

**Universidad del Rosario - Facultad de Economía**  
**Microeconomía III - 2019-I**  
**Taller 5 - Bienes públicos**

**Profesores:** Darwin Cortés y Daniel Gómez V.

**Monitoras:** Camila Kairuz y Sylvia Sofía Pedraza.

1. La Sra. Alpha y el Sr. Beta se acaban de divorciar. Ellos han acordado que el Sr. Beta criará a su único hijo, el pequeño José Alpha-Beta. Los padres no guardan rencor alguno por el otro, y cada uno está preocupado sobre el bienestar del pequeño José. Sus preferencias están dadas por las funciones de utilidad:

$$u^A(x, y_A) = x^\alpha y_A$$

$$u^B(x, y_B) = x^\beta y_B$$

Donde  $y_A$  y  $y_B$  denotan los miles de dólares consumidor directamente por el padre respectivo en un año, y  $x$  denota miles de dólares por año consumidor por José (por ejemplo, si  $\beta = 1/3$  y el Sr. Beta consume \$30.000 él mismo y José consume \$27.000, luego  $x = 27$ ,  $y_B = 30$ , y  $u^B(x, y_B) = 90$ .)

El consumo de José es la suma de las contribuciones de apoyo de su mamá y papá,  $s_A + s_B$ , también en miles de dólares. Estas contribuciones son voluntarias, asuma que  $\alpha = 1/4$  y  $\beta = 1/3$ .

- (a) Suponga que la mamá de José no puede contribuir nada a la manutención de José, luego el Sr. Beta debe contribuir, de su ingreso anual de \$ 40.000 para su consumo propio,  $y_B$  y el consumo de José,  $x$ . Exprese la restricción presupuestal del Sr. Beta analítica y gráficamente. Determine la tasa marginal de sustitución entre  $x$  y  $y_B$  y la elección que él va a hacer. ¿Cuáles niveles de  $x$  y  $y_B$  escogerá el Sr. Beta?
- i. Escriba el problema de maximización.
  - ii. Resuélvalo siendo claro con el procedimiento.
  - iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
- (b) Ahora, la Sra. Alpha va a aportar a la manutención de José. pero ella va a observar la contribución del Sr. Beta,  $s_B$  y luego escogerá su contribución,  $s_A$ . Suponga que el Sr. Beta hace lo mismo. Si el ingreso anual de la Sra. Alpha es \$48.000, ¿cuáles serán las contribuciones de equilibrio al sostenimiento de José?
- i. Escriba el nuevo problema de maximización.
  - ii. Resuélvalo siendo claro con el procedimiento.
  - iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
- (c) Determine las ecuaciones que caracterizan la asignación óptimo-Paretiana
- i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (d) Indique alguna de las dificultades que encontraría una tercera persona al intentar implementar algún método para llegar a las asignaciones óptimas de Pareto.
- i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
  - ii. Use máximo cinco líneas.
  - iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

## 2. Examen final 2016-I

La ciudad de Bogotá tiene  $n$  hogares, cada uno es dueño de un carro. A los residentes en Bogotá solo les interesa dos cosas en la vida: conducir sus carros y consumir maíz. Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i(x^i, y^i) = y^i + v^i(x^i) - a^i H$$

Donde  $y^i$  denota el consumo de maíz,  $x^i$  denota las millas conducidas, y  $H$  denota el nivel de hidrocarburos en el aire. Los autos usan maíz como gasolina, cada milla conducida usa  $c$  unidades de maíz, pero la quema de maíz genera  $b$  unidades de hidrocarburos en el aire por cada milla conducida. En otras palabras,  $H = (x^1 + x^2 + \dots + x^n)b$ .

Vamos a denotar como  $A$  la suma de todos los parámetros  $a^i$  en la población y  $X$  el total de millas conducidas por toda la población. La función  $v^i(x^i)$  es estrictamente creciente y cóncava. Considere solamente asignaciones en las que cada  $x^i$  y cada  $y^i$  es positivo. Cada hogar tiene una asignación positiva de maíz.

- (a) Escriba las  $n$  condiciones marginales que caracterizan el equilibrio. Interpretélas con palabras.
  - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
  - ii. Use máximo cinco líneas.
  - iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) En comparación con la asignación eficiente, determine si todas las familias conducen en exceso; o conducen muy poco; o una conducen mucho y otras muy poco, según los datos del problema.
  - i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (c) Escriba las  $n$  condiciones marginales que caracterizan las asignaciones eficientes. Interpretélas con palabras.
  - i. Escriba la condición de primer orden.
  - ii. Explique intuitivamente la diferencia de esta condición con la del punto a.
  - iii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

## 3. Examen final 2016-II

La ciudad de Bogotá tiene  $N$  hogares. Las preferencias de los hogares dependen de la cantidad del bien privado que consumen ( $x^i$ ) y el metro de la ciudad ( $y$ ). Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i(x^i, y) = x^i + \theta \ln(y)$$

Donde  $y$  denota la cantidad de metro construido,  $x^i$  denota la cantidad de bien privado consumido. Cada hogar tiene una dotación de 10 unidades del bien privado (únicamente). La tecnología de producción del metro está dada por

$$y = f(q) = q$$

Donde  $q$  es la cantidad total del bien privado usado para construir el metro.

- (a) ¿Cuáles son las asignaciones óptimo paretianas? ¿Cómo cambia la respuesta si cambia  $N$ ? (considere un cambio marginal en  $N$ ).
  - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

- ii. Use máximo cinco líneas.
  - iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) Si cada hogar contribuye *simultáneamente* parte de su dotación a la construcción del metro, ¿cuál es la contribución voluntaria de cada hogar en el equilibrio de Nash? ¿En qué se diferencia de la solución del punto anterior?
- i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a.
  - ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (c) ¿Qué alternativa de política puede usar para que en equilibrio se obtenga una asignación eficiente? Mencione una y explíquela.
- i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

#### 4. Segundo parcial 2017-I

El consejo estudiantil de la Facultad quiere hacer una fiesta para recoger fondos para las becas de la universidad. Para tal fin se propone recoger contribuciones voluntarias, todo el que contribuya puede ir a la fiesta independientemente de la contribución que haga. Suponga que hay dos tipos de estudiantes: unos ricos que no les gustan mucho las fiestas y otros pobres que les gustan mucho las fiestas.

Los estudiantes de tipo 1 (los ricos) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado:

$$U^1(x_1^1, y) = x_1^1 y, \quad w^1 = 20$$

Donde  $x_1^1$  es el consumo del bien privado, e  $y$  es la fiesta del consejo.

Los estudiantes de tipo 2 (los pobres) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado

$$U^1(x_1^2, y) = x_1^2 y^2, \quad w^2 = 10$$

Donde  $x_1^2$  es el consumo del bien privado, e  $y$  es la fiesta del consejo.

Las contribuciones voluntarias de cada tipo de estudiante las podemos denotar como  $z^1$  y  $z^2$ , respectivamente. El bien público se produce con el privado siguiendo la siguiente función de producción:  $y = z^1 + z^2$

- (a) Encuentre el equilibrio de contribuciones voluntarias. Interprete.
- i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
  - ii. Use máximo cinco líneas.
  - iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) Encuentre la asignación eficiente. Compare con los resultados del punto a) e interprete.
- i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a).
  - ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (c) Suponga que la universidad tiene 10 unidades del bien privado y está pensando en asignárselos a alguno de los tipos de estudiantes (o a ambos) con el objetivo de maximizar las contribuciones voluntarias a la fiesta. ¿A quién se los daría? Justifique su respuesta.
- i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

5. **Segundo parcial 2017-II**

Alexandra y Daniel son dos amigos que, aparte de comer alitas, también les gusta la música. Sin embargo, sólo Alexandra es músico, Daniel no. Sea  $x$  el número de horas al día que Alexandra se dedica a escribir, tocar y grabar su instrumento en un estudio que le cobra \$4 por cada hora que ella esté produciendo. Sean  $y^A$  y  $y^D$  los niveles de consumo que Alexandra y Daniel, respectivamente, gastan en otros bienes que no sean música. Cada uno cuenta con \$ 100 diarios. Las preferencias de ellos vienen dadas por las siguientes funciones:

$$u^A(x, y^A) = y^A + 8x - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{para Alexandra}$$

$$u^D(x, y^D) = y^D + 12x - \frac{1}{2}x^2 \quad \text{para Daniel}$$

- (a) ¿Cuántas horas escogerá cada uno de acuerdo al equilibrio de contribuciones voluntarias?
  - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
  - ii. Use máximo cinco líneas.
  - iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) Encuentre la asignación eficiente. Compare sus resultados con el literal anterior.
  - i. Explique intuitivamente la diferencia de esta solución con la del punto a.
  - ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (c) Calcule los precios de Lindahl que permiten alcanzar las horas eficientes en el estudio. Explique sus resultados.
  - i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

6. **Segundo parcial 2018-I**

Alexandra y Bernardo viven juntos. Cada uno se preocupa por el nivel de limpieza de la casa que comparten y por el nivel de ocio de cada uno. Sin embargo, a Alexandra le preocupa más el aseo que a Bernardo. Así, siendo  $x$  el nivel de limpieza del hogar,  $y^A$  y  $y^B$  el nivel de ocio que hacen Alexandra y Bernardo, respectivamente, las funciones de utilidad vienen dadas por:

$$U^A(x, y^A) = \min\{2x, y^A\}$$

$$U^B(x, y^B) = \min\{x, y^B\}$$

La única manera de convertir ocio en limpieza es a la tasa de una hora de ocio por una hora de limpieza. Si no se destina ninguna hora de ocio en limpieza de la casa, el nivel de limpieza sería  $x = 0$ . Alexandra y Bernardo cuentan con una dotación total de 120 horas.

- (a) Catalina, la mamá de Alexandra, dice conocerlos bien y les propone distintas asignaciones de tiempo. Sin embargo, Alexandra no está segura si esas asignaciones serían eficientes para ella y para Bernardo. Las asignaciones son:
  - I  $(x, y^A, y^B) = (30, 60, 30)$
  - II  $(x, y^A, y^B) = (60, 20, 40)$
  - III  $(x, y^A, y^B) = (40, 50, 40)$
  - IV  $(x, y^A, y^B) = (36, 40, 36)$

¿Usted sabe si estas asignaciones son eficientes en términos de Pareto? Determine cuál o cuáles asignaciones son Pareto-eficientes y en cada caso explique por qué lo es o por qué no.

- i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- ii. Interprete los resultados.

Para los literales b) y c), asuma que las 120 horas disponibles se dividen por igual entre Alexandra y Bernardo.

- (b) ¿Podría la asignación I mantenerse en un equilibrio de contribuciones voluntarias? Responda Si o No. En caso afirmativo, encuentre el nivel de contribuciones que debería hacer cada uno.
  - i. Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
  - ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (c) Existe un equilibrio de Lindahl que mantenga la asignación I? Responda Si o No. En caso afirmativo, encuentre el equilibrio de Lindahl. Compare sus resultados con los obtenidos en el literal b).
  - i. Escriba el procedimiento sin dejar por fuera ningún paso principal.
  - ii. En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.

### 7. Segundo parcial 2018-II

La cebolla cabezona es la segunda hortaliza más consumida en Colombia, después del tomate. En el país se producen cerca de 200.000 toneladas anuales, de las cuales 36.000 provienen del municipio de Aquitania, en el departamento de Boyacá. En este municipio sólo hay dos residentes dispuestos a vivir en los límites de la cabecera municipal, Carlos y Sergio. Un vendedor está de visita en el municipio y ofrece un dispositivo que toma como insumo el olor de la cebolla y expulsa aire limpio. Las preferencias de Carlos y Sergio por el aire limpio ( $L$ ) y el consumo en todos los otros bienes privados ( $x^i$ ) vienen dadas por:

$$U^i(x^i, L) = 5 \ln(x^i) + \ln(L) \quad \text{para } i = C, S.$$

La provisión total de aire limpio está dada por la suma de las compras individuales:  $L = L^C + L^S$ . Carlos cuenta con un ingreso de \$480 mientras que Sergio cuenta con un ingreso de \$360. Adicionalmente, el precio del aire limpio es de 2 mientras que el precio de los bienes privados es la unidad.

- (a) Encuentre la cantidad de aire limpio que querrán Carlos y Sergio de acuerdo al equilibrio de contribuciones voluntarias. ¿Esta asignación es eficiente? Explique su respuesta.
  - i. Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
  - ii. En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.

Suponga que la alcaldía de Aquitania está preocupada por el olor a cebolla, por lo cual decide imponer un nivel determinado de aire limpio que será financiado por medio de un modelo de financiamiento pagado por Carlos y Sergio.
- (b) ¿Cuál es el nivel de aire limpio que determinará la alcaldía? ¿Cómo debe ser la asignación de financiamiento entre Carlos y Sergio?
  - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
  - ii. Interprete los resultados.
- (c) Si la alcaldía de Aquitania decide no intervenir, ¿pueden Carlos y Sergio alcanzar el nivel de aire limpio que desea determinar la alcaldía? ¿Podría existir algún problema para alcanzar esta asignación?
  - i. Responda intuitivamente la pregunta formulada
  - ii. Explique el concepto en que soporta su respuesta.
  - iii. Use máximo cinco líneas.
  - iv. Use frases cortas con sujeto y predicado.

## Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
  - Justificar analítica y gráficamente su resultado.
1. Para que la sociedad obtenga el máximo beneficio de un bien público, el bien debe ser provisto hasta el punto en el cual:
    - (a) El costo marginal es igual al beneficio marginal.
    - (b) Cada miembro de la sociedad obtiene el mismo beneficio del bien.
    - (c) El costo marginal excede el beneficio marginal.
    - (d) El beneficio marginal excede el costo marginal.
  2. Pedro, Juan y Diego son pastores, y cada uno posee un rebaño de 10 cabras. Ellos están pensando en la posibilidad de comprar un predio entre los tres para hacer pastar sus cabras. Si compran el predio, ¿A qué problema se podrán ver enfrentados?
  3. En presencia de bienes públicos puros una manera de recuperar la eficiencia es mediante un tipo de intervención pública, consistente en considerar el bien público como un bien distinto para cada consumidor, de modo que, aunque las cantidades consumidas son necesariamente las mismas, este bien público puede tener un precio diferente para cada consumidor (precio personalizado). Bajo esta premisa, es cierto que:
    - (a) Igual que el procedimiento de suscripción voluntaria, se obtiene una producción insuficiente de bienes públicos.
    - (b) La suma de relaciones marginales de transformación entre el bien público y el bien privado debe ser igual a la relación marginal de sustitución entre bien público y bien privado.
    - (c) El equilibrio corresponde a un equilibrio de Nash de un juego no cooperativo, y existe bajo las condiciones habituales.
    - (d) En el equilibrio existe un vector de precios personalizados, que permite que todos los efectos externos sean internalizados.