La desregulación de la industria aérea, iniciada en 1979 en US, ha generado cambios sustanciales en la forma en que compiten las aerolíneas al rededor del mundo. La industria aérea desregulada se representa mediante la adopción del sistema de Hub-and-spoke y la formación de alianzas de código compartido. Al respecto, Billette de Villemeur (2004), indicó que el mercado pos-desregulado de tráfico aéreo se caracteriza por ser en gran medida oligopólico. Sin embargo, Rose (2014), señala que al estudiar el índice de Herfindhal por década, la entrada de aerolíneas ha mostrado un comportamiento cambiante. Este comportamiento no solo obedece a la desregulación del mercado, sino también puede obedecer a la volatilidad de la economía, así como a malos manejos administrativos de las firmas. Por tal motivo, promover la competencia y facilitar la entrada de nuevos competidores es un asunto de interés prioritario cuando se pretende liberalizar los mercados. En este artículo se estudia el efecto que ha tenido la desregulación de la industria aérea respecto a la entrada de nuevas aerolíneas. De manera que, en este estudio se compara la eficacia de la estrategia disuasoria de una aerolínea líder en un mercado regulado, respecto a la eficacia de la estrategia disuasoria en cada uno de los mercados desregulados.

Este artículo considera una red incompleta de conexiones aéreas entre 3 ciudades, mostrando que cuando una aerolínea líder opera mediante vuelos directos y cuenta con un monopolio en la ruta donde participará un potencial entrante, tendrá incentivos para usar una estrategia disuasoria. La entrada de una aerolínea está sujeta a que sus beneficios sean mayores a los costos para poder operar. Cuando una aerolínea entra a prestar el servicio de transporte enfrenta costos fijos irrecuperables. Estos costos fijos incluyen inversiones en las instalaciones específicas de los terminales que conecta (mostradores de check-in y facturación, salas de espera, etc.), e inversiones en los bienes necesarios para llevar a cabo la operación (compra o alquiler de aeronaves y equipo en tierra, entre otros). En este artículo se analiza la estrategia disuasoria usada por la aerolínea principal, para evitar la entrada de una aerolínea rival, la cual depende del costo de las inversiones necesarias para entrar a operar.

*Tesis de Maestría en Economía de la Universidad del Rosario. Asesor: Guillem Roig

Cuando una aerolínea hace de un aeropuerto su centro de conexiones Hub, esto le permite discriminar en que ruta viaja cada pasajero, cobrando una tarifa diferenciada en cada trayecto, sea este un vuelo directo o sean estos dos vuelos indirectos conectados por medio de la misma aerolínea. Al respecto, Oum, Zhang and Zhang (1995) examinaron un modelo de red en tres ciudades mostrando que cuando una aerolínea pasa de una red con sistema Point-to-Point a una red con sistema Hub, reduce los beneficios de las aerolíneas rivales. En este artículo se mostrará que cuando una aerolínea instala un sistema Hub en una red incompleta, los beneficios de las aerolíneas rivales se reducen solamente, si no participa la potencial aerolínea entrante. En el caso de entrada, los beneficios de todas las aerolíneas aumentan, siendo la aerolínea con Hub la más beneficiada. Este es un resultado interesante, ya que muestra que cuando no se tiene un monopolio en una red de mercados complementarios, y se permite que una aerolínea con Hub discrimine las tarifas entre mercados, todas las firmas van a obtener beneficios superiores respecto a un mercado regulado.

Los estudios económicos existentes frente a la desregulación del mercado mediante el uso del sistema Hub-and-Spoke, indican que la competencia en el mercado se reduce. Ejemplos de esta literatura incluyen a Berry, Carnall and Spiller (1995), Borenstein(1989), Brueckner, Dyer, and Spiller (1992), Kahn (1993), Lijesen, Rietveld and Nijkamp (2004) y Reiss and Spiller (1989). Estos estudios señalan que las tarifas son mayores cuando se tiene un mercado con Hub, ya que cuando una aerolínea puede discriminar tarifas entre pasajeros, logra sacar ventaja del mercado obteniendo rentas monopólicas. Este artículo demuestra que estos resultados no siempre son ciertos. Cuando se tiene un potencial entrante el cual no logra ser disuadido en un sistema Hub, los beneficios de la aerolínea líder son inferiores a cuando tiene un sistema regulado. Debido a que en un sistema Point-to-Point, la aerolínea incumbente podría disuadir la entrada cuando el costo fijo del entrante es menor, obteniendo mayores beneficios, en comparación con el mercado desregulado cuando la aerolínea incumbente tiene un Hub.

Respecto a la entrada de un nuevo competidor en el mercado. Berechman and Shy (1993), al igual que Hendricks, Piccione and Tan (1997), estudiaron la entrada en un modelo de 3 ciudades y argumentan que la red de Hub-and-spoke disuade de mejor manera la entrada que en una red Point-to-Point. Este artículo difiere de los resultados obtenidos en la literatura económica, ya que compara la estrategia disuasoria con Hub y sin Hub, mostrando que si el objetivo del incumbente es disuadir la entrada, será más fácil hacerlo en un modelo sin Hub. Esto se debe a que los beneficios del entrante son menores, y por lo tanto, se requiere un costo de entrada menor para que sea provechoso disuadir la entrada de la aerolínea rival.

La formación de alianzas de código compartido entre aerolíneas es otra característica de una industria aérea desregulada. Este acuerdo de código compartido consiste en que una aerolínea que opera en una ruta, permite a otra aerolínea operar en esta misma ruta. Esto le permite ofrecer y comercializar a los pasajeros dicho trayecto como si fueran propios, bajo un único código de aerolínea. De acuerdo con lo anterior, la aerolínea entrante puede hacer uso de las instalaciones dispuestas en el spoke de la aerolínea aliada, sin incurrir en costos adicionales. El presente estudio aporta a la discusión sobre los acuerdos de cooperación entre agentes que se encuentran en tramos complementarios de una red. Al respecto, Lin(2005,2008) mostró por medio de una estructura de red tipo Hub, que estas alianzas entre aerolíneas ya posicionadas logran reducir los beneficios esperados de la aerolínea entrante disuadiendo así su entrada. Respectivamente, Zhang and Zhang (2006) encontraron que la rivalidad entre dos alianzas tiende a mejorar el bienestar social pero una alianza puede ser usada para evitar la entrada de nuevos competidores. En este artículo se muestra que las alianzas entre aerolíneas también sirven para contrarrestar la estrategia disuasoria, usada por una aerolínea incumbente.

La alianza entre el potencial entrante y una aerolínea que participa en un mercado complementario, reduce la eficacia de la estrategia disuasoria, ya que al realizar la alianza, el entrante participará conjuntamente con la aerolínea aliada, en los dos mercados complementarios. Debido a que la estrategia disuasoria se realiza en la ruta del potencial entrante, la misma tendrá un efecto menor ya que solo afecta parte de la participación de la aerolínea entrante. En una red de Hub-and-spoke, la aerolínea que compite en la ruta complementaria a la del potencial entrante, tendrá incentivos a realizar la alianza si puede obtener beneficios superiores. Por lo cual, para efectuar la alianza le solicita al entrante una transferencia para aceptar el acuerdo, ya que de otra forma su entrada será disuadida. No obstante, en el caso de que se tenga un sistema Hub, la aerolínea que participa en la ruta complementaria a la del potencial entrante obtendrá beneficios inferiores cuando la entrada del potencial entrante es disuadida, por lo cual tiene incentivos a realizar una alianza subsidiando al potencial entrante. Este subsidio hace que no sea provechoso implementar la estrategia de la disuasión de entrada, por parte de la aerolínea principal.

Los resultados derivados de este artículo, indican que el regulador no debe preocuparse ante la posibilidad de que una aerolínea líder, con participación ventajosa en la red de tráfico aéreo, opere bajo un sistema de Hub-and-Spoke. Bajo este mercado, los incentivos que tiene una aerolínea externa para entrar al mercado son mayores, debido a que obtiene beneficios superiores y la aerolínea líder requiere de una estrategia disuasoria más agresiva para evitar la entrada de una aerolínea rival. Adicionalmente, este artículo incita a que el regulador permita la ejecución de acuerdos de alianza de código compartido, entre una aerolínea entrante y una aerolínea que participa en una ruta complementaria, tal que su realización no genere un monopolio en ninguna de las rutas. Esto ocurre ya que el acuerdo dificulta la disuasión de la participación de una aerolínea externa, tal que ambas aerolíneas, operando como una sola, enfrentan la estrategia disuasoria de la aerolínea líder. los acuerdos de alianza de código compartido, utilizados para contrarrestar la estrategia de disuasión de entrada, son más efectivos cuando la aerolínea que usa la estrategia disuasoria tiene un Hub. En este caso, los costos de entrada de la aerolínea externa son subsidiados por la aerolínea aliada, y la aerolínea externa tiene mayores posibilidades de entrar al mercado.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se encuentra el modelo en donde se estudia la red de conexiones aéreas Point-to-Point, y se muestra el equilibrio en un mercado regulado, analizando la estrategia disuasoria. En la sección 3 se estudia la red de conexiones aéreas de Hub-and-spoke. En la sección 4 se estudia la red de conexiones aéreas Point-to-Point en el caso de alianza. En la sección 5 se estudia la red de conexiones aéreas de Hub-and-spoke en el caso de alianza. Finalmente, en la sección 6 se presentan las conclusiones. En los anexos se encuentran las demostraciones de los lemas.

2. RED DE CONEXIONES POINT-TO-POINT

Se considera una red incompleta de conexiones aéreas entre 3 ciudades A , B y C , donde participan la aerolínea 1 y la aerolínea 2. La aerolínea 1 tiene el monopolio en la ruta que conecta las ciudades B y C , y compite con la aerolínea 2 por los pasajeros que viajan en la ruta que conecta las ciudades A y B . Los pasajeros que viajan de la ciudad A a la ciudad C o viceversa, tendrán que interconectar el tramo de la ruta que conecta las ciudades B y C con el tramo de la ruta que conecta las ciudades A y B . Sea la aerolínea 3, un potencial entrante en la ruta que conecta las ciudades B y C , si entra, competirá con la aerolínea 1 por los pasajeros que viajan en esta ruta.¹

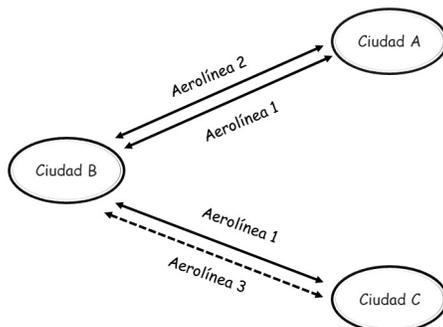


Figura 1: Red de Point-and-Point incompleta

En un mercado sin entrada, la aerolínea 1 fija un precio $P_1^{BC} \in \mathbb{R}^+$, de acuerdo con la demanda de la ruta BC para los pasajeros no conectados y de acuerdo con la demanda de los pasajeros conectados con la ruta AB , los cuales buscan completar el trayecto AC . Simultáneamente, la aerolínea 1 y la aerolínea 2 eligen los precios $(P_1^{AB}, P_2^{AB}) \in \mathbb{R}^+$, de acuerdo con la demanda de la ruta AB para los pasajeros no conectados y de acuerdo con la demanda de los pasajeros conectados con la ruta BC , los cuales buscan completar el trayecto AC .

¹En adelante, la ruta que conecta las ciudades B y C se denominará BC , la ruta que conecta las ciudades A y B se denominará AB y la ruta que conecta las ciudades A y C mediante los tramos BC y AB se le denominará AC .

Al entrar la aerolínea 3 en la ruta BC . Las aerolíneas 1 y 3 eligen simultáneamente los precios $(P_1^{BC}, P_3^{BC}) \in \mathbb{R}^+$, de acuerdo con la demanda de la ruta BC para los pasajeros no conectados y de acuerdo con la demanda de los pasajeros conectados con la ruta AB , los cuales buscan completar el trayecto AC .

La demanda de pasajeros en cada trayecto se representa mediante el modelo de ciudad lineal de Hotelling en donde las preferencias de los pasajeros están distribuidas uniformemente entre $[0, 1]$ para cada trayecto de la red Point-and-Point $\{BC, AB, AC\}$.

Asumimos máxima diferenciación entre aerolíneas, por lo tanto, cuando la aerolínea 3 no entra, en una línea de Hotelling, la aerolínea 1 se ubica en el punto cero y la aerolínea 2 se ubica en el punto 1. Como se muestra en la figura 2.

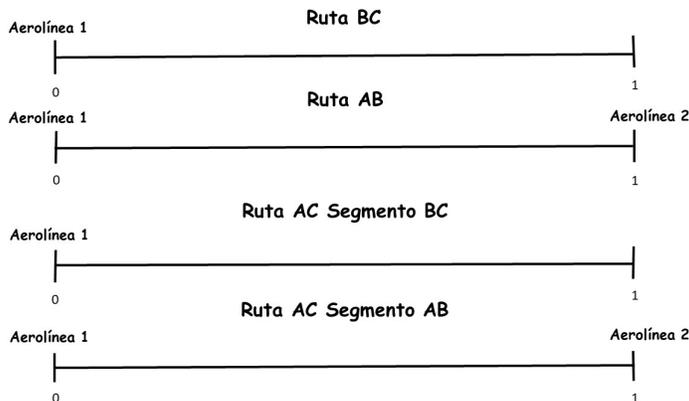


Figura 2: Ruta BC, AB y AC sin entrada

Debido a la entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC , se establece que esta aerolínea se ubica en el extremo derecho sobre las preferencias de los pasajeros, asumiendo máxima diferenciación respecto a la aerolínea 1 en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC . Adicionalmente, se asume que las aerolíneas 2 y 3 son homogéneas, razón por la cual, las preferencias de los pasajeros sobre estas aerolíneas son idénticas. Como se muestra en la figura 3.

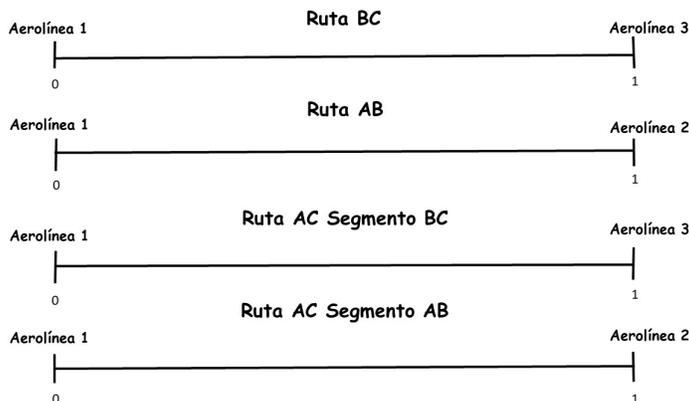


Figura 3: Ruta BC, AB y AC con entrada

En este artículo, se considera que la valoración v de los pasajeros por viajar a su destino, en cada una de las rutas, es lo suficientemente grande, ($v \geq 7/2$), tal que exista un equilibrio para un mercado cubierto, en la red de conexiones aéreas con y sin Hub.

2.1. ANÁLISIS DE LA RED POINT-TO-POINT SIN ENTRADA

Si el mercado de la ruta BC es servido únicamente por la aerolínea 1 y sea la ruta BC un mercado cubierto, la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 que vuelan solamente en la ruta BC será igual a 1.

$$q_1^{BC} = 1 \quad (1)$$

En la ruta AB , el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_2^{AB} - (1 - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \quad (2)$$

$$q_2^{AB} = 1 - q_1^{AB} \quad (3)$$

En la ruta AC los pasajeros se enfrentan a un monopolio en la ruta BC y a un duopolio en la ruta AB , sea la ruta AC un mercado cubierto, la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 en el segmento de la ruta BC será igual a 1 y la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 en el segmento de la ruta AB , será igual a la demanda de pasajeros que solo viajan en la ruta AB , como se muestra en la figura 4.

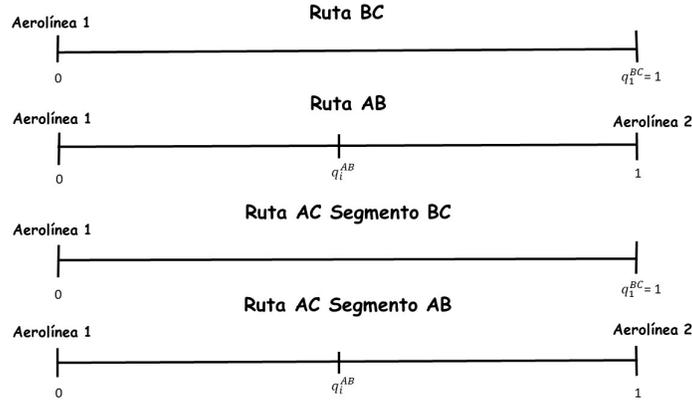


Figura 4: Ruta BC, AB y AC sin entrada

Los beneficios totales de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 son los siguientes:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC} \\ \pi_2 &= \pi_2^{AB} + \pi_2^{AC} \end{aligned}$$

Remplazando las ecuaciones (1) y (2) en la función de beneficios totales para la aerolínea 1:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= P_1^{BC}(1) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) + P_1^{BC}(1) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) \\ \leftrightarrow \pi_1 &= 2P_1^{BC} + 2P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Remplazando la ecuación (3) en la función de beneficios totales para la aerolínea 2:

$$\begin{aligned} \pi_2 &= P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) + P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) \\ \leftrightarrow \pi_2 &= 2P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Derivando π_1 con respecto a P_1^{AB} y derivando π_2 con respecto a P_2^{AB} e igualando a cero se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_2^{AB}}{2} \quad (6)$$

$$P_2^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{AB}}{2} \quad (7)$$

Resolviendo para las funciones de reacción encontradas se obtienen los precios de equilibrio para la ruta AB :

$$P_1^{AB} = P_2^{AB} = 1 \quad (8)$$

El precio de la aerolínea 1 en la ruta BC está especificado en el **lema 1**.

Lema 1. *Para un mercado regulado sin entrada, si la valoración de los pasajeros es suficientemente alta, $P_1^{BC} = v - 2$ es un precio de equilibrio y todo el mercado está cubierto.*

Reemplazando los precios encontrados, en las funciones de demanda y despejando en los beneficios de las ecuaciones (4) y (5):

$$\pi_1^{NE} = 2v - 3 \quad (9)$$

$$\pi_2^{NE} = 1 \quad (10)$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo regulado sin entrada, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 1. *En un modelo sin entrada, en equilibrio:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = v - 2$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a todos los pasajeros de la ruta BC y del tramo BC en la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB y la mitad de los pasajeros en el tramo AB de la ruta AC .*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB y la mitad de los pasajeros en el tramo AB de la ruta AC .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 sin entrada $\pi_1^{NE} = 2v - 3$ y los beneficios de la aerolínea 2 sin entrada $\pi_2^{NE} = 1$.*

2.2. ANÁLISIS DE LA RED POINT-TO-POINT CON ENTRADA

Sea la aerolínea 3 un potencial entrante, en la ruta BC el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{BC} - q_i^{BC} = v - P_3^{BC} - (1 - q_i^{BC})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_3^{BC}}{2} \quad (11)$$

$$q_3^{BC} = 1 - q_1^{BC} \quad (12)$$

De la misma forma, en la ruta AB el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_2^{AB} - (1 - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \quad (13)$$

$$q_2^{AB} = 1 - q_1^{AB} \quad (14)$$

En la ruta AC los pasajeros se enfrentan a un duopolio en la ruta BC y en la ruta AB , sea la ruta AC un mercado cubierto, la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 y de la aerolínea 3 en el segmento de la ruta BC , será igual a la demanda de pasajeros que solo viajan en la ruta BC y la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 en el segmento de la ruta AB , será igual a la demanda de pasajeros que solo viajan en la ruta AB .

Teniendo en cuenta que la aerolínea entrante 3 enfrenta un costo fijo F , los beneficios de las aerolíneas serán:

$$\pi_1 = \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC}$$

$$\begin{aligned}\pi_2 &= \pi_2^{AB} + \pi_2^{AC} \\ \pi_3 &= \pi_3^{BC} + \pi_3^{AC} - F\end{aligned}$$

Remplazando las ecuaciones (11), (12), (13) y (14), en las funciones de demanda, se obtienen los beneficios de las aerolíneas:

$$\pi_1 = 2P_1^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_3^{BC}}{2} \right) + 2P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) \quad (15)$$

$$\pi_2 = 2P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) \quad (16)$$

$$\pi_3 = 2P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} - P_1^{BC}}{2} \right) - F \quad (17)$$

Optimizando la función de beneficios de la aerolínea 1, se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_1^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_3^{BC}}{2} \quad (18)$$

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_2^{AB}}{2} \quad (19)$$

Optimizando la función de beneficios de la aerolínea 2, se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_2^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{AB}}{2} \quad (20)$$

Optimizando la función de beneficios de la aerolínea 3, se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_3^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{BC}}{2} \quad (21)$$

Resolviendo para las funciones de reacción (18), (19), (20) y (21), se obtienen los precios de equilibrio:

$$P_1^{BC} = P_1^{AB} = P_2^{AB} = P_3^{BC} = 1 \quad (22)$$

La función de beneficios de las aerolíneas de acuerdo con los precios encontrados, será:

$$\begin{aligned}\pi_1^E &= 2 \\ \pi_2^E &= 1 \\ \pi_3^E &= 1 - F\end{aligned}$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos. Bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $F < 1$.

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un mercado regulado con entrada, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 2. *En un equilibrio donde entra la aerolínea 3:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 1$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC .*
- (iii) *La aerolínea 3 fija el precio $P_3^{BC} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC .*
- (iv) *Los beneficios de la aerolínea 1 con entrada $\pi_1^E = 2$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada $\pi_2^E = 1$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada $\pi_3^E = 1 - F$.*
- (v) *Con un costo fijo de entrada $F \geq 1$ para la aerolínea 3, su entrada está bloqueada y el equilibrio está representado en la **Proposición 1**.*

2.2.1. DISUASIÓN A LA ENTRADA

Sean los beneficios de la aerolínea 1 en el caso de que entre la aerolínea 3, ($\pi_1^E = 2$), menores que en el caso de no entrada, ($\pi_1^{NE} = 2v - 3$), la aerolínea 1 tiene incentivos para disuadir la entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC , anunciando un precio disuasorio, tal que su beneficio sea mayor o igual al beneficio que obtendría si la aerolínea 3 entra al mercado, cambiando la estructura de competencia a la de líder-seguidor.

El siguiente lema, muestra la estrategia de la aerolínea líder, anunciando un precio en la ruta BC tal que disuada la entrada de la aerolínea rival. Comprometiéndose a mantener este precio, luego de la etapa de competencia.

Lema 2. *La aerolínea 1 anunciara un precio $P_1^{BC} = -1 + 2\sqrt{F}$ tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y del tramo BC en la ruta AC , cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande ($F \geq 9/16$).*

Cuando la aerolínea 3 entra al mercado, afecta los beneficios de la aerolínea 1, por lo cual esta responde anunciando un precio P_1^{BC} , para disuadir la entrada tal que logre un escenario mejor o igual al que tiene cuando la aerolínea 3 entra, y esto solo lo consigue si $F \geq 9/16$, de lo contrario sus beneficios serán menores a cuando la aerolínea 3 entra y por lo tanto prefiere no disuadir la entrada.

Los beneficios de la aerolínea 1 al disuadir la entrada, manteniendo el precio anunciado, son:

$$\begin{aligned} \pi_1^{\widehat{NE}} &= \overbrace{-1 + 2\sqrt{F}}^{BC} + \overbrace{\frac{1}{2}}^{AB} + \overbrace{\frac{1}{2} + (-1 + 2\sqrt{F})}^{AC} \\ &\longleftrightarrow \pi_1^{\widehat{NE}} = 4\sqrt{F} - 1 \end{aligned}$$

La aerolínea 2 será indiferente a la entrada de la aerolínea 3, sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB y del tramo AB en la ruta AC . Por lo cual sus beneficios son iguales a 1, ($\pi_2^{\widehat{NE}} = 1$).

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo regulado con entrada disuadida, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 3. *En un equilibrio donde la entrada de la aerolínea 3 se disuade:*

- (i) *La aerolínea 1 anuncia y fija los precios $P_1^{BC} = -1 + 2\sqrt{F}$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a todos los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_1^{\widehat{NE}} = 4\sqrt{F} - 1$, los beneficios de la aerolínea 2 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_2^{\widehat{NE}} = 1$.*

Sea disuadida la entrada de la aerolínea 3 mediante el precio P_1^{BC} , anunciado por la aerolínea 1 cuando el costo fijo de entrada $F \geq 9/16$, los beneficios para la aerolínea 1 son mayores o iguales que el caso de entrada, pero menores que cuando no existe un potencial entrante:

$$\pi_1^{NE} > \pi_1^{\widehat{NE}} \geq \pi_1^E$$

Ya que el mercado está cubierto, la demanda de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 permanece constante, respecto al caso cuando no hay un potencial entrante. La disminución del beneficio de la aerolínea 1 se debe a que el precio disuasorio anunciado P_1^{BC} es menor al precio monopólico, en la ruta BC , cuando no hay un potencial entrante P_1^{BC} .

El siguiente teorema, muestra el equilibrio completo del mercado regulado, respecto a la entrada de una aerolínea externa, de acuerdo con el costo fijo de entrada.

Teorema 1. *En un modelo con entrada, siendo F el costo fijo de entrada de la aerolínea 3, en equilibrio:*

- (i) Si $F \geq 1$, la entrada de la aerolínea 3 está bloqueada y el equilibrio está representado en la **Proposición 1**.
- (ii) Si $9/16 \leq F < 1$, la aerolínea 1 disuade la entrada de la aerolínea 3 y el equilibrio está representado en la **Proposición 3**.
- (iii) Si $F < 9/16$, la aerolínea 3 entra al mercado y el equilibrio está representado en la **Proposición 2**.

Tal como se muestra en la figura 5, cuando se tiene un potencial entrante el equilibrio del modelo depende del costo fijo de entrada de la aerolínea 3: Si $F \geq 1$, los ingresos de la aerolínea 3 son menores que su costo fijo y su entrada está bloqueada; Si $9/16 \leq F < 1$, la aerolínea 1 realizará una estrategia disuasoria afectando los ingresos de la aerolínea 3 tal que estos sean menores que su costo fijo y por lo tanto, no entra al mercado; Si $F < 9/16$, la aerolínea 3 entra y la aerolínea 1 preferirá no disuadir su entrada, ya que obtiene beneficios mayores al no disuadir.

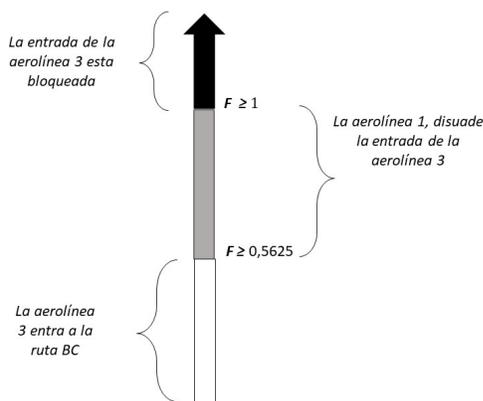


Figura 5: Teorema 1

3. RED DE CONEXIONES HUB-AND-SPOKE

Flexibilizando el modelo regulado, permitiendo que la autoridad aeronáutica desregule el mercado autorizando que la aerolínea 1 haga de la ciudad B su centro de conexiones Hub, tal que ahora puede interlinear vuelos, ofreciendo a los pasajeros la ruta completa AC .

En un mercado sin entrada, la estrategia de la aerolínea 1 consiste en fijar un precio diferenciado $P_1^{AC} \in \mathbb{R}^+$ a los pasajeros cuyo recorrido sea la ruta AC por medio de la misma aerolínea, por lo cual los pasajeros conectados eligen entre la posibilidad de comprar un tiquete interlineado o dos tiquetes interconectados entre la aerolínea 1 en la ruta BC y la aerolínea 2 en la ruta AB bajo unos precios $(P_1^{BC}, P_2^{AB}) \in \mathbb{R}^+$.

Al entrar la aerolínea 3 en la ruta BC , su estrategia consiste en fijar un precio $P_3^{BC} \in \mathbb{R}^+$ a los pasajeros cuyo recorrido sea la ruta BC y el tramo BC de la ruta AC conectado con la aerolínea 2 en el tramo AB , compitiendo en precios con la aerolínea 1 en ambos recorridos.

3.1. ANÁLISIS DE LA RED HUB-AND-SPOKE SIN ENTRADA

En la ruta AB , el pasajero indiferente entre comprar de la aerolínea 1 o la aerolínea 2, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_2^{AB} - (1 - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \quad (23)$$

$$q_2^{AB} = 1 - q_1^{AB} \quad (24)$$

Se asume la siguiente conjetura sobre la aerolínea 1, la cual me asegura que en la ruta AC , los pasajeros eligen comprar un ticket del vuelo interlineado que un ticket en la ruta BC y un ticket en la ruta AB :

$$P_1^{AC} \leq P_1^{BC} + P_1^{AB}$$

Para la ruta BC , la aerolínea 1 fija un precio P_1^{BC} tal que sirva toda la demanda de la ruta BC , y así mismo, en la ruta AC , la aerolínea 1 fija un precio P_1^{AC} tal que sirva toda la demanda de la ruta AC , tal como se especifica en el **Lema 3**.

Lema 3. *Para un mercado Hub sin entrada, si la valoración de los pasajeros es suficientemente alta, los precios de equilibrio son $P_1^{BC} = v - 1$ y $P_1^{AC} = v - 2$ y todo el mercado estará cubierto.*

La demanda de los pasajeros que prefieren la aerolínea 2, interconectando el tramo BC con la aerolínea 1, y la ruta AB con la aerolínea 2, será igual a cero, ya que como se muestra a continuación la utilidad de todos los pasajeros es negativa:

$$\begin{aligned} v - (P_1^{BC} = v - 1) - P_2^{AB} - q_i - (1 - q_i) &> 0 \\ \iff -P_2^{AB} &> 0 \end{aligned}$$

De acuerdo con lo anterior, la aerolínea 2 solo participa en la ruta AB tal que el beneficio total de la aerolínea 1 y el de la aerolínea 2 será:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC} \\ \pi_2 &= \pi_2^{AB} \end{aligned}$$

De acuerdo con lo anterior, las funciones de beneficios totales para las aerolíneas 1 y 2:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (v - 1)(q_1^{BC} = 1) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) + (v - 2)(q_1^{AC} = 1) \\ \iff \pi_1 &= 2v - 3 + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\pi_2 = P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) \quad (26)$$

Derivando π_1 respecto a P_1^{AB} y derivando π_2 respecto a P_2^{AB} e igualando a 0, se obtienen las siguiente funciones de reacción:

$$\begin{aligned} P_1^{AB} &= \frac{1}{2} + \frac{P_2^{AB}}{2} \\ P_2^{AB} &= \frac{1}{2} + \frac{P_1^{AB}}{2} \end{aligned}$$

Despejando las funciones de reacción encontramos los precios de equilibrio de las aerolíneas 1 y 2 en la ruta BC :

$$P_1^{AB} = P_2^{AB} = 1 \quad (27)$$

Reemplazando los precios de equilibrio en las funciones de beneficios (25) y (26):

$$\pi_1^{NEH} = 2v - \frac{5}{2} \quad (28)$$

$$\pi_2^{NEH} = \frac{1}{2} \quad (29)$$

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Hub-and-Spoke, sin entrada, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 4. *En un equilibrio con Hub y sin entrada:*

- (i) La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = v - 1$; $P_1^{AB} = 1$; $P_1^{AC} = v - 2$. Sirviendo a todos los pasajeros de la ruta BC , a todos los pasajeros de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB .
- (ii) La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB .
- (iii) Los beneficios de la aerolínea 1 sin entrada $\pi_1^{NEH} = 2v - 5/2$ y los beneficios de la aerolínea 2 sin entrada $\pi_2^{NEH} = 1/2$.

Note que los beneficios de la aerolínea 1 en un mercado Hub sin entrada $\pi_1^{NEH} = 2v - 5/2$ serán mayores que los beneficios en un mercado regulado sin entrada $\pi_1^{NE} = 2v - 3$ sin importar la valoración de los pasajeros. Para la aerolínea 2, los beneficios para un mercado Hub sin entrada $\pi_2^{NEH} = 1/2$ serán menores que los beneficios de un mercado regulado sin entrada $\pi_2^{NE} = 1$.

3.2. ANÁLISIS DE LA RED HUB-AND-SPOKE CON ENTRADA

Las funciones del consumidor indiferente en la ruta BC y en la ruta AB son las mismas que en el modelo sin hub, por lo tanto las funciones de demanda son simétricas:

Funciones de demanda en la ruta BC :

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_3^{BC}}{2}$$

$$q_3^{BC} = 1 - q_1^{BC}$$

Funciones de demanda en la ruta AB :

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2}$$

$$q_2^{AB} = 1 - q_1^{AB}$$

En la ruta AC la función del pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otras, se representa tal que $v - P_1^{AC} - q_i^{BC} - q_i^{AB} = v - P_3^{BC} - P_2^{AB} - (1 - q_i^{BC}) - (1 - q_i^{AB})$.

Sea la demanda del consumidor indiferente del tramo de la ruta BC en la ruta AC , igual a la demanda del consumidor indiferente del tramo de la ruta AB en la ruta AC , igual a la demanda del consumidor indiferente en la ruta AC , ($q_i^{BC} = q_i^{AB} = q_i^{AC}$). En la ruta AC el consumidor indiferente, entre comprar el recorrido a la aerolínea 1 o por tramos a la aerolínea 3 en la ruta BC y a la aerolínea 2 en la ruta AB , se representa tal que $v - P_1^{AC} - q_i^{AC} - q_i^{AC} = v - P_3^{BC} - P_2^{AB} - (1 - q_i^{AC}) - (1 - q_i^{AC})$.

Resolviendo en función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AC} - P_3^{BC} - P_2^{AB}}{4} \quad (30)$$

$$q_2^{AC} = q_3^{AC} = 1 - q_1^{AC} \quad (31)$$

Los beneficios de las aerolíneas, teniendo en cuenta que la aerolínea entrante enfrenta un costo fijo F , serán:

$$\pi_1 = \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC}$$

$$\pi_2 = \pi_2^{AB} + \pi_2^{AC}$$

$$\pi_3 = \pi_3^{BC} + \pi_3^{AC} - F$$

Reemplazando las demandas encontradas en las funciones de beneficios:

$$\pi_1 = P_1^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_3^{BC}}{2} \right) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) + P_1^{AC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AC} - P_3^{BC} - P_2^{AB}}{4} \right) \quad (32)$$

$$\pi_2 = P_2^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) + P_2^{AC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_2^{AB} + P_3^{BC} - P_1^{AC}}{4} \right) \quad (33)$$

$$\pi_3 = P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} - P_1^{BC}}{2} \right) + P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} + P_2^{AB} - P_1^{AC}}{4} \right) - F \quad (34)$$

Optimizando la función de beneficios de la aerolínea 1, se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_1^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_3^{BC}}{2} \quad (35)$$

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_2^{AB}}{2} \quad (36)$$

$$P_1^{AC} = 1 + \frac{P_2^{AB}}{2} + \frac{P_3^{BC}}{2} \quad (37)$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 2, se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_2^{AB} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{AB}}{3} - \frac{P_3^{BC}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6} \quad (38)$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 3, se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_3^{BC} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{BC}}{3} - \frac{P_2^{AB}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6} \quad (39)$$

Reemplazando (35) en (39) encontramos un precio $P_3^{BC} = (P_2^{AB}, P_1^{AC})$, y reemplazando la ecuación (37) en este precio:

$$P_3^{BC} = \frac{4}{3} + \frac{P_2^{AB}}{9} \quad (40)$$

Reemplazando (36) en (38) encontramos un precio $P_2^{AB} = (P_3^{BC}, P_1^{AC})$ y reemplazando la ecuación (37) en este precio:

$$P_2^{AB} = \frac{4}{3} + \frac{P_3^{BC}}{9} \quad (41)$$

Reemplazando (41) en (40) encontramos el precio de equilibrio P_3^{BC} y reemplazando lo encontrado en las funciones de reacción encontramos los demás precios de equilibrio:

$$P_3^{BC} = P_2^{AB} = \frac{6}{5} \quad (42)$$

$$P_1^{BC} = P_1^{AB} = \frac{11}{10} \quad (43)$$

$$P_1^{AC} = \frac{11}{5} \quad (44)$$

Asimismo las demandas de equilibrio en cada ruta son las siguientes:

$$q_1^{BC} = q_1^{AB} = q_1^{AC} = \frac{11}{20} \quad (45)$$

$$q_3^{BC} = q_2^{AB} = q_3^{AC} = q_2^{AC} = \frac{9}{20} \quad (46)$$

Reemplazando los precios y las cantidades de equilibrio en los beneficios:

$$\pi_1^{EH} = \frac{121}{50} \quad (47)$$

$$\pi_2^{EH} = \frac{27}{25} \quad (48)$$

$$\pi_3^{EH} = \frac{27}{25} - F \quad (49)$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos. Bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $F < 1,08$.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Hub-and-Spoke, con entrada, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 5. *En un equilibrio donde la aerolínea 1 tiene un Hub para la ruta AC y la aerolínea 3 entra:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 11/10$; $P_1^{AB} = 11/10$; $P_1^{AC} = 11/5$. Sirviendo a $11/20$ de los pasajeros en la ruta BC , $11/20$ de los pasajeros en la ruta AB y $11/20$ de los pasajeros en la ruta AC .*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 6/5$. Sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en la ruta AB y sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en el tramo AB de la ruta AC .*
- (iii) *La aerolínea 3 fija el precio $P_3^{BC} = 6/5$. Sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en la ruta BC y sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en el tramo BC de la ruta AC .*
- (iv) *Los beneficios de la aerolínea 1 con entrada $\pi_1^{EH} = 121/50$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada $\pi_2^{EH} = 27/25$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada $\pi_3^{EH} = 27/25 - F$.*
- (v) *si $F \geq 27/25$, la entrada está bloqueada y el equilibrio está representado en la **Proposición 4**.*

Note que los beneficios de la aerolínea 1 en un mercado Hub con entrada $\pi_1^{EH} = 121/50$ serán mayores a los beneficios en un mercado regulado con entrada $\pi_1^E = 2$. Para la aerolínea 2, los beneficios para un mercado Hub con entrada $\pi_2^{EH} = 27/25$ serán mayores a los beneficios en un mercado regulado con entrada $\pi_2^E = 1$. Para la aerolínea 3, los beneficios para un mercado Hub con entrada $\pi_3^{EH} = 27/25 - F$ serán mayores a los beneficios en un mercado regulado con entrada $\pi_3^E = 1 - F$, permitiendo la entrada de la aerolínea 3 con un mayor costo fijo. De acuerdo con lo anterior, al implementarse un sistema Hub con entrada, los beneficios de todas las aerolíneas aumentan.

3.2.1. DISUASIÓN A LA ENTRADA CON HUB

Sean los beneficios de la aerolínea 1, en el caso de que entre la aerolínea 3 ($\pi_1^{EH} = 121/50$), menores que en el caso de no entrada, ($\pi_1^{NEH} = 2v - 5/2$). La aerolínea 1 tiene incentivos para disuadir la entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC , anunciando un precio tal que su beneficio sea mayor o igual al beneficio que obtendría si la aerolínea 3 entra al mercado, cambiando la estructura de competencia a la de líder-seguidor.

El siguiente lema, muestra la estrategia de la aerolínea líder con Hub, anunciando un precio en la ruta BC tal que disuada la entrada de la aerolínea rival. Comprometiéndose a mantener este precio, luego de la etapa de competencia.

Lema 4. *La aerolínea 1 con Hub, anunciará un precio $P_1^{\overline{BC}} = -361/162 + (49\sqrt{1+27F})/81$ tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y de la ruta AC , cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande, $F \geq 1042093/1500625$.*

Cuando la aerolínea 3 entra al mercado, afecta los beneficios de la aerolínea 1 con Hub, por lo cual esta responde anunciando un precio $P_1^{\overline{BC}}$, para disuadir la entrada tal que logre un escenario mejor o igual al que tiene cuando la aerolínea 3 entra, y esto solo lo consigue si $F \geq 1042093/1500625$. De lo contrario, sus beneficios serán menores a cuando la aerolínea 3 entra y por lo tanto prefiere no disuadir la entrada.

Al disuadir la entrada, la aerolínea 1 ajusta un precio P_1^{AC} tal que se cumpla la conjetura en la cual el precio de la aerolínea 1 para la ruta interlineada AC será menor o igual al precio de la ruta de la aerolínea 1 en el segmento BC más el precio de la aerolínea 1 en el segmento AB .

$$P_1^{AC} \leq -\frac{361}{162} + \frac{49\sqrt{1+27F}}{81} + 1$$

$$P_1^{AC} \equiv -\frac{199}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{162}$$

La aerolínea 1 sirve a todos los pasajeros en la ruta BC , sirve a todos los pasajeros en la ruta AC y sirve a la mitad de los pasajeros de la ruta AB , tal que manteniendo el precio anunciado, sus beneficios son:

$$\begin{aligned}\pi_1^{\overline{NEH}} &= -\frac{361}{162} + \overbrace{\frac{98\sqrt{1+27F}}{162}}^{BC} + \overbrace{\frac{1}{2}}^{AB} - \frac{199}{162} + \overbrace{\frac{98\sqrt{1+27F}}{162}}^{AC} \\ &\leftrightarrow \pi_1^{\overline{NEH}} = -\frac{479}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{81}\end{aligned}$$

La aerolínea 2 sirve a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y debido a que la entrada de la aerolínea 3 es disuadida, no logra competir con la aerolínea 1 por el tramo AB de la ruta AC . Por lo cual sus beneficios son iguales a $1/2$, ($\pi_2^{\overline{NEH}} = 1/2$).

Note que el costo fijo con el cual la aerolínea decide realizar la estrategia disuasoria de la aerolínea 3, será mayor en un modelo con Hub ($F \geq 1042093/1500625 \approx 0,6924$), en comparación con un modelo sin Hub y entrada disuadida ($F \geq 9/16 \approx 0,5625$).

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con un sistema de Hub-and-Spoke, con entrada disuadida, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 6. *En un equilibrio donde la aerolínea 1 tiene un Hub y la entrada de la aerolínea 3 se disuade:*

- (i) *La aerolínea 1 anuncia y fija el precio disuasorio anunciado $P_1^{BC} = -361/162 + (49\sqrt{1+27F})/81$ y fija los precios $P_1^{AB} = 1$; $P_1^{AC} = -199/162 + (98\sqrt{1+27F})/162$. Sirviendo a todos los pasajeros en la ruta BC , a todos los pasajeros de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB .*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_1^{\overline{NEH}} = -479/162 + 98\sqrt{1+27F}/81$, los beneficios de la aerolínea 2 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 $\pi_2^{\overline{NEH}} = 1/2$.*

Sea disuadida la entrada de la aerolínea 3 mediante el precio $P_1^{\overline{BC}}$, anunciado por la aerolínea 1 con Hub, cuando el costo fijo de entrada $F \geq 1042093/1500625$, los beneficios para la aerolínea 1 son mayores o iguales que el caso de entrada, pero menores que cuando no existe un potencial entrante:

$$\pi_1^{NEH} > \pi_1^{\overline{NEH}} \geq \pi_1^{EH}$$

Ya que el mercado está cubierto, la demanda de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 permanece constante, respecto al caso cuando no hay un potencial entrante. La disminución del beneficio de la aerolínea 1 se debe a que el precio disuasorio anunciado $P_1^{\overline{BC}}$ es menor al precio monopólico con Hub $P_1^{BC} = v - 1$, en la ruta BC y el precio $P_1^{BC} = v - 1$, fijado en la ruta AC , será menor al precio cuando no hay potencial entrante.

El siguiente teorema, muestra el equilibrio completo del mercado desregulado con sistema Hub-and-Spoke, respecto a la entrada de una aerolínea externa, de acuerdo con el costo fijo de entrada.

Teorema 2. *En un modelo con entrada y Hub, siendo F el costo fijo de entrada de la aerolínea 3, en equilibrio:*

- (i) *Si $F < 1042093/1500625 \approx 0,6924$, la aerolínea 3 entra al mercado y el equilibrio está representado en la **proposición 5**.*
- (ii) *Si $1042093/1500625 \leq F < 27/25$, la entrada de la aerolínea 3 es disuadida y el equilibrio está representado en la **Proposición 6**.*
- (iii) *Si $F \geq 27/25$, la entrada de la aerolínea 3 está bloqueada y el equilibrio se representa en la **proposición en la Proposición 4**.*

Tal como se muestra en la figura 6, cuando se tiene un potencial entrante el equilibrio del modelo con Hub depende del costo fijo de entrada de la aerolínea 3: Si $F \geq 27/25$, los ingresos de la aerolínea 3 son menores que su costo fijo y su entrada esta bloqueada; Si $1042093/1500625 \leq F < 27/25$, la aerolínea 1 con Hub realizará una estrategia disuasoria afectando los ingresos de la aerolínea 3 tal que estos sean menores que su costo fijo y no entre al mercado; Si $F < 1042093/1500625$, la aerolínea 3 entra y la aerolínea 1 preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al disuadir.

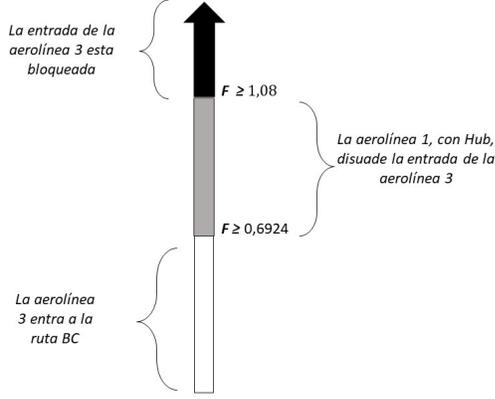


Figura 6: Teorema 2

4. ALIANZA ENTRE AEROLÍNEAS

Flexibilizando el modelo regulado con entrada, permitiendo que la autoridad aeronáutica desregule el mercado autorizando alianzas de código compartido, donde las aerolíneas pueden compartir rutas utilizando sus propios aviones bajo un mismo tiquete en cada uno de sus trayectos. Siempre y cuando, está práctica no genere un monopolio en ninguna de las rutas $\{BC, AB, AC\}$.

La aerolínea 3 anuncia su entrada a la ruta BC por medio de una alianza con la aerolínea 2, compartiendo rutas y fijando los precios como una sola.

En la ruta BC participan la aerolínea 1 y la alianza de aerolíneas 23, en la ruta AB participan la aerolínea 1 y la alianza de aerolíneas 23 y en la ruta AC se genera la conexión entre la ruta BC y AB , por lo cual el pasajero que quiera viajar en esta ruta tendrá que volar en el segmento de la ruta BC con la aerolínea 1 o con la alianza de aerolíneas 23 y elegirá entre la aerolínea 1 y la alianza de aerolíneas 23 en el segmento de la ruta AB . Como se muestra en la figura 7.

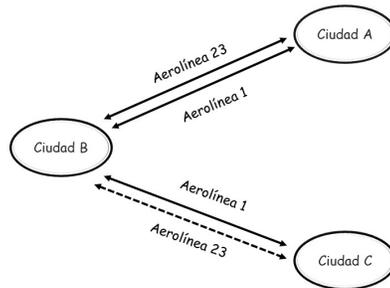


Figura 7: Red de spoke-and-spoke incompleta con entrada y alianza

Las aerolíneas en la alianza fijan los precios P_{23}^{BC} y P_{23}^{AB} de las rutas BC y AB , sean estas conectadas o no conectadas, como si fueran una, repartiendo los beneficios de la alianza π_{23}^{EA} en partes iguales, aunque con un beneficio individual diferente debido al costo fijo de entrada que enfrenta la aerolínea 3.

$$\pi_2^{EA} = \frac{\pi_{23}^{EA}}{2}$$

$$\pi_3^{EA} = \frac{\pi_{23}^{EA}}{2} - F$$

Al igual que en los modelos anteriores, se asume máxima diferenciación entre las aerolíneas, por lo tanto, la aerolínea 1 se ubica en el punto cero de la línea de Hotelling y la aerolínea 23 se ubicará en el punto 1.

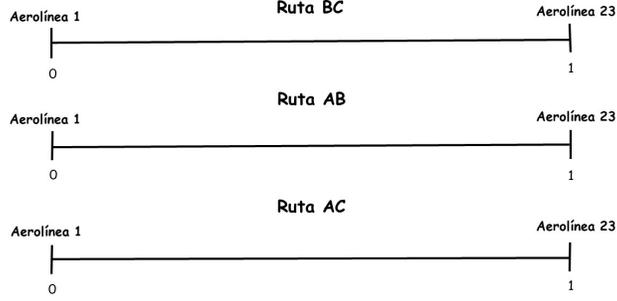


Figura 8: Ruta BC, AB y AC con entrada y alianza

4.1. ANÁLISIS DEL MODELO CON ALIANZA

Sea la aerolínea 3 un potencial entrante mediante una alianza con la aerolínea 2, en la ruta BC el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{BC} - q_i^{BC} = v - P_{23}^{BC} - (1 - q_i^{BC})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_{23}^{BC}}{2} \quad (50)$$

$$q_{23}^{BC} = 1 - q_1^{BC} \quad (51)$$

De la misma forma, en la ruta AB el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_{23}^{AB} - (1 - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_{23}^{AB}}{2} \quad (52)$$

$$q_{23}^{AB} = 1 - q_1^{AB} \quad (53)$$

En la ruta AC los pasajeros se enfrentan a un duopolio en la ruta BC y en la ruta AB , sea la ruta AC un mercado cubierto, la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 y de la alianza de aerolíneas 23 en el segmento de la ruta BC , será igual a la demanda de pasajeros que solo viajan en la ruta BC y la demanda de pasajeros de la aerolínea 1 y de la alianza de aerolíneas 23 en el segmento de la ruta AB , será igual a la demanda de pasajeros que solo viajan en la ruta AB .

Los beneficios de la aerolínea 1 y de la alianza de aerolíneas 23, serán:

$$\pi_1 = \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC}$$

$$\pi_{23} = \pi_{23}^{BC} + \pi_{23}^{AB} + \pi_{23}^{AC}$$

Despejando las funciones de demanda, en el beneficio de la aerolínea uno y en el beneficio de la alianza entre las aerolíneas 23, se obtienen las siguientes funciones de beneficio:

$$\pi_1 = 2P_1^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_{23}^{BC}}{2} \right) + 2P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_{23}^{AB}}{2} \right) \quad (54)$$

$$\pi_{23} = 2P_{23}^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} - P_1^{BC}}{2} \right) + 2P_{23}^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) \quad (55)$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 1, obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_1^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_{23}^{BC}}{2} \quad (56)$$

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_{23}^{AB}}{2} \quad (57)$$

Optimizando la función de beneficio de la alianza de aerolíneas 23, obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_{23}^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{BC}}{2} \quad (58)$$

$$P_{23}^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{AB}}{2} \quad (59)$$

Resolviendo para las ecuaciones (56), (57), (58) y (59), se obtienen los precios de equilibrio:

$$P_1^{BC} = P_1^{AB} = P_{23}^{AB} = P_{23}^{BC} = 1 \quad (60)$$

La función de beneficios de las aerolíneas de acuerdo con los precios encontrados será:

$$\pi_1^{EA} = 2 \quad (61)$$

$$\pi_{23}^{EA} = 2$$

Las aerolíneas 2 y 3 se reparten los beneficios de la alianza en partes iguales, donde la aerolínea 3 enfrenta un costo de entrada:

$$\pi_2^{EA} = 1 \quad (62)$$

$$\pi_3^{EA} = 1 - F \quad (63)$$

La aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $F < 1$, tal que $\pi_3^{EA} > 0$.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Point-to-Point y alianza, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 7. *En un equilibrio con alianza donde entra la aerolínea 3:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 1$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC*
- (ii) *La alianza de aerolíneas 23 fija los precios $P_{23}^{BC} = 1$; $P_{23}^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 con entrada $\pi_1^{EA} = 2$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada $\pi_2^{EA} = 1$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada $\pi_3^{EA} = 1 - F$.*
- (iv) *Con un costo fijo de entrada $F \geq 1$ para la aerolínea 3, el equilibrio está representado en la **Proposición 1**.*

Cuando la aerolínea 3 entra aliada con la aerolínea 2, los beneficios de todas las aerolíneas serán iguales al caso de entrada sin alianza, representados en la **Proposición 2**. La única diferencia radica en que al haber alianza, en equilibrio los precios de las rutas BC y AB se fijan conjuntamente, mientras que sin alianza, la aerolínea 3 fija un precio para la ruta BC y aerolínea 2 fija un precio para la ruta AB , siendo los precios en cada ruta los mismos.

4.1.1. DISUASIÓN A LA ENTRADA CON ALIANZA

Sean los beneficios de la aerolínea 1 en el caso de que entre la aerolínea 3 ($\pi_1^{NE} \geq 2v - 3$), menores que en el caso de no entrada ($\pi_1^{EA} = 2$), la aerolínea 1 tiene incentivos para disuadir la entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC , anunciando un precio tal que su beneficio sea al menos mayor o igual que el beneficio que obtendría si la aerolínea 3 entra al mercado, cambiando la estructura de competencia a la de líder-seguidor.

El siguiente lema, muestra la estrategia de la aerolínea líder, anunciando un precio en la ruta BC tal que disuada la entrada de la aerolínea rival, la cual entra esta aliada con una aerolínea que participa en una ruta complementaria. Comprometiéndose a mantener el precio anunciado luego de la etapa de competencia.

Lema 5. *La aerolínea 1 anunciara un precio $P_1^{\widehat{BC}'} = -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}$ tal que disuada la entrada con alianza de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC , cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande ($F \geq 25/32$).*

Cuando la aerolínea 3 entra al mercado aliada con la aerolínea 2, afecta los beneficios de la aerolínea 1, por lo cual esta responde anunciando un precio $P_1^{\widehat{BC}'}$, para disuadir la entrada tal que logre un escenario mejor o igual al que tiene cuando la aerolínea 3 entra, y esto solo lo consigue si $F \geq 25/32$, de lo contrario sus beneficios serán menores a cuando la aerolínea 3 entra y por lo tanto prefiere no disuadir la entrada.

Los beneficios de la aerolínea 1 al disuadir la entrada con alianza, manteniendo el precio anunciado, son:

$$\begin{aligned} \pi_1^{NEA} &= \overbrace{-1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}}^{BC} + \overbrace{\frac{1}{2}}^{AB} + \overbrace{\frac{1}{2} + (-1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)})}^{AC} \\ &\longleftrightarrow \pi_1^{NEA} = 4\sqrt{-1 + 2(F)} - 1 \end{aligned}$$

La aerolínea 2 será indiferente a la entrada de la aerolínea 3, sirviendo a la mitad de los pasajeros de la ruta AB y del tramo AB en la ruta AC . Por lo cual sus beneficios son iguales a 1, ($\pi_2^{\widehat{NEA}} = 1$).

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Point-to-Point y entrada con alianza disuadida, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 8. *Si la aerolínea 1 anuncia un precio $P_1^{\widehat{BC}'} = -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}$ en la ruta BC , tal que disuada la entrada en alianza de la aerolínea 3, en equilibrio:*

- (i) *La aerolínea 1 anuncia y fija los precios $P_1^{BC} = -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a todos los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC*
- (ii) *La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_1^{NEA} = 4\sqrt{-1 + 2(F)} - 1$ y los beneficios de la aerolínea 2 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_2^{\widehat{NEA}} = 1$.*

Sea disuadida la entrada de la aerolínea 3 mediante el precio $P_1^{\widehat{BC}'}$, anunciado por la aerolínea 1 cuando el costo fijo de entrada $F \geq 25/32$, los beneficios para la aerolínea 1 son mayores o iguales que el caso de entrada, pero menores que cuando no existe un potencial entrante:

$$\pi_1^{NEA} > \pi_1^{\widehat{NEA}} \geq \pi_1^{EA}$$

Ya que el mercado está cubierto, la demanda de la aerolínea 1 y de la aerolínea 2 permanece constante, respecto al caso cuando no hay un potencial entrante. La disminución del beneficio de la aerolínea 1 se debe a que el precio disuasorio anunciado $P_1^{\widehat{BC}'}$ es menor al precio monopólico, en la ruta BC , cuando no hay un potencial entrante P_1^{BC} .

De acuerdo con la **Proposición 3**, la entrada sin alianza de la aerolínea 3 es disuadida si $F > 9/16$, por lo cual, la aerolínea 2 tiene incentivos a cobrar una transferencia t a la aerolínea 3 para realizar la alianza, siempre y

cuando, la aerolínea 3 entre al mercado ($F < 25/32$).

Los beneficios de las aerolíneas en alianza y transferencia $\pi_2^{EA'}$ y $\pi_3^{EA'}$ serán:

$$\pi_2^{EA'} = \frac{\pi_{23}^{EA}}{2} + t$$

$$\pi_3^{EA'} = \frac{\pi_{23}^{EA}}{2} - t - F$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos, bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $t < 1 - F$, donde la aerolínea 1 se apropia de los beneficios de la aerolínea 3, tal que $t \approx 1 - F$ y los beneficios de la aerolínea 3 aunque positivos tienden a 0 y entra al mercado.

$$\pi_2^{EA'} = 1 + t$$

$$\pi_3^{EA'} = 1 - t - F > 0$$

$$\longleftrightarrow 1 - F \approx t$$

Si $F < 25/32$, la entrada con alianza de la aerolínea 3 no será disuadida y su beneficio $\pi_3^{EA'} \approx 0$. Si la aerolínea 3 decide no aliarse con la aerolínea 2 y el costo fijo de entrada $F < 9/16$, la entrada de la aerolínea 3 sin alianza no será disuadida y su beneficio $\pi_3^E = 1 - F > 0$. Por lo tanto, sea $F < 9/16$, la aerolínea 3 decide entrar sin alianza.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Point-to-Point y entrada con alianza no disuadida, cobrándose una transferencia por realizar la alianza, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 9. *En un equilibrio con alianza donde entra la aerolínea 3, pagando una transferencia a la aerolínea 2:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 1$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC*
- (ii) *La alianza de aerolíneas 23 fija los precios $P_{23}^{BC} = 1$; $P_{23}^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC .*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 con entrada $\pi_1^{EA'} = 2$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada $\pi_2^{EA'} = 1 + t$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada $\pi_3^{EA'} = 1 - t + F$, donde $t \approx 1 - F$.*
- (iii) *Si $F < 9/16$ la aerolínea 3 decide entrar sin alianza y el equilibrio esta representado en la **Proposición 2**.*

Si la aerolínea 1 no puede disuadir la entrada con alianza de la aerolínea 3, cuando $F < 25/32$, la aerolínea 2 cobra una transferencia t a la aerolínea 3, tal que la aerolínea 3 entre, apropiándose de sus beneficios. La aerolínea 1 aceptara pagar esta transferencia si $9/16 < F < 25/32$, ya que aunque sus beneficios sean aproximadamente 0, logra entrar al mercado. Si $F < 9/16$ elige entrar sin alianza ya que sus beneficios son mayores al caso con alianza.

El siguiente teorema, muestra el equilibrio completo del mercado desregulado con sistema Point-to-Point y alianza, respecto a la entrada de una aerolínea externa, de acuerdo con el costo fijo de entrada.

Teorema 3. *En un modelo con entrada y alianza, siendo F el costo fijo de entrada de la aerolínea 3, en equilibrio:*

- (i) *Si $F \geq 1$, la entrada de la aerolínea 3 está bloqueada y el equilibrio esta representado en la **Proposición 1**.*
- (ii) *Si $25/32 \leq F < 1$, la entrada con alianza de la aerolínea 3 será disuadida por la aerolínea 1 y el equilibrio está representado en la **Proposición 8**.*
- (iii) *Si $9/16 \leq F < 25/32$, la aerolínea 3 entra aliada al mercado y el equilibrio está representado en la **Proposición 9**.*

(iv) Si $F < 9/16$, la aerolínea 3 entra al mercado sin aliarse con la aerolínea 2 y el equilibrio está representado en la **Proposición 2**.

Tal como se muestra en la figura 9, cuando se tiene un potencial entrante aliado con la aerolínea 2, el equilibrio del modelo depende del costo fijo de entrada de la aerolínea 3: Si $F \geq 1$, los ingresos de la aerolínea 3 son menores que su costo fijo y su entrada está bloqueada; Si $25/32 \leq F < 1$, la aerolínea 1 realizará una estrategia disuasoria afectando los ingresos de la alianza de aerolíneas 23, tal que los ingresos de la aerolínea 3 sean menores que su costo fijo y no entre al mercado; Si $9/16 \leq F < 25/32$, la aerolínea 3 entra aliada y la aerolínea 1 preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al no disuadir; Si $F < 9/16$ la aerolínea 3 entra al mercado sin alianza ya que sus beneficios son mayores que al aliarse y la aerolínea 1 preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al no disuadir.

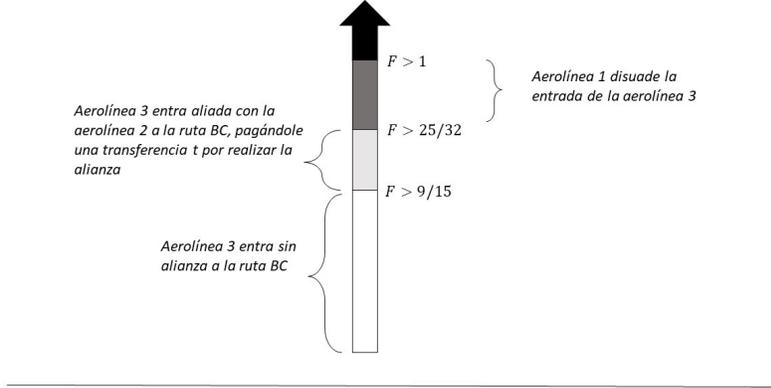


Figura 9: Teorema 3

5. ALIANZA ENTRE AEROLÍNEAS Y HUB

Flexibilizando el modelo con alianza, la aerolínea 1 instala su centro de conexiones Hub en la ciudad B y el potencial entrante anuncia que entrará aliado con la aerolínea 2.

Las aerolíneas en la alianza fijan el precio como si fueran una, entendiéndose como la aerolínea 23, repartiendo en partes iguales los beneficios de la alianza π_{23}^{EAH} , aunque con un beneficio individual diferente debido al costo fijo de entrada que enfrenta la aerolínea 3.

$$\pi_2^{EAH} = \frac{\pi_{23}^{EAH}}{2}$$

$$\pi_3^{EAH} = \frac{\pi_{23}^{EAH}}{2} - F$$

5.1. ANÁLISIS DEL MODELO CON ALIANZA Y HUB

Sea la aerolínea 3 un potencial entrante mediante una alianza con la aerolínea 2, en la ruta BC el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{BC} - q_i^{BC} = v - P_{23}^{BC} - (1 - q_i^{BC})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_{23}^{BC}}{2} \quad (64)$$

$$q_{23}^{BC} = 1 - q_1^{BC} \quad (65)$$

De la misma forma, en la ruta AB el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_{23}^{AB} - (1 - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AB} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_{23}^{AB}}{2} \quad (66)$$

$$q_{23}^{AB} = 1 - q_1^{AB} \quad (67)$$

En la ruta AC , la función del pasajero indiferente entre comprar el recorrido a la aerolínea 1 o por tramos a la alianza de aerolíneas 23, se representa tal que $v - P_1^{AC} - q_i^{BC} - q_i^{AB} = v - P_{23}^{BC} - P_{23}^{AB} - (1 - q_i^{BC}) - (1 - q_i^{AB})$.

Sea la demanda del consumidor indiferente del tramo de la ruta BC en la ruta AC , igual a la demanda del consumidor indiferente del tramo de la ruta AB en la ruta AC , igual a la demanda del consumidor indiferente en la ruta AC , ($q_i^{BC} = q_i^{AB} = q_i^{AC}$). El consumidor indiferente en la ruta AC entre comprar el recorrido a la aerolínea 1 o por tramos a la alianza de aerolíneas 23, se representa tal que $v - P_1^{AC} - q_i^{AC} - q_i^{AC} = v - P_{23}^{BC} - P_{23}^{AB} - (1 - q_i^{AC}) - (1 - q_i^{AC})$.

Resolviendo en función del consumidor indiferente:

$$q_1^{AC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AC} - P_{23}^{BC} - P_{23}^{AB}}{4} \quad (68)$$

$$q_{23}^{AC} = 1 - q_1^{AC} \quad (69)$$

Los beneficios de las aerolíneas 1 y de la alianza de aerolíneas 23 serán:

$$\pi_1 = \pi_1^{BC} + \pi_1^{AB} + \pi_1^{AC}$$

$$\pi_{23} = \pi_{23}^{BC} + \pi_{23}^{AB} + \pi_{23}^{AC}$$

Despejando las funciones de demanda en el beneficio de la aerolínea uno y en el beneficio de la alianza entre las aerolíneas 23, se obtiene lo siguiente:

$$\pi_1 = P_1^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{BC} - P_{23}^{BC}}{2} \right) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_{23}^{AB}}{2} \right) + P_1^{AC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AC} - P_{23}^{BC} - P_{23}^{AB}}{4} \right) \quad (70)$$

$$\pi_{23} = P_{23}^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} - P_1^{BC}}{2} \right) + P_{23}^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) + (P_{23}^{BC} + P_{23}^{AB}) \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} + P_{23}^{AB} - P_1^{AC}}{4} \right) \quad (71)$$

Optimizando las funciones de beneficio de la aerolínea 1, se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_1^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_{23}^{BC}}{2} \quad (72)$$

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_{23}^{AB}}{2} \quad (73)$$

$$P_1^{AC} = 1 + \frac{P_{23}^{AB}}{2} + \frac{P_{23}^{BC}}{2} \quad (74)$$

Optimizando las funciones de beneficio de la alianza de aerolíneas 23, se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_{23}^{AB} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{AB}}{3} - \frac{P_{23}^{BC}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6} \quad (75)$$

$$P_{23}^{BC} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{BC}}{3} - \frac{P_{23}^{AB}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6} \quad (76)$$

El ejercicio es simétrico al modelo Hub con entrada, por lo cual, resolviendo las funciones de reacción:

$$P_{23}^{BC} = P_{23}^{AB} = \frac{6}{5} \quad (77)$$

$$P_1^{BC} = P_1^{AB} = \frac{11}{10} \quad (78)$$

$$P_1^{AC} = \frac{11}{5} \quad (79)$$

Remplazando los precios de equilibrio en las funciones de demanda, se obtienen en cada ruta las siguientes cantidades de equilibrio:

$$q_1^{BC} = q_1^{AB} = q_1^{AC} = \frac{11}{20} \quad (80)$$

$$q_{23}^{BC} = q_{23}^{AB} = q_{23}^{AC} = \frac{9}{20} \quad (81)$$

Remplazando los precios y las cantidades de equilibrio en los beneficios:

$$\pi_1^{EAH} = \frac{121}{50} \quad (82)$$

$$\pi_{23}^{EAH} = \frac{54}{25} \quad (83)$$

Las aerolíneas 2 y 3 se reparten los beneficios de la alianza en partes iguales, donde la aerolínea 3 enfrenta un costo de entrada:

$$\pi_2^{EAH} = \frac{27}{25} \quad (84)$$

$$\pi_3^{EAH} = \frac{27}{25} - F \quad (85)$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos. Bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $F < 27/25$.

Sea $F \geq 27/25$ La aerolínea 2 tiene incentivos a subsidiar la entrada de la aerolínea 3 mediante una alianza a través de una transferencia t' , siempre y cuando la aerolínea 3 entre al mercado y los beneficios de la aerolínea 2 con entrada y alianza ($\pi_2^{EAH} = 27/25$), sean mayores o iguales a los beneficios de no entrada de la aerolínea 3 ($\pi_2^{NEH} = 1/2$).

El beneficio de la aerolínea 2, con alianza y hub, subsidiando la entrada de la aerolínea 3 será:

$$\begin{aligned} \pi_2^{EAH'} &= \frac{27}{25} - t' \geq \frac{1}{2} \\ \iff t' &\leq \frac{29}{50} \end{aligned} \quad (86)$$

El beneficio de la aerolínea 3 con alianza y hub será:

$$\begin{aligned} \pi_3^{EAH'} &= \frac{27}{25} + t' - F > 0 \\ \iff F &< \frac{83}{50} \end{aligned} \quad (87)$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos. Bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $F < 83/50$, tal que $\pi_3^{EH} > 0$ y $t' \approx F - 27/25$.

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con un sistema de Hub-and-Spoke y alianza, tal que se subsidia al entrante, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 10. *En un equilibrio donde la aerolínea 1 tiene un Hub y la aerolínea 3 entra aliada con la aerolínea 2:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 11/10$; $P_1^{AB} = 11/10$; $P_1^{AC} = 11/5$. Sirviendo a $11/20$ de los pasajeros en la ruta BC , $11/20$ de los pasajeros en la ruta AB , $11/20$ de los pasajeros en la ruta AC .*
- (ii) *La alianza de aerolíneas 23 fija los precios $P_{23}^{BC} = 6/5$; $P_{23}^{AB} = 6/5$. Sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , sirviendo también $9/20$ de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC .*

- (iii) Si $F < 27/25$, Los beneficios de la aerolínea 1 con hub entrada y alianza $\pi_1^{EAH} = 121/50$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada y alianza $\pi_2^{EAH} = 27/25$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada y alianza $\pi_3^{EAH} = 27/25 - F$.
- (iv) Si $27/25 \leq F < 83/50$, la aerolínea 2 subsidia a la aerolínea 3, tal que, los beneficios de la aerolínea 1 con entrada y alianza $\pi_1^{EAH'} = 121/50$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada y alianza $\pi_2^{EAH'} = 27/25 - t'$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada y alianza $\pi_3^{EAH'} = 27/25 + t' - F > 0$, donde $t' \approx F - 27/25$.
- (v) Si $F \geq 83/50$, la entrada con alianza está bloqueada y el equilibrio está representado en la **Proposición 4**.

5.1.1. DISUASIÓN A LA ENTRADA CON ALIANZA Y HUB

Los beneficios de la aerolínea 1 con Hub, en el caso de que entre la aerolínea 3 con alianza, ($\pi_1^{NE} = 2v - 5/2$), serán menores que en el caso de no entrada, ($\pi_1^{EAH'} = 121/50$). De acuerdo con lo anterior, la aerolínea 1 tiene incentivos para disuadir la entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC , anunciando un precio disuasorio tal que su beneficio sea al menos mayor que el beneficio que obtendría si la aerolínea 3 entrara al mercado, cambiando la estructura de competencia a la de líder-seguidor.

El siguiente lema, muestra la estrategia de la aerolínea líder, anunciando un precio en la ruta BC tal que disuada la entrada de la aerolínea rival, la cual entra esta aliada con una aerolínea que participa en una ruta complementaria. Comprometiéndose a mantener el precio anunciado luego de la etapa de competencia.

Lema 6. La aerolínea 1 con Hub, anunciara un precio $P_1^{\overline{BC}'} = -452/246 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/246$ tal que disuada la entrada con alianza de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruata BC y de la ruta AC , cuando el costo fijo de entrada menos el subsidio de la aerolínea 2 a la aerolínea 3, es los suficientemente grande ($F - t' \geq 3989744/4501875 \approx 0,8862$), tal que siendo $t' \leq 29/25$ el costo fijo sea, $F \geq 13201663/9003750 \approx 1,4662$.

Cuando la aerolínea 3 entra al mercado aliada con la aerolínea 2, afecta los beneficios de la aerolínea 1, por lo cual esta responde anunciando un precio $P_1^{\overline{BC}'}$, para disuadir la entrada tal que logre un escenario mejor o igual al que tiene cuando la aerolínea 3 entra, y esto solo lo consigue si $F \geq 13201663/9003750$, de lo contrario sus beneficios serán menores a cuando la aerolínea 3 entra y por lo tanto prefiere no disuadir la entrada.

Los beneficios de la aerolínea 1 al disuadir la entrada con alianza, manteniendo el precio anunciado, son:

$$\begin{aligned} \pi_1^{NEAH} &= \overbrace{-\frac{452}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246}}^{BC} + \overbrace{\frac{1}{2}}^{AB} + \overbrace{-\frac{47}{66} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246}}^{AC} \\ &\longleftrightarrow \pi_1^{NEAH} = -\frac{127}{66} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{132} \end{aligned}$$

La aerolínea 2 sirve a la mitad de los pasajeros en la ruta AB . Por lo cual, sus beneficios en el caso de no entrada con alianza, cuando la aerolínea 1 tiene un Hub, son $\pi_2^{NEAH} = 1/2$.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Hub-and-Spoke y entrada con alianza disuadida, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 11. Si la aerolínea 1 anuncia un precio $P_1^{\overline{BC}'} = -452/246 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/246$ en la ruta BC , tal que disuada la entrada en alianza de la aerolínea 3, en equilibrio:

- (i) La aerolínea 1 anuncia y fija los precios $P_1^{BC} = -452/246 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/246$; $P_1^{AB} = 1$. Sirviendo a todos los pasajeros en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC , y sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB y en el tramo AB de la ruta AC
- (ii) La aerolínea 2 fija el precio $P_2^{AB} = 1$. Sirviendo a la mitad de los pasajeros en la ruta AB .
- (iii) Los beneficios de la aerolínea 1 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_1^{NEAH} = -127/66 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/132$ y los beneficios de la aerolínea 2 cuando se disuade la entrada de la aerolínea 3 son $\pi_2^{NEAH} = 1/2$.

De acuerdo con la **Proposición 6**, la entrada sin alianza de la aerolínea 3, cuando la aerolínea 1 tiene un Hub, es disuadida si $F \geq 1042093/1500625 \approx 0,6924$, por lo cual, la aerolínea 2 tiene incentivos a cobrar una transferencia t a la aerolínea 3 para realizar la alianza, siempre y cuando, la aerolínea 3 entre al mercado sin necesidad de un subsidio. ($F < 3989744/4501875 \approx 0,8862$).

Los beneficios de las aerolíneas en alianza y transferencia $\pi_2^{EAH'}$ y $\pi_3^{EAH'}$ serán:

$$\begin{aligned}\pi_2^{EAH'} &= \frac{\pi_{23}^{EAH'}}{2} + t \\ \pi_3^{EAH'} &= \frac{\pi_{23}^{EAH'}}{2} - t - F\end{aligned}$$

La condición de entrada de la aerolínea 3 en la ruta BC es tener beneficios positivos, bajo esta condición, la aerolínea 3 entraría a competir en la ruta BC siempre y cuando $t < 27/25 - F$, apropiándose de sus beneficios, tal que $t \approx 27/25 - F$ y los beneficios de la aerolínea 3 aunque positivos tienden a 0 y entre al mercado .

$$\begin{aligned}\pi_2^{EAH'} &= \frac{27}{25} + t \\ \pi_3^{EAH'} &= \frac{27}{25} - t - F > 0 \\ \longleftrightarrow t &\approx \frac{27}{25} - F\end{aligned}$$

la aerolínea 1 puede disuadir la entrada de la aerolínea 3 sin alianza cuando el costo fijo de entrada $F \geq 1042093/1500625 \approx 0,6924$, adicionalmente, la entrada con alianza sin subsidio no es disuadida cuando el costo fijo de entrada $F < 3989744/4501875 \approx 0,8862$, por lo tanto, la aerolínea 3 tiene incentivos a pagar una transferencia t a la aerolínea 2 por realizar la alianza, si sus beneficios son mayores a los beneficios en el caso de entrada sin alianza.

Sea $F < 3989744/4501875$, la entrada con alianza de la aerolínea 3 no será disuadida y su beneficio será:

$$\begin{aligned}\pi_3^{EAH'} &= \frac{27}{25} - t - F > 0 \\ \longleftrightarrow \pi_3^{EAH'} &\approx 0\end{aligned}$$

Sea $F < 1042093/1500625$, la entrada de la aerolínea 3 sin alianza no será disuadida y su beneficio será:

$$\pi_3^{EH'} = \frac{27}{25} - F > 0$$

De acuerdo con lo anterior, cuando $1042093/1500625 \leq F < 3989744/4501875$, la aerolínea 3 entra al mercado aliándose con la aerolínea 2 ya que aunque sus beneficios sean aproximadamente iguales a 0, estos serán positivos y cuando $F < 1042093/1500625$ la aerolínea 3 elige entrar sin alianza ya que sus beneficios son mayores al caso con alianza.

De acuerdo con los resultados encontrados, la siguiente proposición muestra el equilibrio en un modelo desregulado con sistema Point-to-Point y entrada con alianza subsidiada, en una red incompleta de transporte aéreo.

Proposición 12. *En un equilibrio, donde la aerolínea 1 tiene un Hub y la aerolínea 3 entra aliada, pagando una transferencia a la aerolínea 2:*

- (i) *La aerolínea 1 fija los precios $P_1^{BC} = 11/10$; $P_1^{AB} = 11/10$; $P_1^{AC} = 11/5$. Sirviendo a $11/20$ de los pasajeros en la ruta BC , a $11/20$ de los pasajeros en la ruta AB , y a $11/20$ de los pasajeros en la ruta AC .*
- (ii) *La aerolínea 23 fija los precios $P_{23}^{AB} = 6/5$; $P_{23}^{BC} = 6/5$. Sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en la ruta AB y de la ruta BC y sirviendo a $9/20$ de los pasajeros en la ruta AC , en los tramos BC y AC respectivamente.*
- (iii) *Los beneficios de la aerolínea 1 con entrada $\pi_1^{EAH'} = 121/50$, los beneficios de la aerolínea 2 con entrada $\pi_2^{EAH'} = 27/25 + t$ y los beneficios de la aerolínea 3 con entrada $\pi_3^{EAH'} = 27/25 - t - F > 0$, tal que $t \approx 27/25 - F$.*

(iv) Si $F < 1042093/1500625 \approx 0,6924$, la aerolínea 3 entra sin alianza y el equilibrio está representado en la **Proposición 5**.

Si la aerolínea 1 no puede disuadir la entrada con alianza de la aerolínea 3, cuando $F < 3989744/4501875$, la aerolínea 2 cobra una transferencia t a la aerolínea 3, tal que la aerolínea 3 entre, apropiándose de sus beneficios. La aerolínea 1 aceptara pagar esta transferencia si $1042093/1500625 \leq F < 3989744/4501875$, ya que aunque sus beneficios sean aproximadamente 0, logra entrar al mercado. Si $F < 1042093/1500625$ elige entrar sin alianza ya que sus beneficios son mayores al caso con alianza.

El siguiente teorema, muestra el equilibrio completo del mercado desregulado con sistema Hub-and-Spoke y alianza, respecto a la entrada de una aerolínea externa, de acuerdo con el costo fijo de entrada.

Teorema 4. En un modelo, donde la aerolínea 1 tiene un Hub, con entrada y alianza, siendo F es el costo fijo de entrada de la aerolínea 3, en equilibrio:

- (i) Si $F \geq 83/50$, la entrada de la aerolínea 3 está bloqueada y el equilibrio de mercado está representado en la **Proposición 4**.
- (ii) Si $13201663/9003750 \leq F < 83/50$, la aerolínea 1 disuade la entrada de la aerolínea 3 con alianza y el equilibrio de mercado está representado en la **Proposición 11**
- (iii) Si $3989744/4501875 \leq F < 13201663/9003750$, la aerolínea 3 entra al mercado recibiendo una transferencia de la aerolínea 2 al aliarse y el equilibrio de mercado está representado en la **Proposición 10**
- (iv) Si $1042093/1500625 \leq F < 3989744/4501875$, la aerolínea 3 entra al mercado pagándole una transferencia a la aerolínea 2 por aliarse y el equilibrio de mercado está representado en la **Proposición 12**
- (v) Si $F < 1042093/1500625$, la aerolínea 2 entra sin alianza y el equilibrio de mercado está representado en la **Proposición 5**

Tal como se muestra en la figura 10, cuando se tiene un potencial entrante aliado con la aerolínea 2, el equilibrio del modelo con Hub depende del costo fijo de entrada de la aerolínea 3: Si $F \geq 83/50$, los ingresos de la aerolínea 3, incluyendo el subsidio, son menores que su costo fijo y su entrada esta bloqueada; Si $13201663/9003750 \leq F < 83/50$, la aerolínea 1 realizará una estrategia disuasoria afectando los ingresos de la alianza de aerolíneas 23, tal que los ingresos de la aerolínea 3 sean menores que su costo fijo y no entre al mercado; Si $3989744/4501875 \leq F < 13201663/9003750$, la aerolínea 3 entra aliada y subsidiada y la aerolínea 1 con Hub preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al no disuadir; Si $1042093/1500625 \leq F < 3989744/4501875$, la aerolínea 3 entra aliada, pagando por aliarse, y la aerolínea 1 con Hub preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al no disuadir; Si $F < 1042093/1500625$ la aerolínea 3 entra al mercado sin alianza ya que sus beneficios son mayores que al aliarse y la aerolínea 1 preferirá no disuadir su entrada ya que sus beneficios serán menores que al no disuadir.

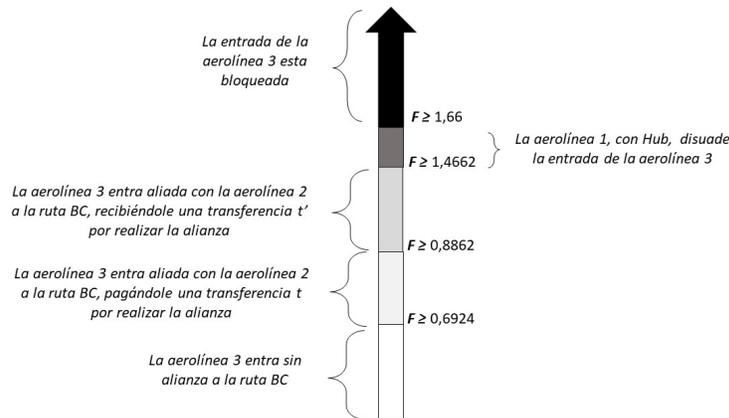


Figura 10: Teorema 4

6. CONCLUSIONES

Contrario a la literatura económica de la industria aérea, este artículo muestra que cuando una aerolínea líder, instala en un aeropuerto su centro de conexiones Hub, el uso de una estrategia que disuada la entrada de una aerolínea rival es menos efectiva que sin Hub, por lo cual el mercado mejora en términos de competencia.

En este artículo se examinó una red de conexiones aéreas incompleta en mercados regulados y desregulados, encontrando que cuando existe un potencial entrante en un tramo monopolizado por la aerolínea líder con Hub, esta puede discriminar los pasajeros para cada una de las rutas, generando un beneficio mayor para todas las aerolíneas en el mercado. El uso del Hub elimina la complementariedad con otras aerolíneas, por lo cual la aerolínea líder tiene incentivos para disuadir la entrada de su rival, monopolizando la ruta donde participaría al potencial entrante y apropiándose de la ruta interconectada. Hacer esto es más complejo que cuando se tiene una red Point-to-Point, ya que necesita un precio en la ruta directa tal que disuada al potencial entrante, al tiempo que este precio no genere una complementariedad con la aerolínea rival en otro spoke de la red, y de esta forma, logre fijar un precio en la ruta indirecta tal que se apropie de todo este mercado. Por lo tanto mantener beneficios superiores bajo esta estrategia es más difícil y su efectividad se reduce, ya que requiere que la aerolínea entrante tenga un costo de entrada más alto que sin Hub.

Aunque permitir el uso del Hub facilita la entrada de una aerolínea rival en un mercado monopólico, cuando le es provechoso a la aerolínea líder usar una estrategia disuasoria, se apropia totalmente de la ruta interconectada, y de un spoke de una ruta directa, lo cual conlleva a que logre mantener unos precios monopolísticos superiores al mercado con sistema Point-to-Point.

Adicionalmente, este artículo aporta a el estudio de los acuerdos cooperativos en el sector aeronáutico ya que muestra que existen alianzas las cuales permiten contrarrestar de una forma casi completa la disuasión a la entrada cuando se tiene un Hub.

Cuando la aerolínea líder logra disuadir la entrada de una aerolínea rival en un mercado monopólico, la aerolínea entrante tiene la posibilidad de entrar si realiza una alianza tal que comparte las instalaciones y equipos con otra aerolínea, sin incurrir en costos adicionales asociados con la operación, operando las dos rutas directas y la ruta directa como si fueran una sola aerolínea. La estrategia disuasoria en este mercado se vuelve más compleja; Ahora no solo tiene que disuadir a la aerolínea entrante de operar en el mercado monopolizado, sino que tiene que fijar un precio tal que en competencia, la aerolínea entrante no logre obtener beneficios superiores a los costos de operar en una ruta, cuando participa en dos rutas directas, las cuales se complementan para operar la ruta indirecta.

A pesar de que en un mercado de Point-to-Point, la alianza le puede permitir participar en el mercado, las condiciones de la aerolínea con la cual se realiza el acuerdo son desventajosas. Ya que la aerolínea que participa en el otro spoke es indiferente a la entrada sin alianza de otra aerolínea en el mercado complementario, tiene incentivos para solicitar una transferencia por realizar la alianza si obtiene beneficios superiores, apropiándose de la mayoría de los beneficios del entrante, ya que este se encuentra condicionado a realizar la alianza cuando esta es su única forma para participar en el mercado.

Cuando la aerolínea líder instala un Hub, y logra disuadir la entrada de una aerolínea rival, genera un efecto negativo sobre los beneficios de la aerolínea que participa en el otro spoke, ya que al eliminar la complementariedad entre aerolíneas, se apodera de la ruta interconectada. De acuerdo con lo anterior, la aerolínea que participa en el spoke con competencia duopólica, tiene incentivos a que la aerolínea que participa en el mercado complementario entre, tal que permite la alianza y realiza una transferencia tal que subsidia la entrada, siempre y cuando, sus beneficios sean superiores al caso de no entrada. Esta relación de colaboración genera un dificultad mayor para realizar una estrategia disuasoria, ya que ahora no solo tendrá que fijar un precio tal que disuada los beneficios de una aerolínea entrante que participa en todo el mercado, sino que ahora tiene que fijar un precio que incluya la transferencia realizada por la aerolínea aliada, requiriendo que el entrante tenga un costo fijo muy alto para que sea provechosos disuadirlo.

De acuerdo con lo anterior, se debe propender y apoyar las alianzas de código compartido, ya que generan mayor competencia en los mercados al facilitar la entrada de competidores, siempre y cuando, al realizar la alianza, no se genere un monopolio en ninguna de las rutas.

ANEXOS

Demostración Lema 1

Para un mercado regulado sin entrada, si la valoración de los pasajeros es suficientemente alta, $P_1^{BC} = v - 2$ es un precio de equilibrio y todo el mercado está cubierto.

Demostración. Para encontrar el precio de equilibrio de la ruta BC utilizamos las funciones de restricción de participación, en donde l_i^{BC} representa el consumidor más alejado, en términos de preferencias, para cada aerolínea.



Figura 11: Ruta BC sin entrada

En la ruta BC , la restricción de participación estará dada de la siguiente forma:

$$v - P_1^{BC} - l_i^{BC} \geq 0 \rightarrow \text{rutaBC}$$

Sea q_1^{BC} igual a 1, el pasajero más alejado en términos de preferencias para la aerolínea 1 en la ruta BC , como se muestra en la figura 4.

$$v - 1 \geq P_1^{BC}$$

Para la ruta AC conectada por la aerolínea 1 en los segmentos BC y AB , se tiene que en el segmento de la ruta AB el pasajero más alejado en términos de preferencias para la aerolínea 1 denotado como l_i^{AB} , será igual a $1/2$, por lo cual la cantidad de pasajeros en el segmento BC que solo viajan en la aerolínea 1 en ambos segmentos será igual a $1/2$, como lo muestra la figura 12.

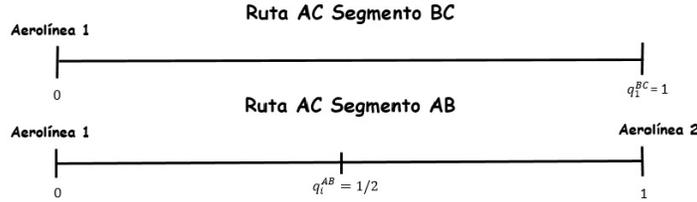


Figura 12: Ruta AC sin entrada

En la ruta AC , las restricciones de participación estarán dadas de la siguiente forma:

$$v - P_1^{BC} - P_1^{AB} - l_i^{BC} - l_i^{AB} \geq 0 \rightarrow \text{rutaAC}$$

$$v - P_1^{BC} - P_2^{AB} - l_i^{BC} - (1 - l_i^{AB}) \geq 0 \rightarrow \text{rutaAC}$$

Teniendo en cuenta los precios de equilibrio de la ruta AB expresados en la ecuación (8):

$$v - 1 - 1 \geq P_1^{BC} \rightarrow \text{rutaAC}$$

Resolviendo para la función de restricción de participación de la ruta AC tal que se cumpla la función de restricción de participación de la ruta BC se obtiene que:

$$P_1^{BC} \equiv v - 2 \quad (88)$$

Sea un valor epsilon decimal $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$, al incrementar el precio $P_1^{BC'} = P_1^{BC} + \varepsilon$, se mostrara que la demanda de los pasajeros de la ruta BC permanece constante mientras que la demanda de la ruta AC disminuye, tal como se

comprueba reemplazando $P_1^{BC'} = v - 2 + \varepsilon$ en las funciones de restricción de participación, por lo cual, el incremento del precio no es una desviación provechosa cuando v es lo suficientemente grande.

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta BC , la demanda no cambia debido a que todos los pasajeros están dispuestos a viajar bajo este cambio de precio:

$$\begin{aligned} v - (v - 2 + \varepsilon) - 1 &\geq 0 \\ \iff 1 - \varepsilon &\geq 0 \end{aligned}$$

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta AC , la demanda se reduce debido a que dependiendo de ε parte de los pasajeros no están dispuestos a viajar bajo este cambio de precio, por lo tanto, este mercado no es completo:

$$\begin{aligned} v - (v - 2 + \varepsilon) - 1 - 1 &\geq 0 \\ \iff -\varepsilon &> 0 \end{aligned}$$

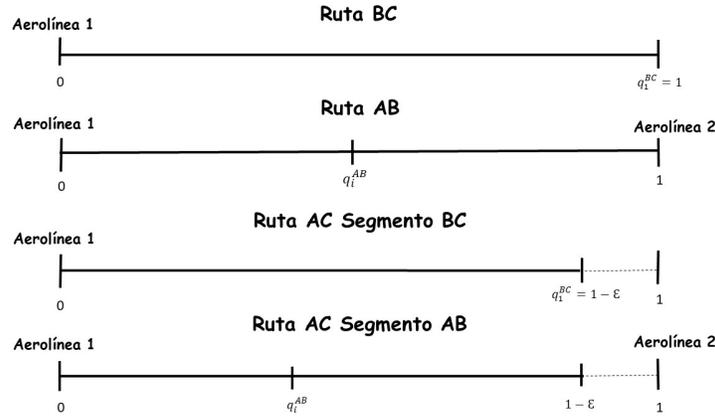


Figura 13: Ruta BC, AB y AC sin entrada

Para la nueva demanda de la ruta AC , en el segmento de la ruta AB el pasajero indiferente entre comprar de una aerolínea u otra, se representa tal que $v - P_1^{AB} - q_i^{AB} = v - P_2^{AB} - (1 - \varepsilon - q_i^{AB})$. Resolviendo la función del consumidor indiferente, obtenemos las funciones de demanda para la ruta AC en el segmento AB :

$$\begin{aligned} q_1^{AB\{AC\}} &= \frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \\ q_2^{AB\{AC\}} &= 1 - \varepsilon - q_1^{AB} \end{aligned}$$

Sea v lo suficientemente grande $\pi_1(P_1^{BC}, P_1^{AB}, P_2^{AB}) \geq \pi_1'(P_1^{BC} + \varepsilon, P_1^{AB}, P_2^{AB})$:

$$\underbrace{2v - 3}_{\pi_1} \geq \underbrace{P_1^{BC} + \varepsilon}_{\pi_1^{BC'}} + P_1^{AB} \underbrace{\left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right)}_{\pi_1^{AB'}} + \underbrace{(P_1^{BC} + \varepsilon)(1 - \varepsilon) + P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \right)}_{\pi_1^{AC'}}$$

Manteniendo los demás precios constantes observamos si la aerolínea 1 tiene incentivos a desviarse.

$$\begin{aligned} 2v - 3 &\geq (v - 2 + \varepsilon) + \frac{1}{2} + (v - 2 + \varepsilon)(1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \\ \iff 2v - 3 &\geq 2v - 3 + \varepsilon \left(\frac{7}{2} - v \right) - \varepsilon^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \longleftrightarrow 0 &\geq \varepsilon \left(\frac{7}{2} - v \right) - \varepsilon^2 \\ \longleftrightarrow v &\geq \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Sea una valoración v suficientemente grande ($v \geq 7/2$), incrementar el precio P_1^{BC} no es una desviación provechosa.

Al reducir el precio $P_1^{BC'} = P_1^{BC} - \varepsilon$, se mostrará que esta desviación del precio no genera cambios en la demanda de ninguna de las rutas debido a que todos los pasajeros están dispuestos a viajar en la ruta BC y en el tramo BC de la ruta AC .

Sea una disminución del precio, $P_1^{BC'} = v - 2 - \varepsilon$ el beneficio $\pi_1(P_1^{BC}, P_1^{AB}, P_2^{AB}) \geq \pi_1'(P_1^{BC} - \varepsilon, P_1^{AB}, P_2^{AB})$:

$$\begin{aligned} 2P_1^{BC} + 2P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) &> 2(P_1^{BC} - \varepsilon) + 2P_1^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_1^{AB} - P_2^{AB}}{2} \right) \\ \longleftrightarrow 2P_1^{BC} &> 2(P_1^{BC} - \varepsilon) \\ \longleftrightarrow 0 &> -\varepsilon \end{aligned}$$

Una reducción del precio P_1^{BC} no es y no es una desviación provechosa debido a que no afecta la demanda sobre las rutas y reduce su beneficio total. □

Demostración Lema 2

La aerolínea 1 anunciará un precio $P_1^{\widehat{BC}} = -1 + 2\sqrt{F}$ tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC , cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande ($F \geq 9/16$).

Demostración. Sea el anuncio de una desviación en el precio $P_1^{\widehat{BC}}$ de la aerolínea 1 en la ruta BC , se mostrará que bajo cierto costo fijo F , la aerolínea 1 disuade la entrada de la aerolínea 3.

El consumidor indiferente en la ruta BC se representa tal que $v - (P_1^{\widehat{BC}}) - q_i^{BC} = v - P_3^{BC} - (1 - q_i^{BC})$. Al resolver la función del consumidor indiferente de la ruta BC se obtienen las siguientes funciones de demanda:

$$\begin{aligned} q_1^{BC} &= \frac{1}{2} - \frac{P_1^{\widehat{BC}} - P_3^{BC}}{2} \\ q_3^{BC} &= 1 - q_1^{BC} \end{aligned}$$

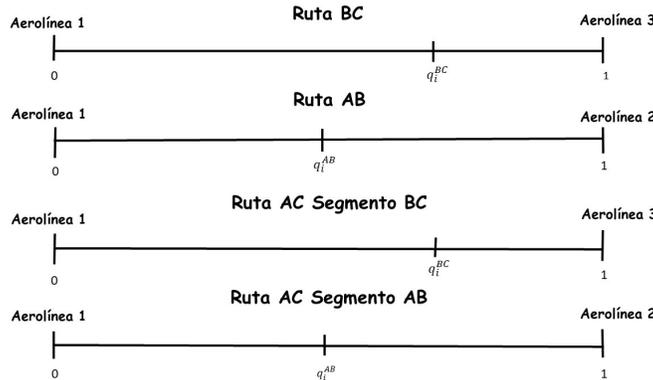


Figura 14: Ruta BC , AB y AC con entrada y anuncio de cambio de precio $P_1^{\widehat{BC}}$

De acuerdo con lo anterior, Los beneficios de la aerolínea 3 para los pasajeros que vuelan en la ruta BC y en la ruta AC serán:

$$\pi_3^{BC} = 2P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} - P_1^{\widehat{BC}}}{2} \right) - F$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 3 se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_3^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2}$$

La función de beneficios de la aerolínea 3 de acuerdo a la función de reacción del precio P_3^{BC} será:

$$\begin{aligned} \pi_3 &= 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2} \right) + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2} \right) - F \\ \pi_3 &= \frac{1}{4} + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2} + \frac{(P_1^{\widehat{BC}})^2}{4} - F \end{aligned}$$

De acuerdo con la condición de entrada, si la aerolínea 1 anuncia un precio $P_1^{\widehat{BC}}$, la aerolínea 3 no entrara en la ruta BC si los beneficios son iguales a cero o negativos:

$$\frac{1}{4} + \frac{P_1^{\widehat{BC}}}{2} + \frac{(P_1^{\widehat{BC}})^2}{4} \leq F$$

Usando la función cuadrática y teniendo en cuenta que $P_1^{\widehat{BC}} \in \mathbb{R}^+$, y que el costo fijo de entrada $F \in \mathbb{R}^+$, se obtiene el precio anunciado por la aerolínea 1 para la ruta BC , en función del coste de entrada de la aerolínea 3.

$$P_1^{\widehat{BC}} = -1 + 2\sqrt{F}$$

Note que el mercado es completo ya que para cualquier $F < 1$, el precio $P_1^{\widehat{BC}} < 1$, tal que siendo v lo suficientemente grande ($v > 7/2$), la demanda de la aerolínea 1 en la ruta BC de los pasajeros no conectados y de los pasajeros conectados es igual a 1, como se muestra en las siguientes restricciones de participación de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC .

$$v - (-1 + 2\sqrt{F}) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC$$

$$v - (-1 + 2\sqrt{F}) - 1 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } AC$$

La aerolínea 1 tiene incentivos de anunciar un precio $P_1^{\widehat{BC}} = -1 + 2\sqrt{F}$ en la ruta BC , tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, si el beneficio de la aerolínea 1 de acuerdo al precio anunciado $P_1^{\widehat{BC}}$, es mayor que el beneficio en el caso de que entre la aerolínea 3.

Sea un precio disuasorio $P_1^{\widehat{BC}} = -1 + 2\sqrt{F}$, tal que el mercado esta cubierto, el beneficio de la aerolínea al disuadir la entrada de la aerolínea 3 será:

$$\begin{aligned} \pi_1^{\widehat{NE}} &= -1 + 2\sqrt{F} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + (-1 + 2\sqrt{F}) \\ \longleftrightarrow \pi_1^{\widehat{NE}} &= 4\sqrt{F} - 1 \end{aligned}$$

Sea F lo suficientemente grande, el beneficio de la aerolínea 1, al disuadir la entrada de la aerolínea 3, sera mayor o igual al beneficio de la aerolínea 1 con entrada de la aerolínea 3, por lo tanto, la aerolínea 1 disuadirá la entrada de la aerolínea 3:

$$\begin{aligned} \pi_1^{\widehat{NE}} &\geq \pi_1^E \\ \longleftrightarrow 4\sqrt{F} - 1 &\geq 2 \end{aligned}$$

$$\longleftrightarrow F \geq \frac{9}{16}$$

Si el costo fijo de entrada de la aerolínea 3 es suficientemente grande $F \geq 9/16$, esta no entra al mercado y toda la demanda de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC estará cubierta por la aerolínea 1. \square

Demostración Lema 3

Para un mercado Hub sin entrada, si la valoración de los pasajeros es suficientemente alta, los precios de equilibrio son $P_1^{BC} = v - 1$ y $P_1^{AC} = v - 2$ y todo el mercado esta cubierto.

Demostración. Para encontrar el precio de equilibrio de la ruta BC , siendo esta ruta un mercado cubierto, utilizamos las funciones restricción de participación, en donde l_i^{BC} representa el consumidor mas alejado, para cada aerolínea.



Figura 15: Ruta BC sin entrada

En la ruta BC no conectada, la restricción de participación estará dada de la siguiente forma:

$$v - P_1^{BC} - l_i^{BC} \geq 0 \rightarrow rutaBC$$

Sea q_1^{BC} igual a 1, el pasajero más alejado en términos de preferencias para la aerolínea 1 en la ruta BC , como se muestra en la figura 20.

$$P_1^{BC} \equiv v - 1 \quad (89)$$

Para la ruta AC conectada por la aerolínea 1 en los segmentos BC y AB , se tiene que en el segmento de la ruta AB el pasajero mas alejado en terminos de preferencias para la aerolínea 1 denotado como l_i^{AB} , sera igual a 1, por lo cual la cantidad de pasajeros en el segmento BC que solo viajan en la aerolínea 1 en ambos segmentos será igual a 1, como lo muestra la figura 21.

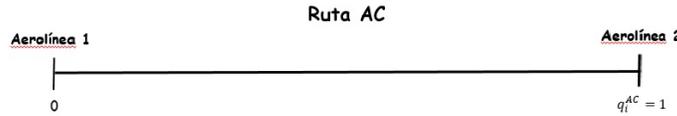


Figura 16: Ruta AC sin entrada

En la ruta AC , las funciones de restricción de participación estaran dadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v - P_1^{AC} - l_i^{BC} - l_i^{AB} &\geq 0 \rightarrow rutaAC \\ v - P_1^{BC} - P_2^{AB} - l_i^{BC} - (1 - l_i^{AB}) &\geq 0 \rightarrow rutaAC \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta las restricciones de compatibilidad de participación y el precio de la aerolínea 1 en la ruta BC , encontramos lo siguiente:

$$\begin{aligned} v - P_1^{AC} - 2 &\geq 0 \rightarrow rutaAC \\ \longleftrightarrow P_1^{AC} &\equiv v - 2 \\ v - (v - 1) - P_2^{AB} - 1 &\geq 0 \rightarrow rutaAC \end{aligned} \quad (90)$$

$$\longleftrightarrow -P_2^{AB} > 0 \rightarrow \text{ruta } AC$$

Resolviendo las restricciones de participación se encuentra el precio de la aerolínea 1 para la ruta AC y mostramos que los consumidores tendrían una utilidad negativa sobre comprar la ruta AC interconectando la aerolínea 1 en el tramo BC y la aerolínea 2 en el tramo AB .

El aumento del precio $P_1^{BC''} = P_1^{BC} + \varepsilon$, no es una desviación provechosa cuando v es lo suficientemente grande:

Sea un valor epsilon decimal $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$, se mostrará que al incrementar el precio de la ruta BC , la demanda de los pasajeros de la ruta BC se reduce mientras que la de los pasajeros de la ruta AC permanece constante, tal como se comprueba reemplazando $P_1^{BC''} = v - 1 + \varepsilon$ en las funciones de restricción de participación.

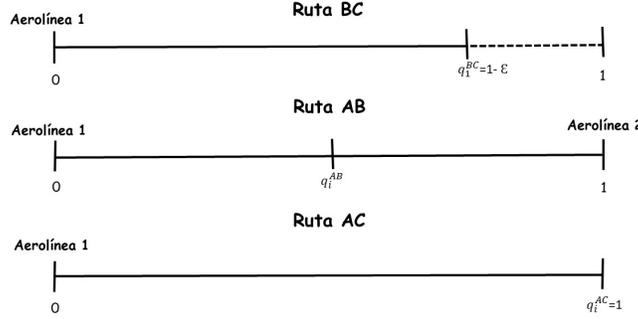


Figura 17: Ruta BC, AB y AC con Hub y sin entrada

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta BC , la demanda se reduce debido a que no todos los pasajeros están dispuestos a viajar bajo este cambio de precio:

$$\begin{aligned} v - (v - 1 + \varepsilon) - 1 &\geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC \\ \longleftrightarrow -\varepsilon &\geq 0 \end{aligned}$$

La demanda de la ruta AC , permanece constante debido a que los pasajeros que interconectan con las 2 aerolíneas tendrán una utilidad negativa :

$$\begin{aligned} v - (v - 1 + \varepsilon) - P_2^{AB} - 1 &\geq 0 \rightarrow \text{ruta } AC \\ \longleftrightarrow -\varepsilon - 1 &\geq 0 \\ \longleftrightarrow -\varepsilon &\geq 1 \end{aligned}$$

La función de beneficios de $\pi_1^{+\varepsilon}$ retomando la ecuación (53) sera:

$$\pi_1^{+\varepsilon} = (v - 1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} + v - 2$$

El aumento del precio $P_1^{BC} + \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 > \pi_1^{+\varepsilon}$:

$$\begin{aligned} 2v - \frac{5}{2} &\geq 2v - \frac{5}{2} + 2\varepsilon - v\varepsilon - \varepsilon^2 \\ \longleftrightarrow 0 &\geq \varepsilon(2 - v) - \varepsilon^2 \\ \longleftrightarrow v &\geq 2 \end{aligned}$$

La reducción del precio $P_1^{BC''} = P_1^{BC} - \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 \geq \pi_1^{-\varepsilon}$:

Sea un valor epsilon decimal $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$, al reducir el precio de la ruta BC , se mostrará que la demanda de los pasajeros de la ruta BC al igual que la de los pasajeros que vuelan en la ruta AC únicamente a través de la aerolínea 1 permanece constante, siempre y cuando la variación de $\varepsilon < 1$, tal como se comprueba reemplazando

$P_1^{BC''} = v - 1 - \varepsilon$ en las funciones de restricción de participación.

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta BC , la demanda permanece constante debido a que todos los pasajeros están dispuestos a viajar bajo este cambio de precio:

$$\begin{aligned} v - (v - 1 - \varepsilon) - 1 &\geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC \\ \varepsilon &\geq 0 \end{aligned}$$

La demanda de la ruta AC , permanece constante para los pasajeros que interlinean los vuelos con la aerolínea 1, ya que si interconectan entre la aerolínea 1 y la aerolínea 2, tendrán una utilidad negativa:

$$\begin{aligned} v - (v - 1 - \varepsilon) - 1 - 1 &\geq 0 \rightarrow \text{ruta } AC \\ \varepsilon - 1 &\geq 0 \end{aligned}$$

La función de beneficios de $\pi_1^{-\varepsilon}$ retomando la ecuación (53) será:

$$\pi_1^{-\varepsilon} = (v - 1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} + v - 2$$

La disminución del precio $P_1^{BC} - \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 \geq \pi_1^{-\varepsilon}$:

$$\begin{aligned} 2v - \frac{5}{2} &\geq 2v - \frac{5}{2} - \varepsilon \\ \longleftrightarrow 0 &\geq -\varepsilon \end{aligned}$$

Sea $P_1^{BC'} = v - 1$ un precio de equilibrio, se mostrará que el aumento de el precio $P_1^{AC''} = P_1^{AC'} + \varepsilon$ no es una desviación provechosa cuando v es lo suficientemente grande:

Sea un valor epsilon decimal $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$, al incrementar el precio de la ruta AC , se mostrara que la demanda de los pasajeros de la ruta AC se reduce mientras que la de los pasajeros que viajan únicamente en la ruta BC permanece constante, tal como se comprueba reemplazando $P_1^{AC''} = v - 2 + \varepsilon$ en las funciones de restricción de participación.

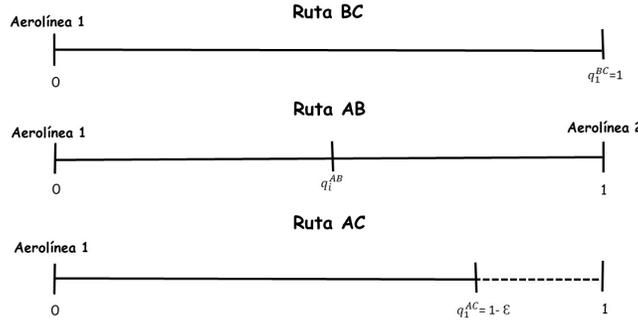


Figura 18: Ruta BC , AB y AC con Hub y sin entrada

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta BC , la demanda permanece constante e igual a 1 ya que el cambio de precios en el mercado conectado $P_1^{AC''}$ es independiente al precio $P_1^{BC'}$ del mercado no conectado:

$$\begin{aligned} v - (v - 1) - 1 &\geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC \\ \longleftrightarrow 0 &\geq 0 \end{aligned}$$

La demanda de la ruta AC , se reduce debido a que no todos los pasajeros que viajan interlineados en la misma aerolínea están dispuestos a viajar bajo este cambio de precio, adicionalmente, ningún pasajero que viaja en el mercado AC conectado por la aerolínea 1 y la aerolínea 2 tiene utilidad positiva:

$$v - (v - 2 + \varepsilon) - 2 \geq 0 \rightarrow \text{rutaAC}$$

$$\longleftrightarrow -\varepsilon \geq 0$$

$$v - (v - 1) - 1 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{rutaAC}$$

$$\longleftrightarrow -1 \geq 0$$

La función de beneficios de $\pi_1^{+\varepsilon}$ retomando la ecuación (53) será:

$$\pi_1^{+\varepsilon} = (v - 1) + \frac{1}{2} + (v - 2 + \varepsilon)(1 - \varepsilon)$$

El aumento del precio $P_1^{AC} + \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 > \pi_1^{+\varepsilon}$:

$$2v - \frac{5}{2} \geq 2v - \frac{5}{2} + 3\varepsilon - v\varepsilon - \varepsilon^2$$

$$\longleftrightarrow 0 \geq \varepsilon(3 - v) - \varepsilon^2$$

$$\longleftrightarrow v \geq 3$$

La reducción del precio $P_1^{AC''} = P_1^{AC} - \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 \geq \pi_1^{-\varepsilon}$:

Sea un valor epsilon decimal $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$, al reducir el precio de la ruta BC , se mostrara que la demanda de los pasajeros de la ruta BC al igual que la de los pasajeros que vuelan en la ruta AC permanece constante, tal como se comprueba reemplazando $P_1^{AC''} = v - 1 - \varepsilon$ en las funciones de restricción de participación.

De acuerdo con las restricciones de participación de la ruta BC , la demanda permanece constante debido a que todos los pasajeros estan dispuestos a viajar bajo este cambio de precio:

$$v - (v - 1) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{rutaBC}$$

$$0 \geq 0$$

La demanda de la ruta AC , permanece constante para los pasajeros que interlinean los vuelos con la aerolínea 1, ya que si interconectan entre la aerolínea 1 y la aerolínea 2, tendrán una utilidad negativa:

$$v - (v - 2 - \varepsilon) - 1 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{rutaAC}$$

$$\varepsilon \geq 0$$

La función de beneficios de $\pi_1^{-\varepsilon}$ retomando la ecuación (53) será:

$$\pi_1^{-\varepsilon} = (v - 1) + \frac{1}{2} + (v - 2 - \varepsilon)$$

La disminución del precio $P_1^{AC} - \varepsilon$ no es una desviación provechosa debido a que $\pi_1 \geq \pi_1^{-\varepsilon}$:

$$2v - \frac{5}{2} \geq 2v - \frac{5}{2} - \varepsilon$$

$$\longleftrightarrow 0 \geq -\varepsilon$$

□

Demostración Lema 4

La aerolínea 1 con Hub, anunciara un precio $P_1^{\overline{BC}} = -361/162 + (49\sqrt{1+27F})/81$ tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y de la ruta AC, cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande ($F \geq 1042093/1500625$).

Demostración. La aerolínea 1 anuncia un precio en la ruta BC denotado como $P_1^{\overline{BC}}$, el consumidor indiferente en la ruta BC representándose tal que $v - (P_1^{\overline{BC}}) - q_i^{BC} = v - P_3^{BC} - (1 - q_i^{BC})$.

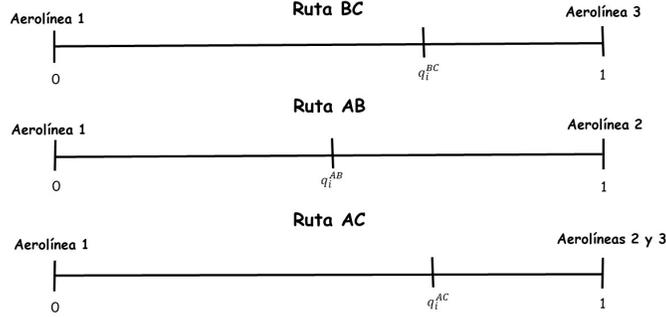


Figura 19: Ruta BC, AB y AC con Hub, entrada y anuncio de cambio de precio $P_1^{\overline{BC}}$

Al resolver la función del consumidor indiferente de la ruta BC se obtienen las siguientes funciones de demanda:

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{\overline{BC}} - P_3^{BC}}{2}$$

$$q_3^{BC} = 1 - q_1^{BC}$$

De acuerdo con lo anterior, Los beneficios de la aerolínea 3 para los pasajeros que vuelan en la ruta BC y en la ruta AC serán:

$$\pi_3 = P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} - P_1^{\overline{BC}}}{2} \right) + P_3^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_3^{BC} + P_2^{AB} - P_1^{AC}}{4} \right) - F$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 3 se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_3^{BC} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{\overline{BC}}}{3} - \frac{P_2^{AB}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6} \quad (91)$$

Para encontrar el precio por medio del cual se disuada la entrada de la aerolínea 3, dejo todos los precios encontrados en la función de sus beneficios expresados en términos de $P_1^{\overline{BC}}$.

Remplazando la ecuación (35) en la ecuación (92) obtenemos el precio de la aerolínea 3 en función del precio anunciado por la aerolínea 1 en la ruta BC y el precio de la aerolínea 2 en la ruta BC.

$$P_3^{BC} = \frac{10}{11} + \frac{4P_1^{\overline{BC}}}{11} + \frac{P_2^{AB}}{11} \quad (92)$$

Remplazando la ecuación (37) en la ecuación (93) obtenemos el precio de la aerolínea 3 en función del precio anunciado por la aerolínea 1 en la ruta BC, dado este precio $P_3^{BC}(P_1^{\overline{BC}})$, lo remplazamos en la ecuación (41) y obtenemos el precio de la aerolínea 2 en función del precio anunciado por la aerolínea 1 en la ruta AB

$$P_3^{BC} = \frac{51}{49} + \frac{18P_1^{\overline{BC}}}{49} \quad (93)$$

$$P_2^{AB} = \frac{179}{147} + \frac{2P_1^{\overline{BC}}}{49} \quad (94)$$

Remplazando las ecuaciones (93) y (94) en la ecuación (37) obtenemos el precio de la aerolínea 1 en función del precio anunciado por la aerolínea 1 en la ruta AC . Por lo cual, un anuncio en el cambio de precio en la ruta BC conlleva a un anuncio en el cambio de precio en la ruta AC tal que:

$$P_1^{\overline{AC}} = \frac{313}{147} + \frac{8P_1^{\overline{BC}}}{49} \quad (95)$$

Remplazando los precios encontrados en función de $P_1^{\overline{BC}}$ en la función de beneficios de la aerolínea 3 y simplificando:

$$\pi_3 = \left(\frac{51}{49} + \frac{18P_1^{\overline{BC}}}{49} \right) \left(\frac{263}{588} + \frac{27P_1^{\overline{BC}}}{98} \right) - F$$

De acuerdo con la condición de entrada, si la aerolínea 1 anuncia un precio $P_1^{\overline{BC}}$, la aerolínea 3 no entrara en la ruta BC si los beneficios son iguales a cero o negativos:

$$\left(\frac{51}{49} + \frac{18P_1^{\overline{BC}}}{49} \right) \left(\frac{263}{588} + \frac{27P_1^{\overline{BC}}}{98} \right) \leq F$$

Usando la función cuadrática y teniendo en cuenta que $P_1^{\overline{BC}} \in \mathbb{R}^+$, y que el costo fijo de entrada $F \in \mathbb{R}^+$, se obtiene el precio anunciado por la aerolínea 1 para la ruta BC , en función del coste de entrada de la aerolínea 3.

$$P_1^{\overline{BC}} = -\frac{361}{162} + \frac{49\sqrt{1+27F}}{81}$$

Note que el mercado es completo ya que para cualquier $F < 27/25$, el precio $P_1^{\overline{BC}'} < 2$, tal que siendo v lo suficientemente grande ($v \geq 7/2$), la demanda de la aerolínea 1, con Hub, en la ruta BC de los pasajeros no conectados es igual a 1, como se muestra en las siguiente restricción de participación de la ruta BC .

$$v - \left(-\frac{361}{162} + \frac{49\sqrt{1+27F}}{81} \right) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta}BC$$

La aerolínea 1 ajusta un precio P_1^{AC} tal que se cumpla la conjetura en la cual el precio de la aerolínea 1 para la ruta interlineada AC será menor o igual al precio de la ruta de la aerolínea 1 en el segmento BC mas el precio de la aerolínea 1 en el segmento AB

$$P_1^{AC} \leq -\frac{361}{162} + \frac{49\sqrt{1+27F}}{81} + 1$$

$$P_1^{AC} \equiv -\frac{199}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{162}$$

El mercado de la ruta AC es completo ya que para todo $F < 27/25$, el precio $P_1^{AC} < 2$, tal que siendo v lo suficientemente grande, ($v \geq 7/2$), la aerolínea 1 con Hub, sirve a todos los pasajeros en la ruta AC :

$$v - \left(-\frac{199}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{162} \right) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta}AC$$

Los beneficios de la aerolínea 1 al disuadir la entrada de la aerolínea 3 son:

$$\pi_1^{\overline{NEH}} = -\frac{361}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{162} + \frac{1}{2} - \frac{199}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{162}$$

$$\longleftrightarrow \pi_1^{\overline{NEH}} = -\frac{479}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{81}$$

La aerolínea 1 tiene incentivos de anunciar un precio $P_1^{\overline{BC}} = -361/162 + 49\sqrt{1+27F}/81$ en la ruta BC , tal que disuada la entrada de la aerolínea 3, si el beneficio de la aerolínea 1, es mayor que el beneficio en el caso de que

entre la aerolínea 3.

Sea F lo suficientemente grande, el beneficio de la aerolínea 1 con Hub, al disuadir la entrada de la aerolínea 3, será mayor o igual al beneficio de la aerolínea 1 con Hub y entrada de la aerolínea 3, por lo tanto, la aerolínea 1 disuadirá la entrada de la aerolínea 3:

$$\begin{aligned} \pi_1^{\overline{NEH}} &\geq \pi_1^{EH} \\ \iff -\frac{479}{162} + \frac{98\sqrt{1+27F}}{81} &\geq 121/50 \\ \iff F &\geq \frac{1042093}{1500625} \approx 0,6924 \end{aligned}$$

Sea F lo suficientemente grande, al anunciar la aerolínea 1 una reducción de su precio y así disuadir la entrada de la aerolínea 3, su beneficio es mayor que en el caso en el que la aerolínea 3 entra al mercado. \square

Demostración Lema 5

La aerolínea 1 anunciará un precio $P_1^{\widehat{BC}'}$ = $-1+2\sqrt{-1+2(F)}$ tal que disuada la entrada con alianza de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC, cuando el costo fijo de entrada es lo suficientemente grande ($F \geq 25/32$).

Demostración. La aerolínea 1 anuncia un precio en la ruta BC denotado como $P_1^{\widehat{BC}'}$, el anuncio de este precio cambia la localización del consumidor indiferente en la ruta BC tal que $v - (P_1^{\widehat{BC}'}) - q_i^{BC} = v - P_{23}^{BC} - (1 - q_i^{BC})$, como se muestra en la figura 34.

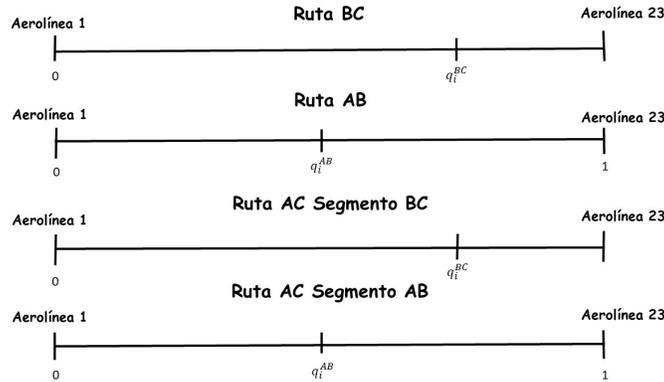


Figura 20: Ruta BC, AB y AC con entrada, alianza y anuncio de cambio de precio $P_1^{\widehat{BC}'}$

Al resolver la función del consumidor indiferente de la ruta BC se obtienen las siguientes funciones de demanda:

$$\begin{aligned} q_1^{BC} &= \frac{1}{2} - \frac{P_1^{\widehat{BC}'} - P_{23}^{BC}}{2} \\ q_{23}^{BC} &= 1 - q_1^{BC} \end{aligned}$$

De acuerdo con lo anterior, Los beneficios de la alianza 23 serán:

$$\pi_{23} = 2P_{23}^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} - P_1^{\widehat{BC}'}}{2} \right) + 2P_{23}^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right)$$

Optimizando la función de beneficio de la aerolínea 23, respecto al precio en la ruta BC se obtiene la siguiente función de reacción:

$$P_{23}^{BC} = \frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{2}$$

La función de beneficios de la aerolínea 3 de acuerdo a la función de reacción del precio P_{23}^{BC} y teniendo en cuenta que, de acuerdo con las funciones de reacción de la ruta AB expresadas en las ecuaciones (41) y (42) $P_{23}^{AB} = P_1^{AB} = 1$, será la siguiente:

$$\begin{aligned} \pi_3 &= \left(\frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{2} \right) + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{2} \right) + \frac{1}{2} - F \\ &\longleftrightarrow \pi_3 = \frac{1}{8} + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{4} + \frac{(P_1^{\widehat{BC}'})^2}{8} + \frac{1}{2} - F \end{aligned}$$

De acuerdo con la condición de entrada, dado el precio anunciado por la aerolínea 1 $P_1^{\widehat{BC}'}$, la aerolínea 3 no entrara en la ruta BC si los beneficios son iguales a cero o negativos:

$$\frac{1}{8} + \frac{P_1^{\widehat{BC}'}}{4} + \frac{(P_1^{\widehat{BC}'})^2}{8} + \frac{1}{2} \leq F$$

Usando la función cuadrática y teniendo en cuenta que $P_1^{\widehat{BC}'} \in \mathbb{R}^+$, y que el costo fijo de entrada $F \in \{\mathbb{R}^+ < 1\}$ se obtiene el precio de anunciado por la aerolínea 1 para la ruta BC , en función de disuadir la entrada de la aerolínea 3 de acuerdo a el costo fijo de entrada.

$$P_1^{\widehat{BC}'} = -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}$$

Note que el mercado es completo ya que para cualquier $F < 1$, el precio $P_1^{\widehat{BC}'} < 1$, tal que siendo v lo suficientemente grande ($v > 7/2$), la demanda de la aerolínea 1 en la ruta BC de los pasajeros no conectados y de los pasajeros conectados es igual a 1, como se muestra en las siguientes restricciones de participación de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC .

$$v - (-1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC$$

$$v - (-1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}) - 1 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } AC$$

Sea un precio disuasorio $P_1^{\widehat{BC}'} = -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}$, tal que el mercado esta cubierto, el beneficio de la aerolínea al disuadir la entrada de la aerolínea 3 será:

$$\begin{aligned} \pi_1^{NEA} &= -1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + (-1 + 2\sqrt{-1 + 2(F)}) \\ &\longleftrightarrow \pi_1^{NEA} = 4\sqrt{-1 + 2(F)} - 1 \end{aligned}$$

Sea F lo suficientemente grande, el beneficio de la aerolínea 1, al disuadir la entrada con alianza de la aerolínea 3, será mayor o igual al beneficio de la aerolínea 1 con entrada y alianza de la aerolínea 3, por lo tanto, la aerolínea 1 disuadirá la entrada de la aerolínea 3:

$$\begin{aligned} \pi_1^{NEA} &\geq \pi_1^{EA} \\ &\longleftrightarrow 4\sqrt{-1 + 2(F)} - 1 \geq 2 \\ &\longleftrightarrow F \geq \frac{25}{32} \end{aligned}$$

Si el costo fijo de entrada de la aerolínea 3 es suficientemente grande $F \geq 25/32$, esta no entra al mercado y toda la demanda de la ruta BC y del tramo BC de la ruta AC estará cubierta por la aerolínea 1. \square

Demostración Lema 6

La aerolínea 1 con Hub, anunciara un precio $P_1^{\overline{BC}'} = -452/246 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/246$ tal que disuada la entrada con alianza de la aerolínea 3, cubriendo todo el mercado de la ruta BC y de la ruta AC, cuando el costo fijo de entrada menos el subsidio de la aerolínea 2 a la aerolínea 3, es los suficientemente grande ($F - t' \geq 3989744/4501875 \approx 0,8862$), tal que siendo $t' \leq 29/25$ el costo fijo sea, $F \geq 13201663/9003750 \approx 1,4662$.

Demostración. Sea el anuncio de un precio disuasorio $P_1^{\overline{BC}'}$, de la aerolínea 1 con Hub, en la ruta BC, se mostrará que bajo cierto costo fijo F , la aerolínea 1 elegirá disuadir la entrada con alianza de la aerolínea 3.

El precio disuasorio anunciado por la aerolínea 1, $P_1^{\overline{BC}'}$ en la ruta BC, cambiara la localización del consumidor indiferente, representado tal que $v - (P_1^{\overline{BC}'}) - q_i^{BC} = v - P_{23}^{BC} - (1 - q_i^{BC})$, como se evidencia en la figura x.

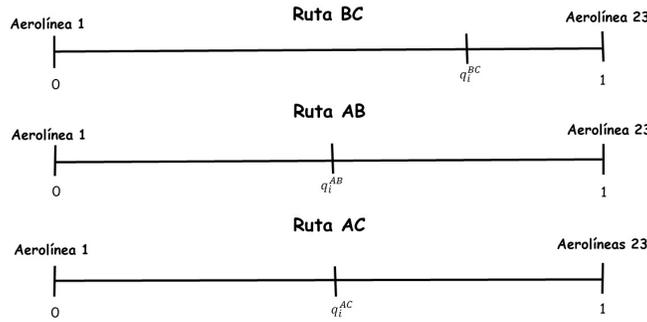


Figura 21: Ruta BC, AB y AC modelo Hub con entrada, alianza y anuncio de cambio de precio $P_1^{\overline{BC}'}$

Al resolver la función del consumidor indiferente de la ruta BC se obtienen las siguientes funciones de demanda:

$$q_1^{BC} = \frac{1}{2} - \frac{P_1^{\overline{BC}'} - P_{23}^{BC}}{2}$$

$$q_{23}^{BC} = 1 - q_1^{BC}$$

De acuerdo con lo anterior, Los beneficios de la alianza 23 serán:

$$\pi'_{23} = P_{23}^{BC} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} - P_1^{\overline{BC}'}}{2} \right) + P_{23}^{AB} \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{AB} - P_1^{AB}}{2} \right) + (P_{23}^{BC} + P_{23}^{AB}) \left(\frac{1}{2} - \frac{P_{23}^{BC} + P_{23}^{AB} - P_1^{AC}}{4} \right)$$

Optimizando las funciones de beneficio de la alianza de aerolíneas 23 se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$P_{23}^{AB} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{AB}}{3} - \frac{P_{23}^{BC}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6}$$

$$P_{23}^{BC} = \frac{2}{3} + \frac{P_1^{\overline{BC}'}}{3} - \frac{P_{23}^{AB}}{6} + \frac{P_1^{AC}}{6}$$

Por simetría con la función de beneficios de la aerolínea 1, en el modelo Hub con alianza y sin entrada disuadida, las funciones de reacción serán:

$$P_1^{AB} = \frac{1}{2} + \frac{P_{23}^{AB}}{2}$$

$$P_1^{AC} = 1 + \frac{P_{23}^{AB}}{2} + \frac{P_{23}^{BC}}{2}$$

Despejando las funciones de reacción en términos del precio disuasorio anunciado por la aerolínea 1, ($P_1^{\overline{BC}'}$):

$$P_{23}^{AB} = \frac{179}{147} + \frac{2P_1^{\overline{BC}'}}{49}$$

$$P_{23}^{BC} = \frac{51}{49} + \frac{18P_1^{\overline{BC}'}}{49}$$

$$P_1^{AB} = \frac{163}{147} + \frac{P_1^{\overline{BC}'}}{49}$$

$$P_1^{AC} = \frac{313}{147} + \frac{10P_1^{\overline{BC}'}}{49}$$

La función de beneficios de la alianza en términos del precio disuasorio:

$$\pi'_{23} = \left(\frac{51}{49} - \frac{18P_1^{\overline{BC}'}}{49} \right) \left(-\frac{1}{49} + \frac{31P_1^{\overline{BC}'}}{98} \right) + \left(\frac{179}{147} - \frac{2P_1^{\overline{BC}'}}{49} \right) \left(\frac{131}{294} + \frac{P_1^{\overline{BC}'}}{98} \right) + \left(\frac{332}{147} - \frac{16P_1^{\overline{BC}'}}{49} \right) \left(\frac{275}{588} + \frac{2P_1^{\overline{BC}'}}{49} \right)$$

El beneficio de la alianza 23 no depende de la transferencia t' ya que es exógena a las preferencias de los pasajeros, por lo cual se mantiene constante y se reparte en partes iguales entre los integrantes de la alianza, tal que le beneficio para la aerolínea 3 será:

$$\pi_3 = \frac{\pi'_{23}}{2} + t - F \leq 0$$

$$\longleftrightarrow \pi_3 = \frac{1476(P_1^{\overline{BC}'})^2 + 5424P_1^{\overline{BC}'} + 22722}{28812} + t' - F \leq 0$$

Usando la función cuadrática y teniendo en cuenta que $P_1^{\overline{BC}'} \in \mathbb{R}^+$, y que el costo fijo de entrada $F \in \mathbb{R}^+$, se obtiene el precio anunciado por la aerolínea 1 para la ruta BC , en función del coste de entrada de la aerolínea 3 y de la transferencia realizada por la aerolínea 2.

$$P_1^{\overline{BC}'} = -\frac{452}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246}$$

Note que el mercado es completo ya que para cualquier $F - t' < 83/50$, el precio $P_1^{\overline{BC}'} \in \mathbb{R}^+ < 5/2$, tal que siendo v lo suficientemente grande ($v \geq 7/2$), la demanda de la aerolínea 1 en la ruta BC de los pasajeros no conectados es igual a 1, como se muestra en la siguiente restricción de participación de la ruta BC .

$$v - \left(-\frac{452}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246} \right) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } BC$$

En un mercado donde se disuade la entrada de la aerolínea 3, la aerolínea 1 ajusta un precio P_1^{AC} tal que se cumpla la conjetura en la cual el precio de la aerolínea 1 para la ruta interlineada AC será menor o igual al precio de la ruta de la aerolínea 1 en el segmento BC mas el precio de la aerolínea 1 en el segmento AB .

$$P_1^{AC} \leq -\frac{452}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246} + 1$$

$$P_1^{AC} \equiv -\frac{103}{123} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246}$$

El mercado de la ruta AC es completo ya que para todo $F - t' < 83/50$, el precio $P_1^{AC} < 5/2$, por lo tanto, la aerolínea 1 sirve a todos los pasajeros en la ruta AC :

$$v - \left(-\frac{103}{123} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246} \right) - 1 \geq 0 \rightarrow \text{ruta } AC$$

Sea disuadida la entrada de la aerolínea 3 bajo un precio disuasorio anunciado por la aerolínea 1 con Hub, $P_1^{\overline{BC}'} = -452/246 + 49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}/246$, tal que el mercado está cubierto. La aerolínea 1 ajustará una

sola tarifa para realizar vuelos interlineados, $P_1^{AC} = P_1^{\overline{BC}'} + 1$, de los tramos BC y AB de la ruta AC , tal que los beneficios de la aerolínea 1 con Hub y disuasión de la entrada de la aerolínea 3 con alianza, son:

$$\begin{aligned}\pi_1^{NEAH} &= -\frac{452}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246} + \frac{1}{2} - \frac{103}{123} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{246} \\ &\longleftrightarrow \pi_1^{NEAH} = -\frac{533}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{132}\end{aligned}$$

Sea F lo suficientemente grande, el beneficio de la aerolínea 1 con Hub al disuadir la entrada con alianza de la aerolínea 3, será mayor o igual al beneficio de la aerolínea 1 con Hub y entrada con alianza de la aerolínea 3, por lo tanto, la aerolínea 1 disuadirá la entrada de la aerolínea 3:

$$\begin{aligned}\pi_1^{NEAH} &\geq \pi_1^{EAH} \\ &\longleftrightarrow -\frac{533}{246} + \frac{49\sqrt{3(-101 + 164(F - t'))}}{143} \geq \frac{121}{50} \\ &\longleftrightarrow F - t' \geq \frac{3989744}{4501875} \approx 0,8862\end{aligned}$$

Sea la transferencia t' , un subsidio de la aerolínea 2 a la aerolínea 3, tal que los beneficios de la aerolínea 2 con entrada y alianza $\pi_2^{EAH} = 27/25 - t'$ sean mayores o iguales al beneficio al ser disuadida la entrada con alianza de la aerolínea 3 $\pi_1^{NEAH} = 1/2$:

$$t' \leq \frac{29}{50}$$

De acuerdo con lo anterior, sea un costo fijo de entrada $F \geq 3989744/4501875 + t'$, la aerolínea 1 disuade la entrada con alianza de la aerolínea 3 si F es lo suficientemente grande:

$$F \geq \frac{13201663}{9003750} \approx 1,4662$$

□

Referencias

- Huston J. H. and Butler R. V. (1991) The location of airline hubs. *S. Econ. J.* Vol. 57, pp. 975-981.
- Berry S., Carnall M. and Speller Pt. (1995) Airline Hubs: Cost and Demand. Mimeo, Yale University.
- Borenstein S. (1989) Hubs and High Fares: Dominance and Market Power in the U.S. Airline Industry. *RAND Journal of Economics*, Vol. 20, pp. 344-365.
- Brueckner J.K., Dyer N.J., and Spiller Pt. (1992) Fare Determination in Airline Hub-and-Spoke Networks. *RAND Journal of Economics*, Vol. 23, pp. 309-333.
- Bruckner J.K. (2002) Airport Congestion When Carriers Have Market Power. *Am. Econ. Rev.* Vol. 92 pp.1357-1375.
- Shy, O. (2001) *The Economics of Network Industry*. Cambridge University Press.
- Billette de Villemeur. (2004) Regulation in the air: fare-and-frequency caps. *Transportation Research Part E* 40, pp. 465-476.
- Rose, N. (2014) How the Airline Market Work...or Do They? Regulatory Reform in the Airline Industry. NBER pp. 63-135.
- Kahn A.E. (1993) The Competitive Consequences of Hub Dominance: A Case Study. *Review of Industrial Organization*, Vol. 8, pp. 381-405.
- Reiss P. and Spiller P. (1989) Competition and Entry in Small Airline Markets. *Journal of Law and Economics*, Vol. 32, pp. S179-S202.
- Lijesen M.G., Rietveld P., and Nijkamp, P. (2004). Do European carriers charge hub premiums? *Netw. Spatial Econ*, Vol. 4, pp.347-360.
- Berechman J., Poddar S., and Shy O. (1998) Network Structure and Entry in the Deregulated Airline Industry. *Keio Economic Studies*, Vol. 35(2), pp. 71-82.
- Hendricks K., Piccione M., and Tan G. (1997) Entry and exit in hub-spoke networks. *Rand Journal of Economics*, Vol. 28(2), pp. 291-303.

- Oum T. H., Zhang A. and Zhang Y. (1993) Inter-firm rivalry and firm-specific price elasticities in deregulated airline markets. *Journal of Transport Economics and Policy*. Vol 27. pp. 171-192.
- Oum T. H., Zhang A. and Zhang Y. (1995) Airline network rivalry. *Canadian Journal of Economics*. Vol 28. pp. 836-857.
- Oum, T.H., Zhang, A. and Zhang Y. (2004) Alternative forms of economic regulation and their efficiency implications for airports. *Journal of Transport Economics and Policy*. Vol 38. pp. 217-246.
- Zhang A., Zhang Y. (1997) Concession revenue and optimal airport pricing. *Transportation Research. Part E, Logistics and Transportation Review*. Vol 33. pp. 287-296.
- Zhang A., Zhang Y. (2006) Rivalry between strategic alliances. *International Journal of Industrial Organization* Vol. 24, pp. 287-301.
- Lin M.H. (2005) Alliances and entry in a simple airline network. *Economics Bulletin*. Vol. 12(2), pp. 1-11.
- Lin M.H. (2008) Airline alliances and entry deterrance. *Transportation Research Part E* 44. pp. 637-652.
- Douglas G.W., Miller III. J.C. (1974) Quality Competition, Industry Equilibrium, and Efficiency in the Price-Constrained Airline Market. *The American Economic Review* Vol. 64, pp 657-669.
- Morrison S.A. (1989) The Equity and Efficiency of Runway Pricing. *Journal of Public Economics*. Vol 34. pp. 45-60.
- Berechman J. and Shy O. (1993) Airline Deregulation and the Choice of Networks. Mimeo, Public Policy and Economics Department, Tel-Aviv University.