

Universidad del Rosario - Facultad de Economía
Microeconomía III - 2017-I

Taller 2 - Equilibrio general: Economía con producción

Profesor Darwin Cortés.

Monitor Daniel Gómez V.

1. Economía 2x2x2x2

Considere una economía descrita por los siguientes agentes y las siguientes características:

Productores

$$X_1(K_1, L_1) = \sqrt{K_1 L_1}; \quad X_2(K_2, L_2) = \sqrt{K_2 L_2}$$

Consumidores

$$u^1(x_1^1, x_2^1) = \sqrt{x_1^1 x_2^1}; \quad u^2(x_1^2, x_2^2) = \sqrt{x_1^2 x_2^2}$$

Donde las dotaciones de factores son $\bar{K}^1 = 1$; $\bar{K}^2 = 0$; $\bar{L}^1 = 0$; $\bar{L}^2 = 1$. Las participaciones de los beneficios pertenecientes a cada consumidor son $\theta_1^1 = \theta_2^1 = \frac{1}{2}$; $\theta_1^2 = \theta_2^2 = \frac{1}{2}$.

- (a) Halle la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP).
 - i. Defina en palabras el conjunto de puntos que conforman la FPP.
 - ii. Derive analíticamente la función.
 - iii. Encierre su respuesta en un recuadro.
- (b) Halle la Tasa Marginal de Transformación.
 - i. Explique el proceso necesario para encontrarla.
 - ii. Interprete su resultado.
- (c) Halle el equilibrio general, asumiendo $p = (p_1, p_2)$ y r, w para K, L respectivamente.
 - i. Escriba el problema de maximización para consumidores y productores.
 - ii. Determine las condiciones de optimalidad e interprételas en función de los parámetros.
 - iii. Escriba sus respuestas encerradas en un recuadro.
- (d) Grafique la caja de Edgeworth dentro de la FPP.
 - i. Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.
 - ii. Explique como se relaciona TMS con TMST.

2. Economía Robinson-Crusoe

Considere la siguiente economía de Robinson-Crusoe. El consumidor tiene una función de utilidad que depende del ocio (x_1) y de un bien de consumo (x_2) dada por

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2 + 4(x_1 x_2)^4 + \ln x_1 + \ln x_2 + x_1 x_2 \exp(x_1 x_2)^3$$

La dotación total del ocio está medida en unidades de tiempo dada por $h = 1$. Este consumidor puede transformar su trabajo z (i.e. el tiempo disponible no dedicado al ocio) en el bien de consumo dada una función de producción $f(z) = z^{1/2}$. El ocio se vende en este mercado a un salario w y el bien de consumo a un precio p .

- (a) Encuentre la demanda del bien y demanda del ocio (i.e. oferta de trabajo)
 - i. Enuncie algún principio de la teoría del consumidor y del equilibrio general que pueda usar para simplificar.
 - ii. Encuentre las funciones de demanda del bien y del ocio.
- (b) Encuentre la demanda no condicionada de trabajo, la oferta del bien y la función de beneficios.
 - i. Interprete las funciones de demanda encontradas.
- (c) Encuentre el equilibrio walrasiano.
 - i. Grafique en el espacio (x_1, x_2) , señalando todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

3. Economía 3x2x1x1 (3 bienes, 2 consumidores, 1 firma y 1 factor de producción)

Considere una economía competitiva con producción en la cual hay una sola firma que produce un bien llamado bien 2, usando como insumo el bien 3 según la siguiente función de producción:

$$X_2 = \sqrt{X_3}$$

Los beneficios se distribuyen por partes iguales entre dos consumidores, A y B, cuyas funciones de utilidad y dotaciones son:

$$U_i = X_{i1}^{1/2} X_{i2}^{1/2}; \quad i = A, B \quad w_i = (w_1, w_2, w_3) = (2, 0, 1)$$

- (a) Halle el equilibrio general de esta economía.
- (b) Plantee y resuelva el problema de maximización de la firma. Halle la oferta del bien, la demanda del factor y los beneficios óptimos.
 - i. Resuelva el problema del consumidor. Recuerde que cada consumidor posee la mitad de la firma.
- (c) Calcule las cantidades óptimas de todos los bienes en esta economía.
 - i. Demuestre que los mercados se vacían.
 - ii. Explique intuitivamente la cantidad de equilibrio de cada bien. (Tenga en cuenta la función de producción de la firma y las preferencias de los consumidores).

4. Economía de un factor de producción, dos bienes finales y dos consumidores

Dos firmas producen dos bienes en una economía, siendo el trabajo el único factor productivo. Las funciones de producción son:

$$X_1 = L_1^{1/2}; \quad X_2 = L_2^{1/2}$$

La cantidad total de trabajo es 16.

Considere, además, que en la economía hay dos consumidores, A y B. Toda la producción del bien X_1 se le entrega como dotación inicial al consumidor A y toda la del bien X_2 al consumidor B. Las funciones de utilidad de los consumidores son:

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = (x_1^A)^2 x_2^A$$

$$U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B (x_2^B)^2$$

- (a) Halle la Frontera de Posibilidades de Producción (FPP).
 - i. Derive analíticamente la función.
 - ii. Encierre su respuesta en un recuadro.
 - (b) Encuentre las cantidades producidas de ambos bienes.
 - i. Escriba el problema de maximización.
 - ii. Encuentre las condiciones de primer orden.
 - (c) Encuentre los precios correspondientes al equilibrio general competitivo.
 - i. Explique intuitivamente cada paso.
 - ii. Encierre su respuesta en un recuadro.
 - (d) ¿El equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto?
 - i. Explique analítica e intuitivamente su respuesta.
 - ii. Escriba su respuesta en máximo cinco líneas.
5. En una economía de intercambio y producción de dos mercancías, se utiliza la primera para producir la segunda. El conjunto agregado de tecnología está dado por:

$$Y^1 = Y^2 = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 : y_1 \leq 0, y_2 \leq \sqrt{-y_1}\}$$

Existen dos consumidores cuyos conjuntos de consumo están dados por $X^i = [-4, 0] \times \mathbb{R}_+$ y las preferencias están dadas por las siguientes funciones de utilidad

$$u^1(x_1, x_2) = (x_1^1 + 4)^{\frac{1}{4}} (x_2^1)^{\frac{3}{4}}$$

$$u^2(x_1, x_2) = (x_1^2 + 4)^{\frac{3}{4}} (x_2^2)^{\frac{1}{4}}$$

Los consumidores tienen dotación inicial del bien 2 nula, mientras 4 es el tiempo máximo que podrían trabajar. Las participaciones sobre los beneficios de las firmas (s^{ij} , siendo i los individuos y j las firmas) son $s^{11} = s^{22} = 0,25$ y $s^{21} = s^{12} = 0,75$.

- (a) Resuelva el problema de los productores.
 - i. Escriba el problema de maximización.
 - ii. Explique intuitivamente las condiciones de primer orden.
 - iii. Encuentre la función de beneficios.
- (b) Encuentre la función de demanda de cada consumidor.

Pista: $-x_1^i$ es la oferta que se hace de trabajo y por lo tanto $(x_1^i + 4)$ es la demanda que hace de ocio.

 - i. Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor.
 - ii. Establezca las funciones de demanda.
 - iii. Determine los excesos de demanda.
- (c) Encuentre los precios de equilibrio.
 - i. Describa el papel de la Ley de Walras en este proceso.
 - ii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (d) Encuentre el equilibrio walrasiano.
 - i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

6. Segundo parcial 2016-1

Suponga una economía con tres mercancías, dos firmas y un consumidor. Las mercancías 1 y 2 se producen utilizando la mercancía 3 como insumo. Las funciones de producción están dadas por:

$$y_1(z_3^1) = 2z_3^1, \quad y_2(z_3^2) = \frac{1}{2}z_3^2$$

Suponga que la mercancía 3 es el numerario.

- (a) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de las mercancías 1 y 2? Explique.
- Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
 - Use frases cortas con sujeto y predicado.

El único consumidor tiene las siguientes preferencias y las siguientes dotaciones:

$$U^1(x_1^1, x_2^1) = (x_1^1)^{\frac{1}{5}} (x_2^1)^{\frac{4}{5}}, \quad w^1 = (w_1^1, w_2^1, w_3^1) = (0, 0, 4)$$

- (b) Demuestre que se cumple la ley de Walras.
- Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
 - En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (c) Encuentre el equilibrio Walrasiano.
- Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
- (d) Demuestre que se cumple el primer teorema del bienestar.
- Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (e) Grafique los resultados del punto c (incluyendo la curva de indiferencia de equilibrio y la frontera de posibilidades de producción).
- Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

7. Economía de dos factores de producción, dos bienes finales y un consumidor

El consumidor tiene como dotaciones iniciales dos unidades de trabajo, dos unidades de capital y es dueño de las firmas de la economía. Las preferencias del consumidor están dadas por:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$$

Asuma que el bien 1 es el numerario. La frontera de posibilidades de producción de esta economía está dada por:

$$y_2 = 2 - y_1$$

donde y_2 son las cantidades producidas del bien 2 y y_1 son las cantidades producidas del bien 1.

- (a) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de los bienes finales?
- Escriba el procedimiento en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal).
 - En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (b) ¿Cuáles son las cantidades demandadas y ofrecidas de los bienes finales en el equilibrio?
- Escriba los problemas de maximización que enfrentan los agentes.
 - Explique intuitivamente su resultado.

Las tecnologías de producción de esta economía están dadas por

$$y_1 = L_1^{1/2} K_1^{1/2}$$

$$y_2 = L_2^{1/2} K_2^{1/2}$$

- (c) ¿Cuáles son las cantidades demandadas de factores en el equilibrio?
- Encierre su respuesta en un recuadro.
- (d) ¿Cuáles son los precios de equilibrio de los factores? [Ayuda: Use la función de beneficios de las empresas]
- Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
 - Use frases cortas con sujeto y predicado.

Suponga que hay un cambio de los gustos del consumidor del tal forma que las nuevas preferencias están dadas por la siguiente función:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/3}$$

- (e) ¿Qué cambios hay en las cantidades demandadas (y producidas) de los bienes finales en el equilibrio?
- Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal). En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.

8. Segundo parcial 2016-2

Suponga una economía con tres mercancías, una firma y dos consumidores. La firma produce las mercancías 1 y 2 utilizando la mercancía 3 como insumo (producción conjunta). La función de producción sigue la siguiente restricción tecnológica:

$$y_1^2 + y_2^2 = Az_3$$

El consumidor 1 es capitalista y su ingreso proviene únicamente de los beneficios de la empresa. Sus preferencias y dotaciones iniciales son

$$U^1(x_1^1, x_2^1) = x_1^1 x_2^1 \quad ; \quad w^1(w_1^1, w_2^1, w_3^1) = (0, 0, 0)$$

El consumidor 2 es trabajador y su ingreso proviene únicamente de su trabajo (mercancía 3). Sus preferencias y dotaciones iniciales son

$$U^2(x_1^2, x_2^2) = x_1^2 - (x_3^2)^2 \quad ; \quad w^2(w_1^2, w_2^2, w_3^2) = (0, 0, R_3)$$

Donde x_3^2 es la cantidad de tiempo que el trabajador dedica a trabajar y R_3 es la cantidad total de tiempo de la que dispone el trabajador.

Suponga que la mercancía 3 es el numerario.

- (a) ¿Qué es la ley de Walras?
- Responda satisfactoriamente a la pregunta formulada, usando máximo cinco líneas.
 - Use frases cortas con sujeto y predicado.
- (b) Encuentre los precios de equilibrio.
- Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.
 - Interprete los resultados.

- (c) ¿Cuál es la razón entre el ingreso del capitalista y el ingreso del trabajador en equilibrio? ¿Esta razón cambia con el coeficiente A ? ¿Cómo puede interpretar este coeficiente?
- Escriba su respuesta en máximo cinco líneas (sin dejar por fuera ningún paso principal). En cada línea explique intuitivamente lo que está haciendo.
- (d) Grafique la curva de transformación (frontera de posibilidades de producción) en el espacio de los bienes finales y el precio relativo de los dos bienes finales (Nota: asuma que Az_3 es constante).
- Señale todos los puntos relevantes, incluyendo los ejes.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
- Justificar analítica y gráficamente su resultado.

- En una economía de intercambio con producción donde hay dos consumidores. Juan y Pedro, dos bienes, manzanas (M) y duraznos (D), y suponiendo que no hay fallos de mercado, es falso que:
 - Tanto el equilibrio general competitivo como en el óptimo de Pareto la economía debe producir en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción.
 - En el óptimo de Pareto se cumplirá que $|RMS_{D,M}^J| = |RMS_{D,M}^P| = |RMT_{D,M}|$.
 - En el equilibrio general competitivo se ha de verificar que $|RMT_{D,M}| = \frac{P_M}{P_D}$.
 - En el óptimo de Pareto no se vacía el mercado pero en el equilibrio general sí.
- Sea una economía con 2 firmas productoras, una de café, y la otra de cacao; y 2 consumidores. Esta economía se encuentra situada en un punto sobre la frontera de posibilidades de producción para la cual, la RMT de cacao en café vale 2, y la RMS de Café al Cacao vale 1 para los 2 consumidores. Suponemos los bienes indivisibles. (Ejemplo: paquetes de café y de cacao). ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?
 - La satisfacción de uno solo de los 2 consumidores, puede aumentar si se produce una unidad de Cacao de menos, y más de café.
 - Un óptimo de producción es Alcanzado.
 - Un óptimo de distribución es Alcanzado.
 - Un óptimo Global es Alcanzado.