



**Estimación del Grado de Desanclaje de las Expectativas de Inflación del Mercado
Financiero: Un Análisis para Colombia**

Autor

Jonathan Alexander Muñoz Martínez

**Trabajo presentado como requisito para optar por el
título de Maestría en Economía**

Director, Tutor

Jesús Gilberto Otero Cardona

Universidad del Rosario

Facultad de Economía

Maestría en Economía

Bogotá D.C - Colombia

2025

Estimación del Grado de Desanclaje de las Expectativas de Inflación del Mercado Financiero: Un Análisis para Colombia*

Jonathan Alexander Muñoz Martínez[†]

Febrero 2025

Resumen

Este trabajo propone una metodología innovadora para evaluar el grado de desanclaje de las expectativas de inflación utilizando datos del mercado financiero colombiano. La investigación desarrolla indicadores que miden las desviaciones de las expectativas de inflación a corto y largo plazo respecto a la meta establecida por el Banco Central, y analiza su relación de dependencia a lo largo del tiempo mediante el uso de cópulas estadísticas, tanto tradicionales como jerárquicas.

Los hallazgos revelan que, durante episodios inflacionarios (2008-2009, 2015-2016 y 2022-2023), la dependencia entre las expectativas a corto y largo plazo aumentó significativamente, lo que sugiere un desanclaje de las expectativas. Este fenómeno también se observa en periodos de inflación por debajo de la meta (2013 y 2020). En contraste, en años como 2007, 2014, 2017 y 2021, así como hacia finales de 2023, la disminución de esta dependencia indica un proceso de anclaje de las expectativas.

Esta metodología ofrece una herramienta robusta para complementar el análisis de las expectativas de inflación, proporcionando información clave para el direccionamiento de la política monetaria en Colombia.

Clasificación JEL: E31 ; E58 ; E52.

Palabras clave: Desanclaje, Expectativas, Credibilidad, Política Monetaria.

*Me gustaría agradecer al profesor Jesús Otero por sus valiosos comentarios y acompañamiento en el proceso de escribir este trabajo. Así mismo, al profesor Alexander Guarín por sus comentarios e ideas para mejorar el trabajo.

[†]Facultad de Economía, Universidad del Rosario, Colombia, jonathana.munoz@urosario.edu.co.

1. Introducción

En Colombia, el esquema de inflación objetivo se implementó en 1999 como un marco para estabilizar los precios y promover el crecimiento económico. Bajo esta estrategia, las expectativas de inflación de los agentes económicos, junto con los pronósticos del Banco Central, desempeñan un papel crucial, ya que permiten anticipar presiones inflacionarias y ajustar la política monetaria de manera activa. Este enfoque busca alinear la inflación observada con una meta específica, fortaleciendo la credibilidad del Banco Central.

Las expectativas de inflación de hogares, empresas y agentes del mercado financiero son pronósticos que se forman a partir de sus percepciones, creencias y/o perspectivas de los precios en la economía, afectando sus decisiones en cuanto a salarios, inversión, consumo y precios de bienes y servicios (Coibion *et al.*, 2018). Si bien no son observables, las expectativas se pueden medir a través de encuestas (Candia *et al.*, 2024), derivar a partir de instrumentos del mercado financiero (Joyce *et al.*, 2010) o de las redes sociales usando técnicas de Procesamiento de Lenguaje Natural (Angelico *et al.*, 2022). Estas medidas proporcionan una señal clave sobre la credibilidad del Banco Central y son importantes en la dinámica de la inflación a corto plazo (Mester, 2022).

Cuando las expectativas se desvían de forma persistente de la meta establecida, o cuando los choques inflacionarios afectan tanto a las expectativas de corto como de largo plazo, se dice que las expectativas están desancladas. En estos casos, el canal de expectativas de la política monetaria se deteriora y provoca que el esfuerzo de la tasa de interés deba ser más fuerte, generando mayores costos en la actividad económica e incertidumbre en los mercados.

Siguiendo a Goel y Tsatsaronis (2022), los Bancos Centrales dividen el estudio de la medición del grado de desanclaje de las expectativas de inflación en tres preguntas de investigación:

- i. ¿Cuál es el comovimiento entre los diferentes horizontes de las expectativas? Este enfoque es relevante porque, si los choques que enfrenta la economía afectan de manera similar tanto a las expectativas de corto plazo (*CP*) como a las de largo plazo (*LP*), los agentes no perciben que los choques se disipen en el tiempo; por el contrario, tendrían naturaleza

permanente, lo que indicaría que las expectativas están desancladas. Sobre esta cuestión, Antunes (2015) calcula la probabilidad de que las expectativas de LP se mantengan elevadas, condicionadas a valores altos en las expectativas de CP . Por su parte, Gefang *et al.* (2008) estiman el grado de transmisión (*pass-through*) de las expectativas de CP hacia las de LP mediante un modelo de mixtura de distribuciones; Natoli y Sigalotti (2017a,b) proponen un indicador basado en una regresión logística que mide la probabilidad de que choques desinflacionarios en las expectativas de CP se traduzcan en caídas significativas en las expectativas de LP .

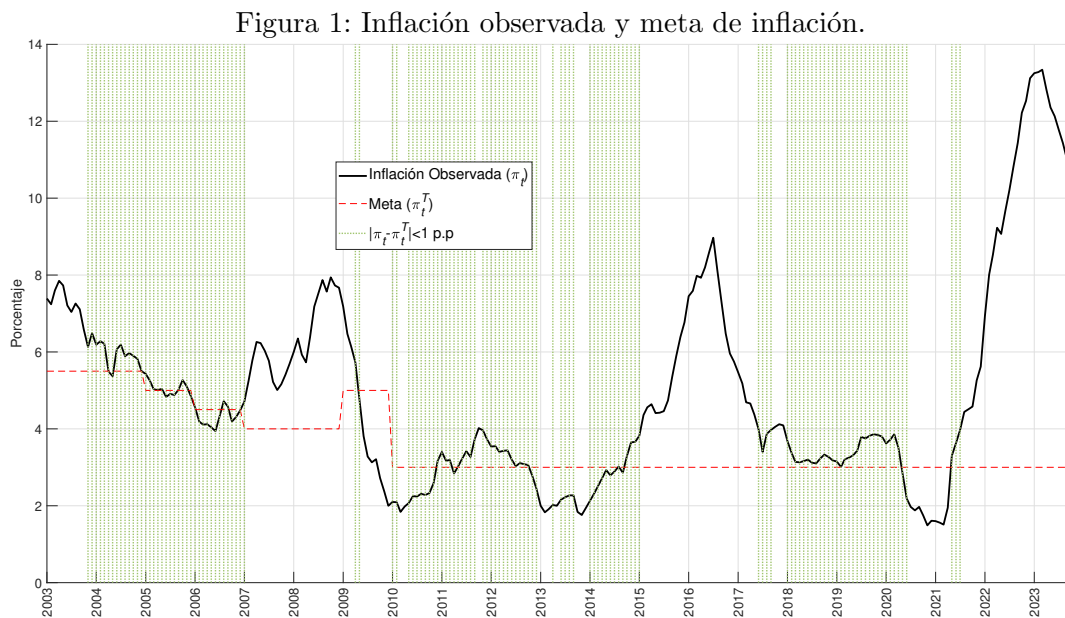
ii. ¿Qué tan alejadas se encuentran las expectativas de inflación de la meta de largo plazo? En este frente se analiza cuánto se desvían las expectativas del nivel objetivo de inflación. Por ejemplo, Strohsal y Winkelmann (2015), quienes estiman el ancla percibida por el mercado y su fuerza de convergencia en comparación con la meta de inflación. Por su parte, Strohsal *et al.* (2016) explican las expectativas de inflación a partir de la inflación pasada, la meta de inflación y las expectativas previas; Dash *et al.* (2020) evalúan cómo las desviaciones de las expectativas del CP respecto a la meta se trasladan a las desviaciones en el LP ; Davis (2013) estima una curva de Phillips anidada, considerando el efecto de la inflación pasada en la inflación actual; y Apokoritis *et al.* (2019) calculan el impacto de las sorpresas inflacionarias en las respuestas de la encuesta de hogares de los Países Bajos.

iii. ¿Qué tanto han variado las expectativas? En esta línea, se estudia la distribución de probabilidad de la encuesta de hogares de los Países Bajos según características socio-demográficas, mientras que Goel y Tsatsaronis (2022) miden la volatilidad de las expectativas como la fracción de variabilidad que su modelo empírico no logra explicar.

Este trabajo tiene como objetivo integrar los enfoques de investigación mencionados en las preguntas i. y ii., es decir, considera tanto las desviaciones respecto a la meta de inflación como el comovimiento entre los horizontes de CP y LP . En este sentido, el trabajo guarda similitudes con Dash *et al.* (2020), ya que modela las desviaciones de las expectativas respecto a la meta de inflación. Sin embargo, a diferencia de dicho estudio, en lugar de calcular el efecto causal de las expectativas del CP hacia las del LP , se mide la dependencia entre

ellas, en un enfoque similar al propuesto por Antunes (2015)¹. Este planteamiento es importante porque permite evaluar de manera integral el grado de desanclaje de las expectativas al analizar conjuntamente la interacción entre ellas y sus desviaciones frente a la meta de inflación. La contribución de este estudio es doble: en primer lugar, propone una alternativa metodológica para transformar las expectativas y luego estimar su grado de dependencia utilizando dos estructuras de cópulas estadísticas. En segundo lugar, se centra en el caso de Colombia, que, según la revisión de la literatura realizada al momento de escribir este documento, carece de una estimación del grado de desanclaje de las expectativas de inflación.

El caso de Colombia es particularmente relevante en el contexto de la inflación. Según Dornbusch y Fischer (1993), entre 1970 y principios de la década de 1990, el país fue considerado “el ejemplo de inflación moderada por excelencia”, con tasas de inflación que se mantenían persistentemente alrededor del 20 %. Tras la independencia del Banco de la República, establecida en la Constitución de 1991, y la adopción del esquema de inflación objetivo, la inflación ha oscilado en torno a ± 1 puntos porcentuales (p.p) de la meta y se ha mantenido en valores de un solo dígito durante gran parte del siglo XXI, como se muestra en la Figura 1.



Fuente: Banco de la República

Los resultados de las estimaciones evidencian que en 2012, 2014, 2017, 2018 y 2021, las

¹La dependencia estadística se define como la probabilidad que al materializarse un evento, incida en otro. Si dos eventos A y B son independientes, la $P(A|B) = P(A)$ y $P(B|A) = P(B)$

expectativas estuvieron ancladas debido a la disminución en la dependencia entre las expectativas de corto y largo plazo. En contraste, durante episodios de alta inflación, como los de 2008-2009, 2015-2016 y 2022-2023, la dependencia se incrementa notablemente, indicando desanclaje. Estos hallazgos complementan el análisis de Gamba-Santamaría *et al.* (2016), quienes estiman el ancla de las expectativas de inflación derivadas de encuestas, así como el estudio de Escorcía-Arana (2017) que examina el impacto del desanclaje en la política monetaria para Colombia.

Este estudio se estructura en cinco secciones, comenzando con esta introducción. En la segunda sección se describe la metodología para estimar el grado de desanclaje de las expectativas de inflación. La tercera sección está dedicada a la descripción de los datos sobre los cuales se aplicará la metodología propuesta. En la cuarta sección se presentan y analizan los resultados. Finalmente, la quinta sección ofrece las conclusiones, donde se resumen los hallazgos clave y se discuten sus implicaciones.

2. Metodología

A continuación se detalla la metodología para estimar el grado de desanclaje. En primer lugar, se transforman las expectativas en desviaciones respecto a la meta de inflación. Posteriormente, se evalúa su grado de dependencia mediante la aplicación de dos estructuras de cópulas estadísticas.

En este contexto, Dash *et al.* (2020) analizan el *traspaso* de las expectativas de inflación de corto plazo (*CP*) hacia las de largo plazo (*LP*) de los hogares de Estados Unidos utilizando el siguiente modelo:

$$(\pi_{t,lp}^e - \pi^T) = \alpha + \beta_t(\pi_{t,cp}^e - \pi^T) + \epsilon_t \quad (1)$$

donde $\pi_{t,lp}^e$ representa las expectativas de inflación de *LP* en el periodo t , $\pi_{t,cp}^e$ corresponde a las expectativas de inflación de *CP* formadas en el mismo periodo, y π^T denota la meta de inflación. El parámetro β_t captura el grado de (des)anclaje y varía en el tiempo². Sin embargo, este modelo presenta limitaciones al medir el grado de desanclaje cuando se utilizan

²El valor de β_t refleja el grado de desanclaje de las expectativas de inflación de *LP*. Un β_t elevado indica un mayor desanclaje y, en consecuencia, una menor velocidad de convergencia de las expectativas de *LP* hacia la meta de inflación.

indicadores de expectativas de alta frecuencia y elevada volatilidad. En presencia de choques transitorios, el estimador podría sugerir un aumento del desanclaje, lo que potencialmente podría inducir una sobre-reacción por parte del Banco Central.

2.1. Indicadores de expectativas de corto y largo plazo

Considerando lo anterior, se definen los siguientes indicadores para calcular el promedio ponderado de las desviaciones de las expectativas respecto a la meta de inflación. Estos indicadores otorgan un peso decreciente en la medida que las desviaciones se alejen en el tiempo³. Su construcción se detalla a continuación:

$$\widehat{\text{icp}}_t = \sum_{k=1}^K \frac{K - k + 1}{K(K + 1)/2} |\pi_{t-k+1, cp}^e - \bar{\pi}_{t-k+1}| \quad (2)$$

$$\widehat{\text{ilp}}_t = \sum_{k=1}^K \frac{K - k + 1}{K(K + 1)/2} |\pi_{t-k+1, lp}^e - \bar{\pi}_{t-k+1}| \quad (3)$$

Siguiendo la notación de Dash *et al.* (2020), $\pi_{t, cp}^e$ y $\pi_{t, lp}^e$ corresponden a las expectativas de inflación de corto y largo plazo, respectivamente, $\bar{\pi}_t$ representa la meta de inflación, y K denota el número de periodos considerados en el cálculo del indicador. Un aumento en los valores de los indicadores de corto plazo ($\widehat{\text{icp}}_t$) y largo plazo ($\widehat{\text{ilp}}_t$) sugiere que las expectativas de inflación se encuentran persistentemente más alejadas de la meta.

En un escenario de completa credibilidad hacia el Banco Central, donde las expectativas de inflación están perfectamente ancladas durante los últimos K periodos, los indicadores $\widehat{\text{icp}}_t$ y $\widehat{\text{ilp}}_t$ tomarían un valor igual a 0. Ante un choque transitorio que desvíe las expectativas de corto y largo plazo de la meta, los indicadores reflejarían estas desviaciones en $|\pi_{t, cp}^e - \bar{\pi}|$ y $|\pi_{t, lp}^e - \bar{\pi}|$ para el periodo t . Dado que no existen desviaciones en los últimos K periodos, la reacción inicial de los indicadores sería atenuada por el comportamiento pasado. Además, al tratarse de un choque transitorio, su efecto desaparecería con el tiempo, lo que se reflejaría en la convergencia de los indicadores hacia 0, sugiriendo que las expectativas permanecen ancladas. Por el contrario, si la economía enfrenta un choque inflacionario permanente, los

³Siguiendo la metodología de Martínez-Rivera y Hernández-Bejarano (2012), se calcula la suma ponderada de las K últimas expectativas, es decir, al dato más reciente se le asigna una ponderación de K , a la anterior $K - 1$ y así sucesivamente hasta la primera observación del periodo considerado, a la cual se le asigna un peso de 1. Cada uno de estos valores es dividido $K(K + 1)/2$, siendo K el número de expectativas consideradas para el cálculo del indicador

indicadores aumentarían proporcionalmente a la persistencia del choque, evidenciando un posible desanclaje de las expectativas.

2.1.1. Grado de desanclaje: Cópulas tradicionales

Para estimar el grado de desanclaje, Antunes (2015) analiza la dependencia en las colas de la distribución de $\pi_{t,cp}^e$ y $\pi_{t,lp}^e$ ⁴. Para realizar este cálculo es esencial conocer la función de distribución acumulada conjunta ($G(X_1, X_2)$) correspondiente a las funciones de distribución acumuladas marginales ($F(X_1), F(X_2)$)⁵. Formalmente:

$$G(X_1, X_2) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) \quad (4)$$

Intuitivamente, esta función arroja la probabilidad de que realizaciones de ambas variables aleatorias sean menores a los argumentos x_1 y x_2 . Por ejemplo $G(X_1 = 5, X_2 = 1)$ denota la probabilidad de que se observe un valor inferior a 5 en X_1 y 1 en X_2 .

Una forma para estimar una función acumulada conjunta a partir de dos distribuciones acumuladas marginales ($F(X_1), F(X_2)$) es haciendo uso del Teorema de Sklar (1959)⁶.

$$G(X_1, X_2) = C_{X_1, X_2}(F(X_1), F(X_2)) \quad (5)$$

Donde C_{X_1, X_2} corresponde a la función cópula utilizada para encontrar la función de distribución acumulada conjunta de dos distribuciones acumuladas marginales⁷. En otras palabras, una cópula es una función que conecta dos o más funciones de distribución acumulada marginales, permitiendo construir una función de distribución acumulada conjunta a partir de ellas. La función C_{X_1, X_2} se puede expresar como:

$$C_{X_1, X_2} = G(F^{-1}(X_1), F^{-1}(X_2)) \quad (6)$$

Donde F^{-1} denota la inversa de las funciones de distribución $F(X_1)$ y $F(X_2)$. Existen dos requisitos para utilizar cópulas: en primer lugar, las variables modeladas por la cópula

⁴Una explicación más detallada de la dependencia condicional en las colas de la distribución se encuentra en el Anexo A.

⁵La distribución acumulada marginal de X_1 se define como $F(X_1) = P(X_1 \leq x_1)$ y señala cuál es la probabilidad acumulada de que la variable aleatoria X_1 sea menor o igual a un cierto valor x_1 sin importar lo que ocurra en X_2 . Del mismo modo para $F(X_2)$.

⁶Antunes (2015) señala que se puede estimar una función paramétricamente para la distribución F , sin embargo, resalta los problemas de escala y dominio en términos de las variables X_1 e X_2 en este procedimiento.

⁷Es posible calcular una cópula multivariada en casos de 3 o más variables.

deben estar definidas en el intervalo $[0, 1]$; en segundo lugar, las distribuciones marginales de las variables deben ser uniformes (Nelsen, 2006). Al utilizar una cópula, se especifican las funciones de distribución acumulada de cada variable junto con una función (la cópula) que las vincula. Así, es posible separar el modelado de las distribuciones marginales de la estructura de dependencia entre ambas variables. Para una explicación detallada de las cópulas, véase el Anexo B.

Con el objetivo de medir la dependencia entre los indicadores \widehat{icp}_t e \widehat{ilp}_t , se emplean las cópulas presentadas en el Cuadro 1⁸. Al realizar este procedimiento, es posible estimar el grado de desanclaje bajo distintas formas funcionales de dependencia haciendo énfasis en diferentes cuantiles de la distribución de los indicadores y permitiendo capturar la dirección positiva o negativa de la dependencia.

Cuadro 1: Rango del parámetro de dependencia y dirección para diferentes Cópulas

Tipo de Cópula	Rango del parámetro de dependencia	Dirección de dependencia
Gaussiana	$[-1, 1]$	Positiva y negativa
Clayton	$[0, \infty)$	Positiva (en la cola izquierda)
Frank	$(-\infty, \infty)$	Positiva y negativa
t-Student	$[-1, 1]$	Positiva y negativa
Gumbel	$[1, \infty)$	Positiva (en la cola derecha)

2.1.2. Grado de desanclaje: Cópulas jerárquicas

Una estrategia alterna a las cópulas tradicionales son las cópulas jerárquicas o *Vine Copula*⁹. Esta clase de cópulas multivariadas permiten modelar de manera flexible la dependencia entre más de dos variables aleatorias. A diferencia de las cópulas tradicionales, que modelan la dependencia entre todas las variables simultáneamente, las cópulas jerárquicas descomponen la distribución conjunta en una serie de cópulas bivariadas, lo que facilita su estimación y manejo computacional.

Las *Vine Copulas* se basan en representaciones gráficas conocidas como árboles enredados o *vines*, los cuales describen las relaciones entre variables (nodos). Una categoría de estas

⁸Una explicación más detallada sobre tipos de cópulas, véase Patton (2009).

⁹El detalle técnico se puede encontrar en el Anexo B.

cóputas son las *C-Vine*, en donde se selecciona un nodo ‘central’ que tiene una relación directa con todas las demás variables, y el resto de las relaciones de dependencia se construyen condicionalmente a partir de esa variable. La función de densidad conjunta de d variables X_1, X_2, \dots, X_d usando una *C-Vine* se puede expresar como:

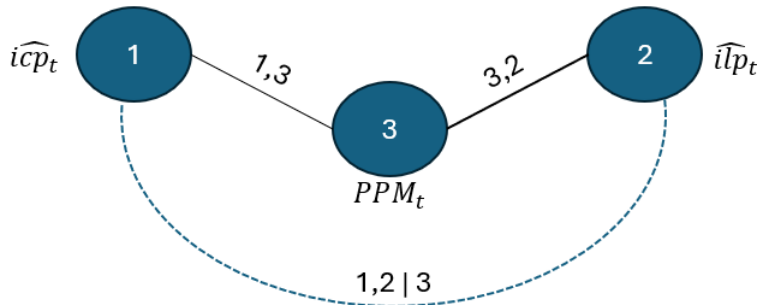
$$G(X_1, \dots, X_d) = \prod_{i=1}^d F(X_i) \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{j=i+1}^d C_{i,j|1, \dots, i-1}(F(X_i|X_1, \dots, X_{i-1}), F(X_j|X_1, \dots, X_{i-1})) \quad (7)$$

donde $c_{i,j|1, \dots, i-1}$ son las cóputas condicionales que capturan la dependencia entre las variables X_i y X_j , dadas otras variables.

Esta técnica ha sido utilizada para caracterizar el riesgo de burbuja entre 11 activos durante la pandemia de COVID-19, identificando al *S&P 500* y al oro como nodos clave en la transmisión de dicho riesgo (Yao *et al.*, 2023). Por otro lado, Hamza *et al.* (2024) explora, en un contexto de alta inflación y la guerra Rusia-Ucrania, la fuerte dependencia entre los futuros a 10 años de EE.UU. y otros activos. Este trabajo aprovecha la flexibilidad de la metodología para incorporar al análisis de dependencia entre \widehat{icp}_t y \widehat{ilp}_t el efecto de la postura de política monetaria de forma contemporánea.

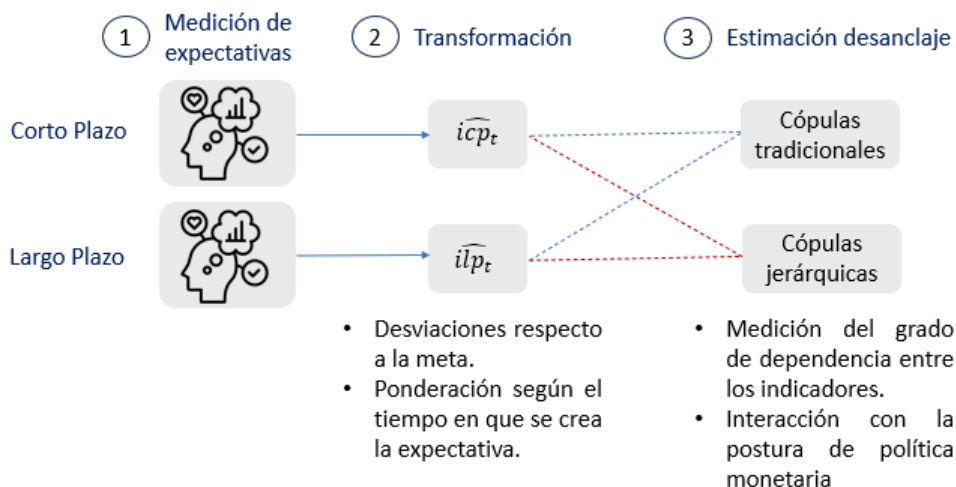
La Figura 2 muestra la estructura de modelación que se propone utilizando este tipo de cóputas donde el nodo 1 corresponde al \widehat{icp}_t , el nodo 2 al \widehat{ilp}_t , y el nodo 3 a la postura de política monetaria en t (PPM_t). El algoritmo se desarrolla de la siguiente manera: i. se calcula la dependencia entre los nodos 1 y 3; ii. se calcula la dependencia entre los nodos 3 y 2; y iii. se calcula la dependencia entre los nodos 1 y 2, condicionada al nodo 3.

Figura 2: Estructura de cóputa jerárquica en cadena.



La selección de la forma funcional de la cópula en cada paso se realiza utilizando el *Modified Bayesian Information Criterion for Vine Copulas* (MBICv), siguiendo a Nagler *et al.* (2019). En la Figura 3 se encuentra el resumen de la metodología anteriormente detallada en forma de esquema.

Figura 3: Metodología.



3. Expectativas de inflación en Colombia

Las expectativas de inflación en Colombia se han analizado en diferentes aspectos. Rincón-Torres *et al.* (2023) exploran la racionalidad y el grado de desacuerdo entre las expectativas de inflación; Iregui *et al.* (2021) estudian la eficiencia de la revisión de expectativas frente a la inflación observada; Hernández-Montes *et al.* (2022) evalúan la habilidad de pronóstico de las expectativas de empresarios; Romero-Torres *et al.* (2023) examinan si la relación entre expectativas e inflación en Colombia varía según la forma en que se mida dichas expectativas, entre otros trabajos relevantes.

Estas expectativas se pueden medir a través de encuestas, derivar a partir de instrumentos del mercado financiero o de las redes sociales usando técnicas de Procesamiento de Lenguaje Natural. Las encuestas indagan por horizontes de pronóstico de *CP* y son usualmente de baja frecuencia (mensual o trimestral)¹⁰. Por su parte, las expectativas derivadas del mer-

¹⁰En Colombia, el Banco de la República realiza la Encuesta Mensual de Expectativas (EME), la Encuesta Mensual de Empresarios Económicos (EMEE) y la Encuesta Trimestral de Expectativas (ETE). Asimismo, existe la Encuesta de Opinión Financiera (EOF) elaborada por Fedesarrollo y la encuesta de Consensus Economics.

cado financiero, llamadas break-even inflation (BEI's), se calculan a partir de las tasas de interés nominal y real de los títulos de deuda soberanos, son de alta frecuencia (diarias) y cuentan con un horizonte de pronóstico más amplio correspondiente a la estructura a plazo de la curva de rendimientos¹¹. Por último, existe la alternativa de medir en tiempo real las expectativas de inflación haciendo uso de las redes sociales. Para Colombia, existe el trabajo de Muñoz-Martínez *et al.* (2025) con un enfoque similar.

Este trabajo utiliza las expectativas de inflación implícitas del mercado financiero por su frecuencia y disponibilidad a diferentes plazos. En particular, se consideran las BEI's a 2 y 10 años como las expectativas de corto y largo plazo, sin embargo, la metodología es flexible al utilizarse otros horizontes. Las BEI's reflejan la visión agregada del mercado sobre la inflación futura, ya que incorporan la evaluación de diversos agentes económicos, desde instituciones financieras hasta inversores individuales. Se interpretan como la inflación esperada promedio a un plazo determinado¹². Véase el Anexo C para más detalle.

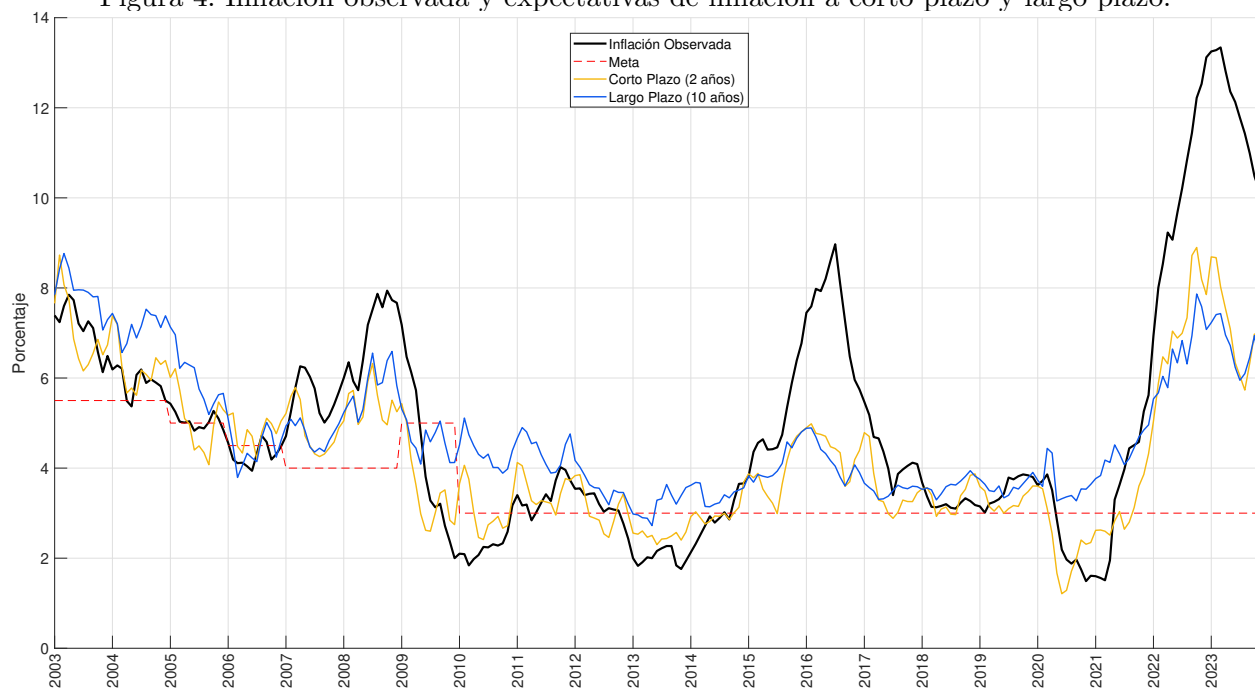
En la Figura 4 se muestra la evolución de las expectativas de *CP* y *LP*. Así mismo, se compara con la inflación observada y la inflación meta ($\bar{\pi}_t$) establecida por el Banco de la República para el período comprendido entre enero de 2003 y diciembre de 2023. Se observan tres episodios inflacionarios: i. entre 2007 y 2008 explicado por los choques en el precio del petróleo; ii. el episodio entre 2015 y 2016 ocasionado por el fenómeno de El Niño, el paro camionero y disminuciones en el precio del petróleo (Bejarano-Salcedo *et al.*, 2020) y iii. el periodo inflacionario más reciente de 2022 a 2023 debido a los choques en las cadenas de suministros, incertidumbre global y demanda represada luego del COVID-19. Adicionalmente, se observa el comovimiento entre las expectativas de inflación y la dinámica de la inflación. El detalle de los datos utilizados se observa en el Cuadro 2.

El Cuadro 3 muestra que las expectativas a *LP* se caracterizan por tener un nivel más alto tanto en episodios de alta inflación (Panel A) y cuando la inflación oscila entre $\pm 1\%$ de la meta (Panel B). En el Panel A, se destaca que durante el periodo 2022-2023 existe

¹¹Con base a las BEI's, se pueden construir las Forward Breakeven Inflation (FBEI's), el detalle se consigna en el Anexo C. Este tipo de expectativas incluyen primas por liquidez o por riesgo inflacionario que contaminan su análisis (Hördahl y Tristani, 2012).

¹²Por ejemplo, una tasa BEI a 10 años del 3% indicaría que la expectativa de inflación para los próximos diez años estaría, en promedio, en 3%

Figura 4: Inflación observada y expectativas de inflación a corto plazo y largo plazo.



Fuente: Banco de la República

Cuadro 2: Datos para el periodo de estudio entre 2003M1 - 2023M12

Variable	Frecuencia
Inflación Total Anual	Mensual
Meta Anual LP	Mensual
BEI a 2 años (CP)	diaria
BEI a 10 años (LP)	diaria

una diferencia mayor entre el nivel promedio de las expectativas de *LP* respecto a las de corto plazo (*CP*), lo que podría sugerir un choque inflacionario con mayor persistencia en comparación con los períodos de 2007-2008 y 2015-2016. Además, las expectativas de *CP* exhiben una volatilidad mayor que las de *LP* en los 3 periodos analizados. En el Panel B, las expectativas de *CP* se sitúan, en promedio, en niveles cercanos a la meta; sin embargo, la distancia respecto a la meta en las expectativas a *LP* es ligeramente mayor. Asimismo, la volatilidad de las expectativas de *LP* es mayor que la de *CP* en los episodios de 2003-2006 y 2010-2014.

Las expectativas de inflación provenientes del mercado financiero y los indicadores de expectativas propuestos (\widehat{icp}_t e \widehat{ilp}_t) se caracterizan por su alta volatilidad. Una alternativa para eliminar la dependencia espuria causada por la persistencia y la heterocedasticidad

Cuadro 3: Estadísticas descriptivas de las expectativas de inflación en episodios inflacionarios (Panel A) e inflación entre ± 1 p.p de la meta (Panel B).

		BEI a 2 años (CP)	BEI a 10 años (LP)
Panel A			
2007/01-2008/12	Media	5.16 %	5.31 %
	Varianza	1.12	1.11
2015/01-2016/07	Media	4.18 %	4.25 %
	Varianza	0.62	0.41
2022/01-2023/12	Media	5.06 %	6.60 %
	Varianza	0.45	0.40
Panel B			
2003/11-2006/12	Media	5.56 %	6.24 %
	Varianza	0.88	1.15
2010/05-2014/12	Media	2.99 %	3.74 %
	Varianza	0.48	0.57
2017/01-2020/06	Media	3.12 %	3.68 %
	Varianza	0.70	0.49

de las series, es aplicar un modelo AR(1) para capturar su media condicional y un modelo GARCH(1,1) para la varianza siguiendo lo propuesto por (Cherubini *et al.*, 2016).

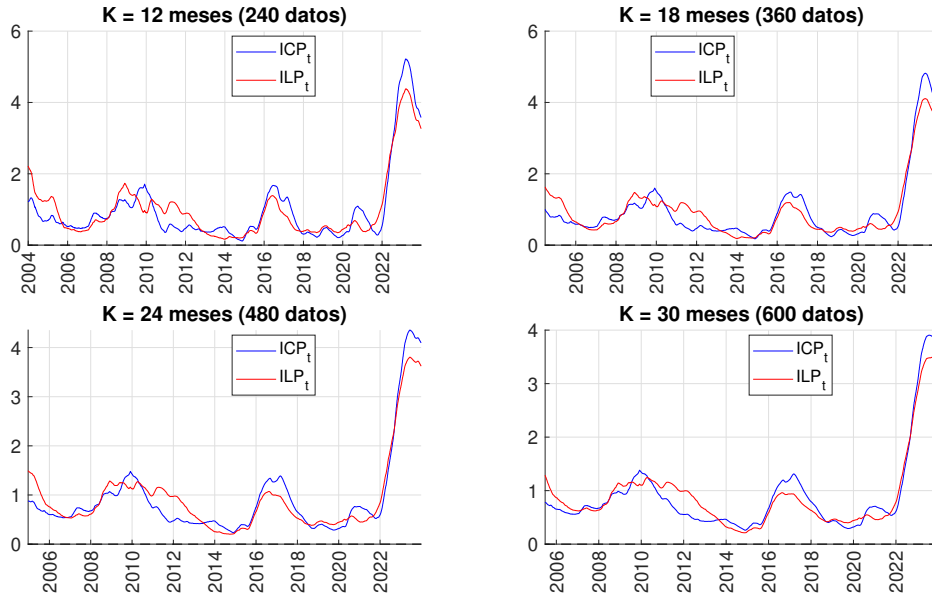
4. Resultados

En esta sección se consignan los principales hallazgos luego de aplicar la metodología propuesta a las expectativas de inflación derivadas del mercado financiero en Colombia. En la figura 5 se ilustra la dinámica de \widehat{icp}_t e \widehat{ilp}_t correspondiente a las ecuaciones 2 y 3, respectivamente. La estimación del indicador se realiza de forma recursiva dependiendo del número de periodos considerados (K igual a 12, 18, 24 y 30 meses)¹³.

Cuanto menor es el valor de K , mayor es la sensibilidad de los indicadores a los choques inflacionarios recientes. Por ejemplo, a lo largo de 2023, los indicadores reflejan máximos alcanzados por la inflación y sus expectativas entre 2022 y 2023. En contraste, cuando K

¹³El valor de K se escoge de manera *ad-hoc*.

Figura 5: Sensibilidad del indicador a diferentes valores de K



toma un valor de 30 meses, la magnitud del indicador en 2023 se reduce debido a la influencia de los valores históricos; en 2021, las expectativas se mantuvieron relativamente controladas, lo que modera la magnitud del indicador.

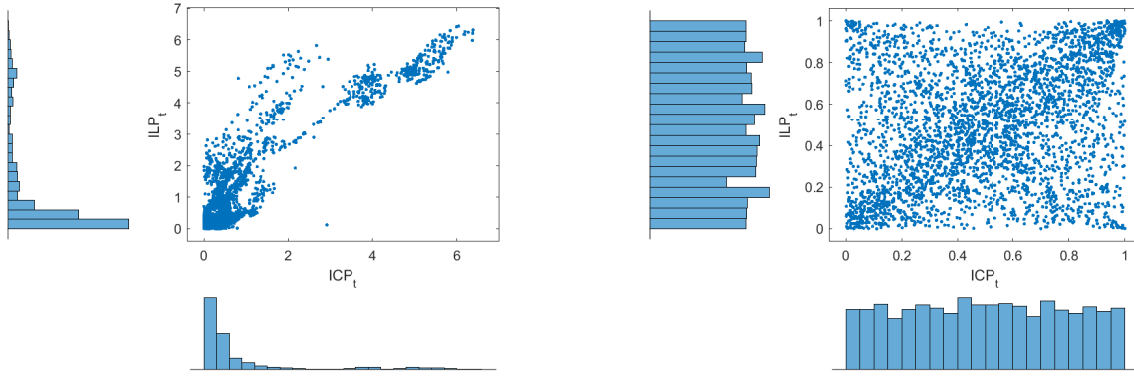
Esta sección presenta los resultados de los indicadores para $K = 30$ meses. Los resultados para otros valores de K se encuentran en el Anexo D. La figura 6 compara las distribuciones empíricas de los indicadores observados (a) y las pseudo-observaciones obtenidas al aplicar la Transformación Integral de Probabilidad a los indicadores (b) (Czado, 2019)¹⁴. Esto asegura que los datos estén acotados en el intervalo $[0, 1]$ y que sus distribuciones marginales sean uniformes.

Las estimaciones se realizaron utilizando ventanas móviles de 250 días (un año) y se dividen en dos partes. En el panel (a) de la Figura 7 se presentan las cópulas t-Student, Gaussiana y Frank, que miden la dependencia positiva y negativa entre las variables. En el panel (b) se muestran las cópulas que solo miden la dependencia positiva¹⁵. Para facilitar la interpretación económica de los resultados, se realiza la siguiente transformación a las

¹⁴Este principio establece que si tenemos una variable aleatoria (X) con función de distribución acumulada ($F(x)$), entonces la variable transformada ($U = F(X)$) sigue una distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$. En el programa R, la función *pseudo_obs* facilita esta transformación al calcular cuantiles empíricos, o posiciones relativas de los datos en la muestra, asignando a cada observación un valor entre 0 y 1. Al aplicar la función de distribución acumulada de (X) sobre sus valores, obtenemos valores en el rango entre 0 y 1, logrando así una distribución uniforme

¹⁵Ver Cuadro 1 para más detalle sobre el rango de los parámetros de dependencia.

Figura 6: Comparación indicadores brutos vs transformados



(a) Indicadores observados.

(b) Indicadores pseudo-observados.

siguientes medidas:

$$Estimación_i = \frac{Medida_i}{\max(|Medida_i|)} \quad \text{donde } i = Frank, Gumbel, Clayton \quad (8)$$

En el caso de las cópulas t-Student y Gaussiana, no se realiza ninguna transformación, dado que sus resultados están acotados entre -1 y 1. En episodios donde las estimaciones sean iguales a 0, los indicadores son independientes; por otro lado, estimaciones de 1 y -1 sugieren una dependencia completa, donde el signo determina la dirección.

En general, las distintas medidas evidencian un aumento en el grado de dependencia durante los episodios inflacionarios de 2008-2009, 2012, 2015-2016 y 2022-2023. Asimismo, en los años 2013 y 2020, cuando las expectativas y la inflación estuvieron por debajo de la meta. Es decir, se reconocen ambos tipos de desanclaje, tanto por debajo como por encima de la meta. Por otra parte, se observa una disminución en el grado de dependencia en 2007, 2014, 2017 y 2021, así como una tendencia decreciente en 2023.

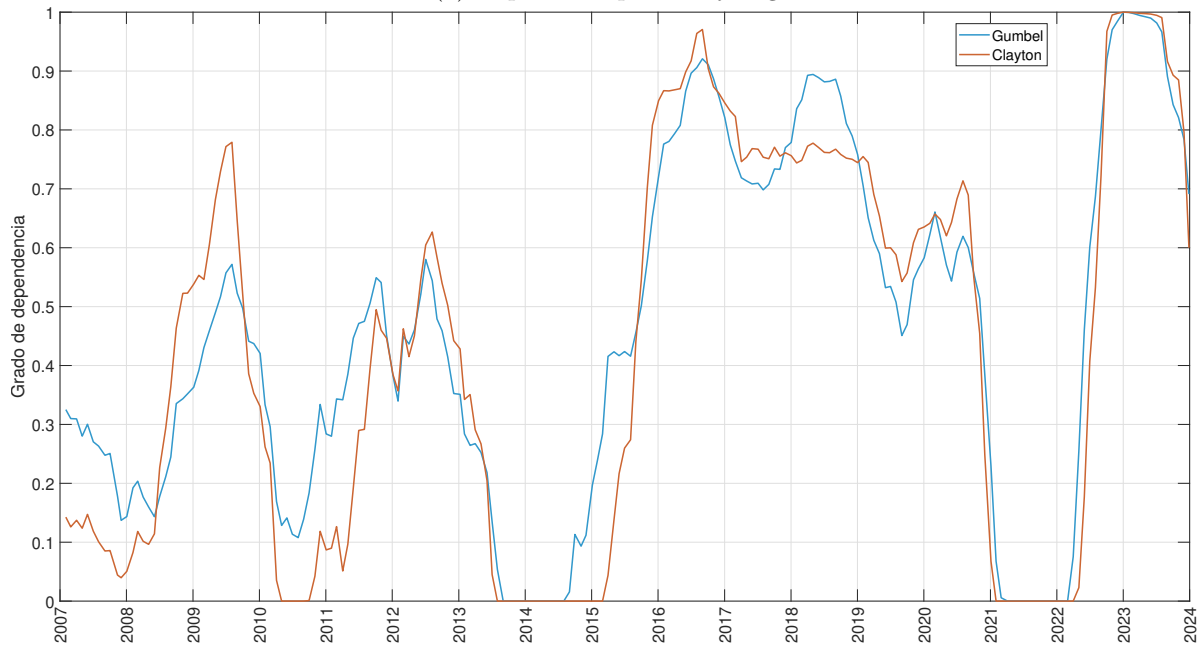
Para complementar este análisis, se considera la interacción entre las expectativas y la postura de política monetaria, definida como la diferencia entre la tasa de interés interbancaria (TIB) y la tasa de interés coherente con un PIB en su nivel de equilibrio y una inflación en la meta del 3%. Esta última, denominada tasa de interés neutral nominal, se situaría en un 5% en estado estacionario, siguiendo a González-Gómez *et al.* (2020)¹⁶. Como se muestra

¹⁶La política monetaria se considera expansiva (contractiva) cuando la tasa de interés de política monetaria

Figura 7: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas tradicionales



(a) Dependencia positiva y negativa



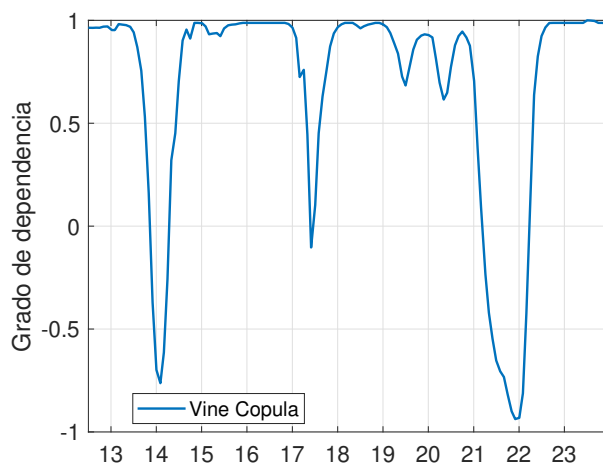
(b) Dependencia positiva

en la Figura 2, la cópula jerárquica modela la dependencia de cada indicador con la postura de política monetaria. Posteriormente, se evalúa la dependencia entre los indicadores condicionada a dicha postura.

es inferior (superior) a la tasa de interés neutral nominal. En el Anexo E se presenta la gráfica de la postura de política monetaria según los datos disponibles.

La intuición del ejercicio es que la política monetaria debería tener un alto grado de dependencia con las expectativas. Si la economía se encuentra en el estado estacionario de inflación igual a la meta, ante presiones inflacionarias (desinflacionarias), la postura de política monetaria debería ser más contractiva (expansiva) con el objetivo de contrarrestar estos choques.

Figura 8: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas jerárquicas



En la Figura 8 se ofrecen los resultados del ejercicio. Se estima un alto grado de dependencia entre los indicadores y la postura de política monetaria. En 2014 y 2021 hubo una fuerte dependencia negativa, indicando que tanto las expectativas como la postura de política monetaria se redujeron notablemente. Similar a las cópulas tradicionales, se estima un alto grado de dependencia durante los episodios inflacionarios de 2015-2016 y 2022-2023. Sin embargo, la estimación también indica un alto grado de dependencia entre 2018 y 2019.

En el Anexo D se presentan las estimaciones de robustez para los indicadores correspondientes a horizontes de 12, 18 y 24 meses. Aunque los resultados son en general consistentes con los análisis previamente expuestos, estos indicadores muestran una mayor volatilidad debido a su construcción.

5. Conclusiones

El canal de las expectativas es fundamental para la efectividad de la política monetaria, ya que actúa como un mecanismo que influye en el comportamiento de los agentes económicos.

A través de este canal, las decisiones de política monetaria, como los cambios en la tasa de interés, afectan las expectativas de inflación futura, condicionando las decisiones de consumo, inversión y fijación de precios de bienes y servicios. Cuando las expectativas están ancladas en torno a la meta de inflación establecida por el banco central, se refuerza la credibilidad de la autoridad monetaria, permitiendo que las decisiones de política monetaria sean más efectivas y menos costosas en términos de actividad económica. Por el contrario, si las expectativas se desanclan, los agentes esperan que las presiones inflacionarias sean persistentes en el tiempo, reduciendo la eficacia de las medidas de política monetaria e incrementando la necesidad de ajustes más agresivos, lo que genera mayores costos para la actividad económica.

En este contexto, los hacedores de política monitorean de cerca la evolución de las expectativas de inflación de diversas fuentes para estimar el grado de (des)anclaje. Por un lado, se evalúa si los choques inflacionarios afectan de manera similar las expectativas de inflación de corto plazo (*CP*) y largo plazo (*LP*); si ambos horizontes de expectativas se alejan sostenidamente de la meta, se considerarían desancladas (Antunes (2015), Gefang *et al.* (2008), Natoli y Sigalotti (2017a,b)). Por otro lado, se estudia la dinámica de las expectativas frente a la meta y la estimación de su ancla (Strohsal y Winkelmann (2015), Strohsal *et al.* (2016), Dash *et al.* (2020), Davis (2013), Apokoritis *et al.* (2019)).

En este trabajo se propone una metodología que integra ambos enfoques, analizando tanto las desviaciones de las expectativas de *CP* y *LP* respecto a la meta como su comovimiento en el tiempo. Para ello, se desarrollan indicadores de *CP* y *LP* que consideran tanto las desviaciones contemporáneas como históricas, reconociendo la relevancia del pasado. Posteriormente, se estima la dependencia entre ambos indicadores en ventanas móviles de un año, utilizando dos estructuras de cópulas estadísticas: i) cópulas tradicionales, que permiten evaluar la dependencia en las colas y en promedio de la distribución, y ii) una estructura jerárquica que mide la dependencia entre *CP* y *LP*, condicionada a la postura de política monetaria.

La aplicación empírica realizada para las BEI de Colombia revela un incremento significativo en la dependencia entre las expectativas de *CP* y *LP* durante los episodios inflacionarios de 2008-2009, 2015-2016 y 2022-2023, lo cual sugiere un aumento en el grado de desanclaje.

Asimismo, en 2013 y 2020, cuando la inflación y las expectativas estuvieron por debajo de la meta. Por otro lado, se detecta una disminución en el grado de dependencia en los años 2007, 2014, 2017 y 2021, así como una tendencia decreciente hacia finales de 2023. Estos resultados podrían indicar una mayor independencia de las expectativas y, por ende, una disminución en el grado de desanclaje.

Finalmente, cuando se condiciona la dependencia entre las expectativas a la postura de política monetaria, los resultados confirman una dependencia elevada, tanto positiva como negativa, a lo largo del período de análisis. Esto sugiere que la postura de política monetaria está estrechamente sincronizada con la evolución de las expectativas, reflejando una interacción consistente tanto en contextos de alta como de baja inflación.

En conclusión, este estudio proporciona una herramienta metodológica que amplía el conjunto de elementos clave para analizar las expectativas de inflación derivadas del mercado financiero. Se destaca la importancia de examinar tanto las desviaciones respecto a la meta de inflación como la interdependencia entre las expectativas a corto y largo plazo. Los resultados subrayan los periodos de aumento en el grado de desanclaje, donde se podrían intensificar los esfuerzos en la comunicación del compromiso del Banco Central con el cumplimiento de la meta de inflación, siguiendo a Coibion *et al.* (2019). Además, las estimaciones permiten evaluar la efectividad de la política monetaria y realizar un seguimiento en tiempo real, aprovechando la alta frecuencia de los datos.

Para futuros trabajos, sería útil aprovechar las *Vine Copula* para incorporar al análisis variables de volatilidad del mercado financiero global (VIX), indicadores de incertidumbre (EPU), entre otras variables, que complementen el análisis de dependencia. Con base en este nuevo conjunto de variables, se podría explorar otras estructuras de dependencia a partir de las *D-Vine* Cópulas. Por otra parte, se podría pronosticar el grado de desanclaje a través de las *Forward Break-even Inflation* (FBEI) dado que estas expectativas permiten inferir la inflación esperada entre dos momentos en el tiempo específicos (ver Anexo C).

Referencias

- Angelico, C., Marcucci, J., Miccoli, M., y Quarta, F. (2022). Can we measure inflation expectations using twitter? *Journal of Econometrics*, 228(2):259–277.
- Antunes, A. A. (2015). Co-movement of revisions in short- and long- term inflation expectations. Finance and Economics Discussion Series 2015-15, Banco de Portugal.
- Apokoritis, N., Galati, G., Moessner, R., y Teppa, F. (2019). Inflation Expectations Anchoring: New Insights from Micro Evidence of a Survey at High Frequency and of Distributions. Technical report, BIS Working Paper.
- Bejarano-Salcedo, V., Caicedo-García, E., Lizarazo-Bonilla, N. F., Julio-Román, J. M., y Cárdenas-Cárdenas, J. A. (2020). Hechos estilizados de la relación entre El Niño, La Niña y la inflación en Colombia. Borradores de Economía 1105, Banco de la Republica de Colombia.
- Candia, B., Coibion, O., y Gorodnichenko, Y. (2024). The inflation expectations of U.S. firms: Evidence from a new survey. *Journal of Monetary Economics*, 145:103569.
- Cherubini, U., Gobbi, F., y Mulinacci, S. (2016). *Convolution Copula Econometrics*. SpringerBriefs in Statistics. Springer International Publishing, Cham.
- Coibion, O., Gorodnichenko, Y., y Kumar, S. (2018). How do firms form their expectations? new survey evidence. *American Economic Review*, 108:2671–2713.
- Coibion, O., Gorodnichenko, Y., y Weber, M. (2019). Monetary Policy Communications and their Effects on Household Inflation Expectations. NBER Working Papers 25482, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Czado, C. (2019). *Analyzing Dependent Data with Vine Copulas: A Practical Guide With R (Lecture Notes in Statistics, 222)*. Springer, paperback edición.
- Dash, P., Rohit, A. K., y Devaguptapu, A. (2020). Assessing the (de-)anchoring of households’ long-term inflation expectations in the US. *Journal of Macroeconomics*, 63:103183.

- Davis, S. (2013). Cross-country variation in the anchoring of inflation expectations. Finance and Economics Discussion Series 2013, Federal Reserve of Dallas.
- Dornbusch, R. y Fischer, S. (1993). Moderate Inflation. *The World Bank Economic Review*, 7(1):1–44.
- Escorcia-Arana, A. (2017). Impacto del des-anclaje de las expectativas de inflación sobre la política monetaria en Colombia. Technical report, Universidad de los Andes.
- Gamba-Santamaría, S., González-Molano, E. R., y Melo-Velandia, L. F. (2016). ¿Están ancladas las expectativas de inflación en Colombia? Borradores de Economía 940, Banco de la República de Colombia.
- Gefang, D., Koop, G., y Potter, S. (2008). The dynamics of uk and us inflation expectations. Finance and Economics Discussion Series 2015-15, University of Galsgow.
- Goel, T. y Tsatsaronis, K. (2022). Anchoring of inflation expectations: has past progress paid off? BIS Bulletins 51, Bank for International Settlements.
- González-Gómez, A., Guarín-López, A., Rodríguez-Guzmán, D. A., y Vargas-Herrera, H. (2020). 4gm: A new model for the monetary policy analysis in Colombia. Borradores de Economía 1106, Banco de la República de Colombia.
- Hamza, T., Ben Haj Hamida, H., Mili, M., y Sami, M. (2024). High inflation during russia–ukraine war and financial market interaction: Evidence from c-vine copula and setar models. *Research in International Business and Finance*, 70:102384.
- Hernández-Montes, M. A., Hernández-Ortega, R., y Muñoz-Martínez, J. A. (2022). Aporte de las expectativas de empresarios al pronóstico de las variables macroeconómicas. Borradores de Economía 1202, Banco de la República de Colombia.
- Hördahl, P. y Tristani, O. (2012). Inflation risk premia in the term structure of interest rates. *Journal of the European Economic Association*, 10(3):634–657.
- Iregui, A. M., Núñez, H. M., y Otero, J. (2021). Testing the efficiency of inflation and exchange rate forecast revisions in a changing economic environment. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 187(C):290–314.

- Joyce, M. A., Lildholdt, P., y Sorensen, S. (2010). Extracting inflation expectations and inflation risk premia from the term structure: A joint model of the uk nominal and real yield curves. *Journal of Banking & Finance*, 34(2):281–294.
- Martinez-Rivera, W. y Hernandez-Bejarano, M. (2012). Cálculo del ranking acumulado para la encuesta de expectativas de inflación y tasa de cambio nominal, a través de una prueba no paramétrica. Borradores de Economía 688, Banco de la República de Colombia.
- Mester, L. J. (2022). The Role of Inflation Expectations in Monetary Policymaking: A Practitioner’s Perspective. Speech 94404, Federal Reserve Bank of Cleveland.
- Muñoz-Martínez, J. A., Ramos-Veloz, M. A., , y Orozco, D. (2025). Tweeting inflation: Real-time measures of inflation perception in Colombia. *Latin American Economic Review*, 33:1–39.
- Nagler, T., Bumann, C., y Czado, C. (2019). Model selection in sparse high-dimensional vine copula models with an application to portfolio risk. *Journal of Multivariate Analysis*, 172(C):180–192.
- Natoli, F. y Sigalotti, L. (2017a). An indicator of inflation expectations anchoring. Economic Research and International Relations Area 1103, Bank of Italy.
- Natoli, F. y Sigalotti, L. (2017b). Tail co-movement in inflation expectations as an indicator of anchoring. *International Journal of Central Banking* vol. 14, European Central Bank.
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer, New York, NY, USA.
- Patton, A. J. (2009). *Copula-Based Models for Financial Time Series*, pp. 767–785. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Rincón-Torres, A. D., Salas-Ávila, A. F., y Julio-Román, J. M. (2023). Inflation expectations: Rationality, disagreement and the role of the loss function in Colombia. Borradores de Economía 1262, Banco de la República de Colombia.
- Romero-Torres, B. D., Sánchez-Jabba, A. M., y Villabon-Hinestroza, E. (2023). Inflation expectations measurement and its effect on inflation dynamics in Colombia. Borradores de Economía 1257, Banco de la República de Colombia.

- Sklar, M. (1959). Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. *Publ. inst. statist. univ. Paris*, 8:229–231.
- Strohsal, T., Melnick, R., y Nautz, D. (2016). The time-varying degree of inflation expectations anchoring. *Journal of Macroeconomics*, 48:62–71.
- Strohsal, T. y Winkelmann, L. (2015). Assessing the anchoring of inflation expectations. *Journal of International Money and Finance*, 50(C):33–48.
- Yao, C.-Z., Li, M.-J., y Xu, X. (2023). How does bubble risk propagate among financial assets? a perspective from the bsadf-vine copula model. *International Review of Economics Finance*, 88:347–364.

A. Dependencia condicional en las colas de la distribución

La dependencia condicional en las colas de la distribución se define como:

$$\lambda_U = \lim_{k \rightarrow 1} Pr(Y > y_k | X > x_k) \quad (A1)$$

$$\lambda_L = \lim_{k \rightarrow 0} Pr(Y \leq y_k | X \leq x_k) \quad (A2)$$

donde λ_U y λ_L representan las colas superior e inferior de la distribución acumulada conjunta, X e Y representan dos variables aleatorias, y_k y x_k representan los valores de la distribución asociado al cuantil k . En el caso que se esté estudiando la cola superior, el cuantil k relevante tiende al máximo. Intuitivamente, λ_U mide la probabilidad asintótica de tener realizaciones en la variable Y elevados, condicionado a realizaciones observadas para la variable X altos. Análogamente para λ_L .

Antunes (2015) estudia las revisiones de las expectativas de CP y LP realizando el siguiente cálculo:

$$\Delta X = X_t - X_{t-1} \quad (A3)$$

$$\Delta Y = Y_t - Y_{t-1} \quad (A4)$$

donde ΔY y ΔX representan los cambios en las expectativas de CP y LP , respectivamente. Luego de hacer este cálculo, se remueve los problemas de heteroscedasticidad de las series a partir de un modelo GARCH(1,1), y se les calcula la dependencia en las colas de las distribuciones siguiendo las ecuaciones (A1) y (A2) con el objetivo de enfocar el análisis en episodios donde se materializan los choques más relevantes en la economía.

B. Cópulas estadísticas

Las cópulas permiten representar una distribución conjunta de variables aleatorias correlacionadas a partir de sus distribuciones marginales individuales. Formalmente, una cópula es una función que vincula distribuciones marginales univariadas para construir una distribución multivariada, capturando así la estructura de dependencia entre variables.

Dado un par de variables aleatorias X y Y , con funciones de distribución marginal $F_X(x)$ y $F_Y(y)$, la función de distribución conjunta $F_{X,Y}(x, y)$ puede expresarse en términos de una cópula $C(u, v)$, donde $u = F_X(x)$ y $v = F_Y(y)$. La relación entre la distribución conjunta y la cópula es:

$$F_{X,Y}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)), \quad (\text{B1})$$

donde la cópula C describe específicamente la estructura de dependencia entre las dos variables. Si $C(x, y) = x \cdot y$, entonces las variables X y Y son independientes; en otros casos, la cópula captura distintas estructuras de dependencia. A continuación, se presentan algunas cópulas comunes. Para una discusión más exhaustiva, véanse Nelsen (2006) y Patton (2009).

Cópula de Gumbel

La cópula de Gumbel se utiliza para modelar dependencias en las colas superiores de la distribución. Es una cópula asimétrica, lo que permite capturar situaciones en las que una variable presenta mayor dependencia que otra. Su fórmula es:

$$C(x, y) = \exp\left(-\left[(-\ln x)^\theta + (-\ln y)^\theta\right]^{1/\theta}\right) \quad (\text{B2})$$

donde $\theta \geq 1$ es el parámetro de dependencia. Cuando $\theta = 1$, las variables son independientes, y a medida que $\theta \rightarrow \infty$, la dependencia se aproxima a ser perfecta.

Cópula de Clayton

La cópula de Clayton es particularmente útil para modelar dependencias en la cola inferior, siendo adecuada en contextos donde ambas variables tienden a presentar valores bajos de forma simultánea. La forma funcional de la cópula de Clayton es:

$$C(x, y) = [\text{máx}(x^{-\theta} + y^{-\theta} - 1, 0)]^{-1/\theta} \quad (\text{B3})$$

donde el parámetro de dependencia $\theta > 0$ mide la intensidad de la dependencia en la cola inferior. Valores grandes de θ indican una dependencia más fuerte en dicha cola.

Cópula Gaussiana

La cópula Gaussiana deriva de la distribución normal multivariada. Si las variables aleatorias X y Y siguen una distribución normal estándar, su cópula está dada por:

$$C(x, y) = \Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(x), \Phi^{-1}(y)) \quad (\text{B4})$$

donde Φ^{-1} es la función inversa de la distribución normal estándar y Φ_{ρ} representa la función de distribución conjunta bivariada con un coeficiente de correlación ρ . Esta cópula es simétrica y no presenta dependencia en las colas, por lo que es adecuada para modelar dependencias lineales moderadas.

Cópula t-Student

La cópula t-Student es una extensión de la cópula Gaussiana, pero con la ventaja de capturar dependencias en ambas colas de la distribución, lo cual es relevante en contextos donde las variables pueden presentar valores extremos de manera conjunta. La función de esta cópula es:

$$C(x, y) = t_{\nu, \rho}(t_{\nu}^{-1}(x), t_{\nu}^{-1}(y)) \quad (\text{B5})$$

donde t_{ν}^{-1} es la función inversa de la distribución t-Student univariada con ν grados de libertad, y $t_{\nu, \rho}$ es la función de distribución conjunta bivariada de la t-Student con coeficiente de correlación ρ y ν grados de libertad.

La ventaja principal de la cópula t-Student radica en su capacidad para modelar dependencia en los extremos, tanto en la cola superior como en la inferior. Cuanto menor sea el valor de ν , mayor será la dependencia en las colas. Esto hace que la cópula t-Student sea especialmente útil en aplicaciones de riesgo financiero, donde los eventos extremos conjuntos son importantes de modelar.

Vine Copulas

Las *Vine Copulas* son cópulas multivariadas que modelan la dependencia entre múltiples variables aleatorias de manera flexible, descomponiendo la distribución conjunta en cópulas bivariadas para facilitar su estimación y manejo computacional. Utilizan representaciones gráficas llamadas *vines*, que muestran las relaciones jerárquicas entre las variables. Se pueden dividir en dos tipos:

C-Vine

En una *C-Vine*, se selecciona una variable 'central' que tiene una relación directa con todas las demás variables, y el resto de las relaciones de dependencia se construyen condicionalmente a partir de esa variable. La función de densidad conjunta de d variables X_1, X_2, \dots, X_d usando una *C-Vine* se puede expresar como:

$$f(x_1, \dots, x_d) = \prod_{i=1}^d f(x_i) \prod_{i=1}^{d-1} \prod_{j=i+1}^d c_{i,j|1,\dots,i-1}(F(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}), F(x_j|x_1, \dots, x_{i-1})) \quad (\text{B6})$$

donde $c_{i,j|1,\dots,i-1}$ son las cópulas condicionales que capturan la dependencia entre las variables X_i y X_j , dadas otras variables.

D-Vine

En una *D-Vine*, las relaciones de dependencia entre las variables se modelan como una secuencia de cópulas bivariadas. En este caso, la función de densidad conjunta se descompone en términos de cópulas bivariadas condicionales que vinculan cada par de variables. La densidad conjunta de d variables usando una *D-Vine* se expresa como:

$$f(x_1, \dots, x_d) = \prod_{i=1}^d f(x_i) \prod_{k=1}^{d-1} \prod_{i=1}^{d-k} c_{i,i+k|1,\dots,i-1}(F(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}), F(x_{i+k}|x_1, \dots, x_{i-1})) \quad (\text{B7})$$

Este enfoque permite modelar dependencias condicionales complejas entre pares de variables.

C. Construcción de las expectativas derivadas del mercado financiero.

Las *breakeven inflations* (BEI's), o tasa de inflación implícita, se refiere a la diferencia entre el rendimiento de un bono nominal y el rendimiento de un bono indexado a la inflación con el mismo vencimiento. Esta tasa representa la inflación que los inversores esperan para el horizonte del bono, de modo que si la inflación efectiva resulta igual a la tasa BEI, los inversores obtendrán rendimientos comparables en ambos bonos (nominal y real o indexado).

Se construyen de la siguiente manera:

$$\pi_t^{e,m} = \frac{1 + i_t^m}{1 + r_t^m} - 1 \quad (C1)$$

donde i_t^m y r_t^m corresponden a los rendimientos de un bono con tasa nominal y un bono con tasa real, respectivamente. Estos bonos deben tener la misma calidad crediticia y deben ser comunes en su plazo.

Las *Forward Break-even Inflations* (FBEI) representan la tasa de inflación esperada para un periodo futuro específico, calculada a partir de las expectativas implícitas en las tasas BEI de bonos con diferentes vencimientos. Estas tasas permiten inferir la inflación esperada entre dos momentos en el tiempo, utilizando bonos de vencimientos distintos.

La FBEI se construye de la siguiente manera:

$$\pi_t^{e,(m,n)} = \frac{(1 + i_t^n)}{(1 + i_t^m)} \cdot \frac{(1 + r_t^m)}{(1 + r_t^n)} - 1 \quad (C2)$$

donde i_t^m e i_t^n representan los rendimientos nominales de bonos con vencimientos m y n , respectivamente, y r_t^m y r_t^n los rendimientos reales de bonos con los mismos vencimientos. Esta fórmula proporciona la inflación esperada entre los periodos m y n , permitiendo a los inversores evaluar sus expectativas de inflación en periodos futuros específicos, condicionados a que el vencimiento de ambos bonos sea común y que la calidad crediticia sea comparable.

D. Resultados de estimación para distintos plazos de \widehat{icp} e \widehat{ilp} .

Figura D.1: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas tradicionales. $K=12$ meses

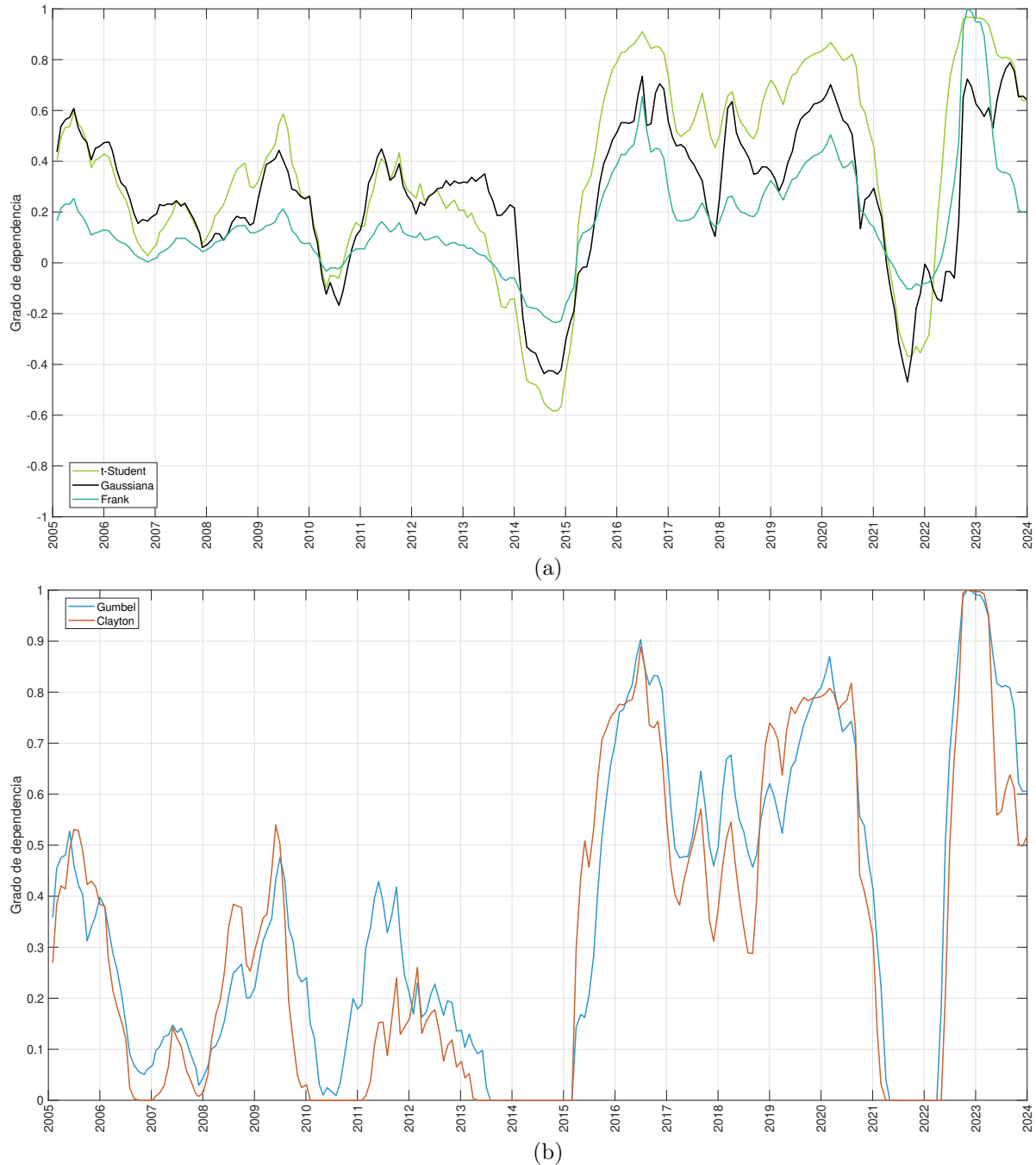


Figura D.2: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas jerárquicas. **K=12 meses**

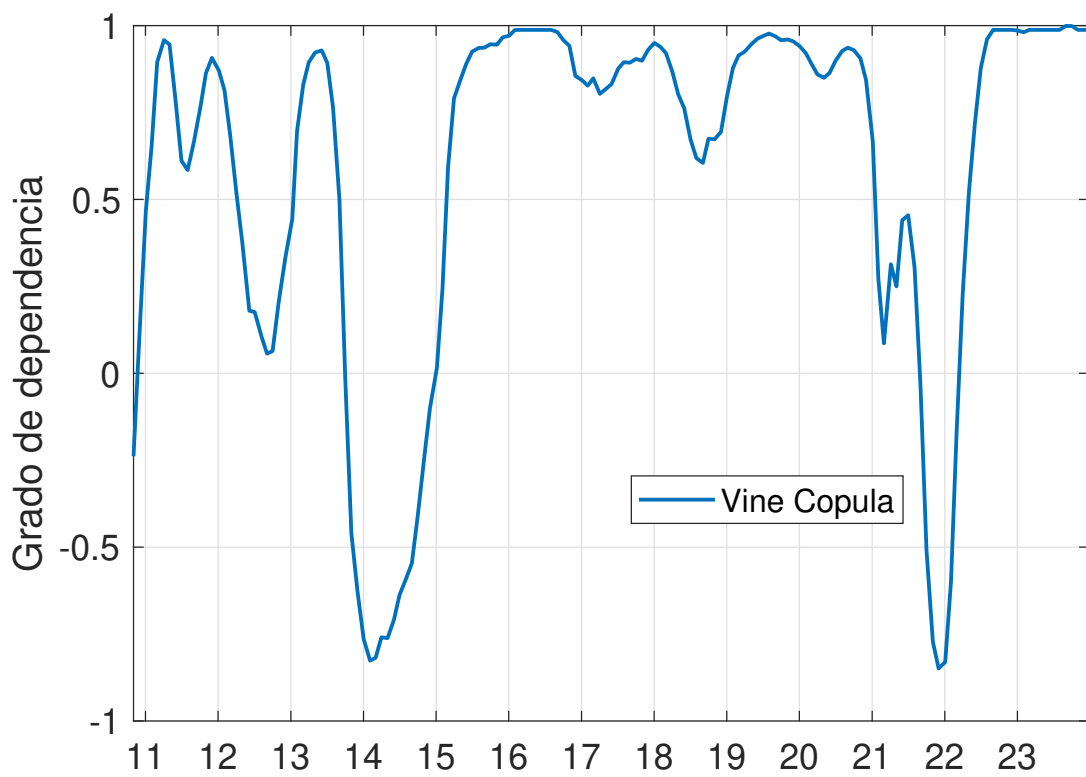
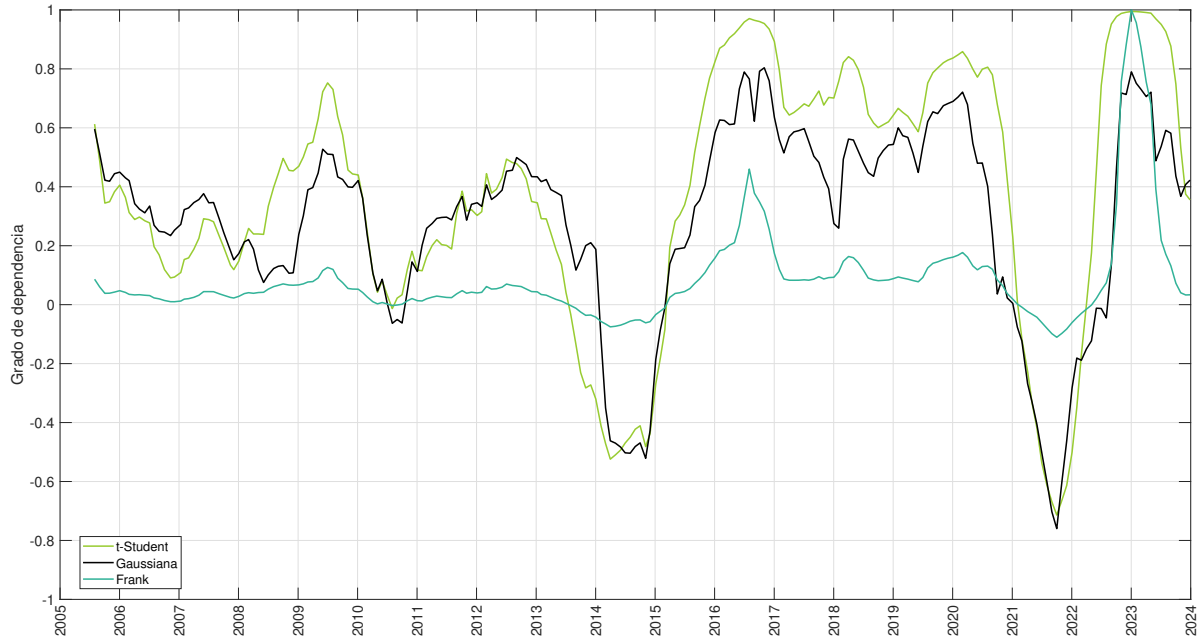
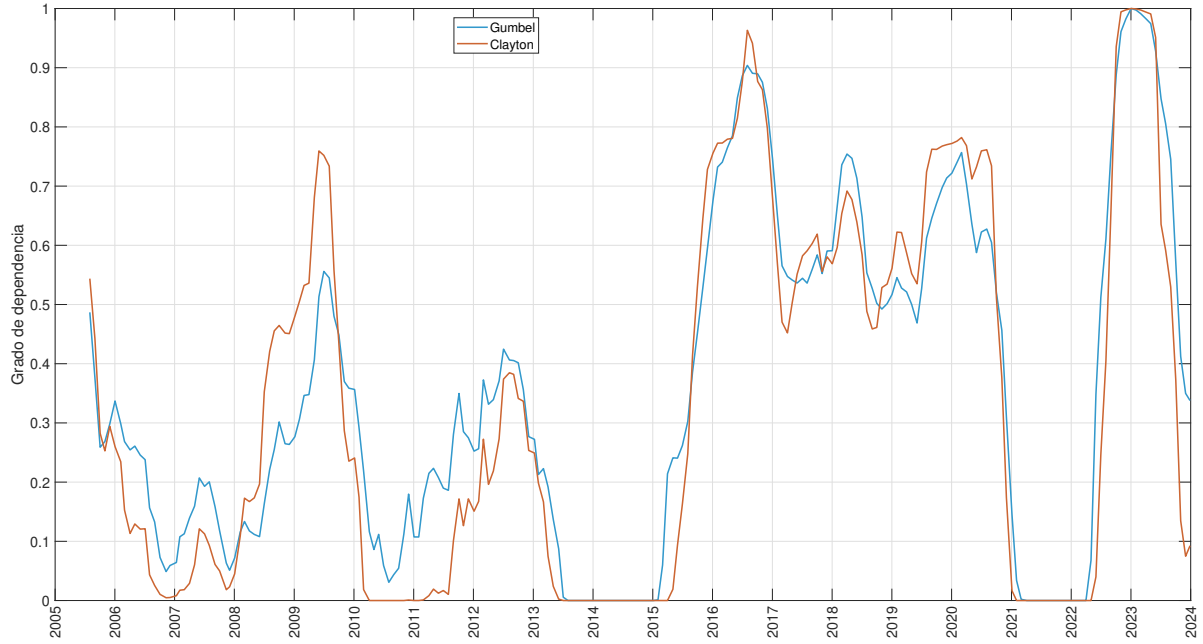


Figura D.3: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas tradicionales. $K=18$ meses



(a)



(b)

Figura D.4: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas jerárquicas. $K=18$ meses

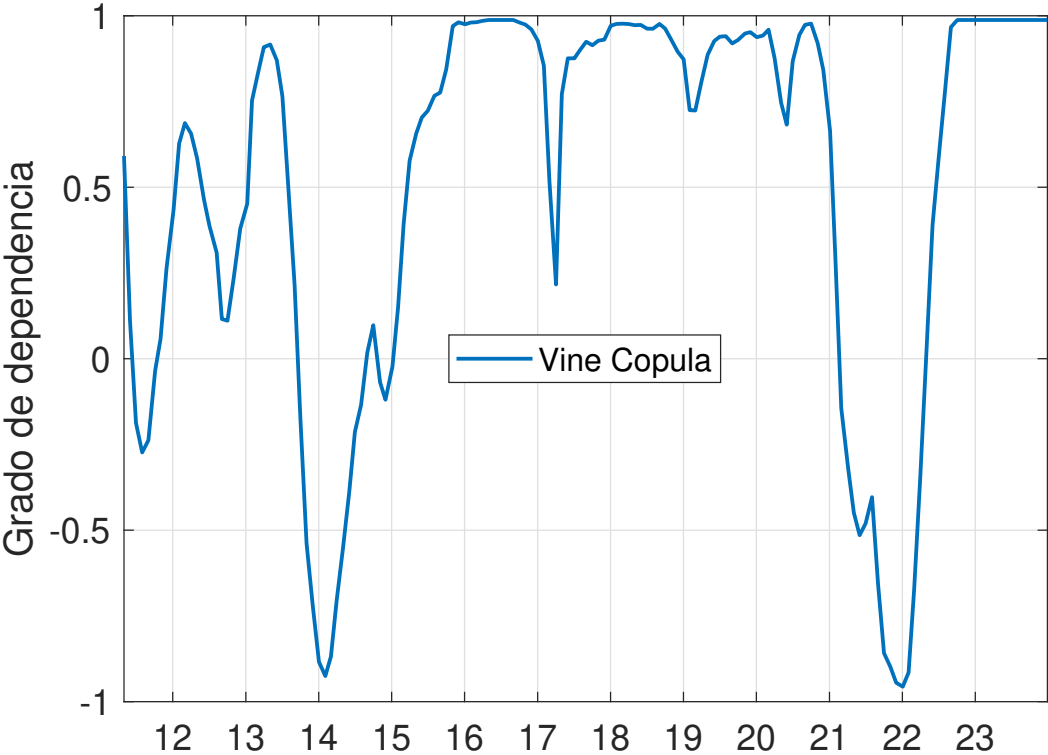


Figura D.5: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas tradicionales. $K=24$ meses

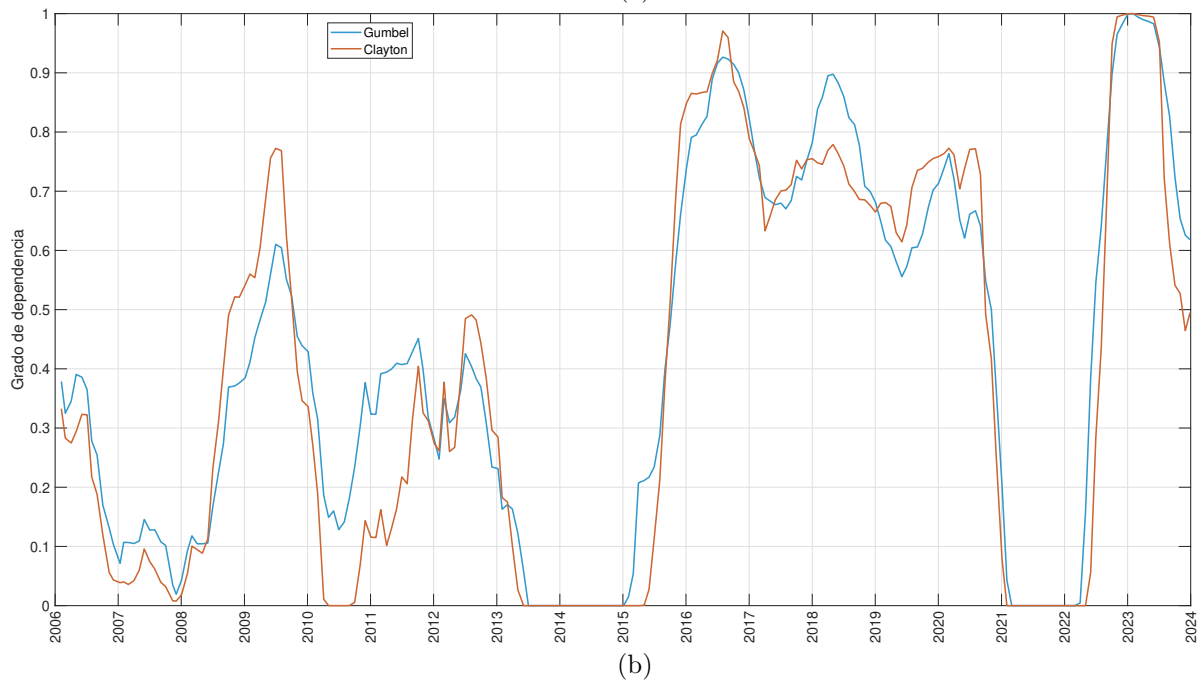
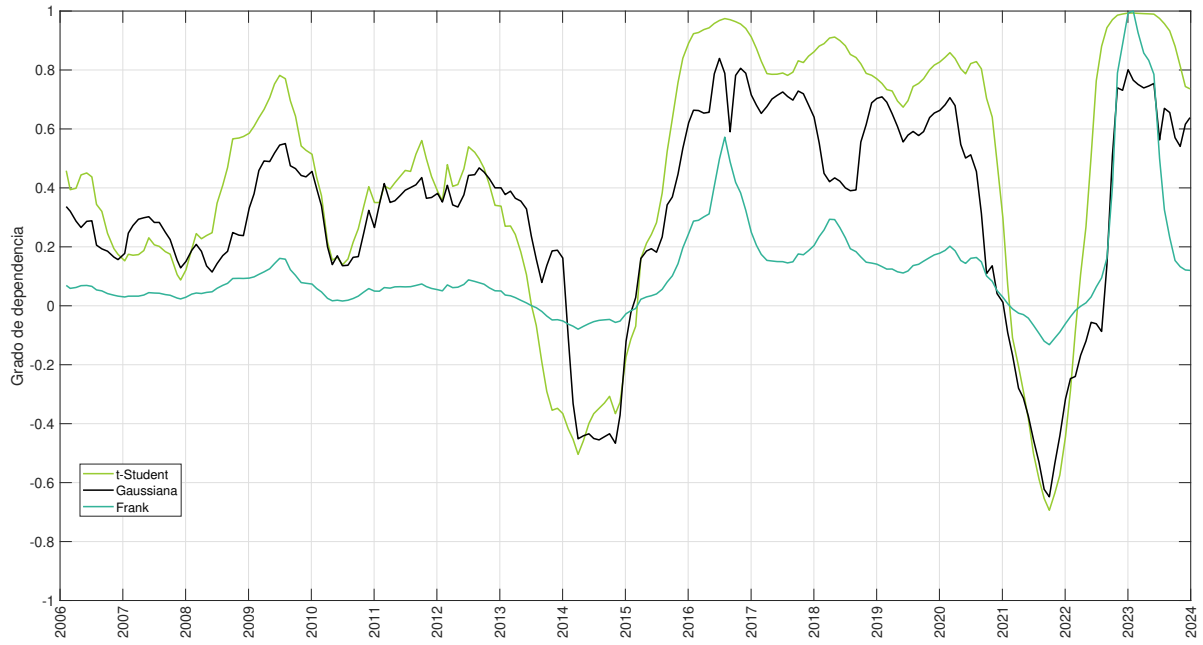
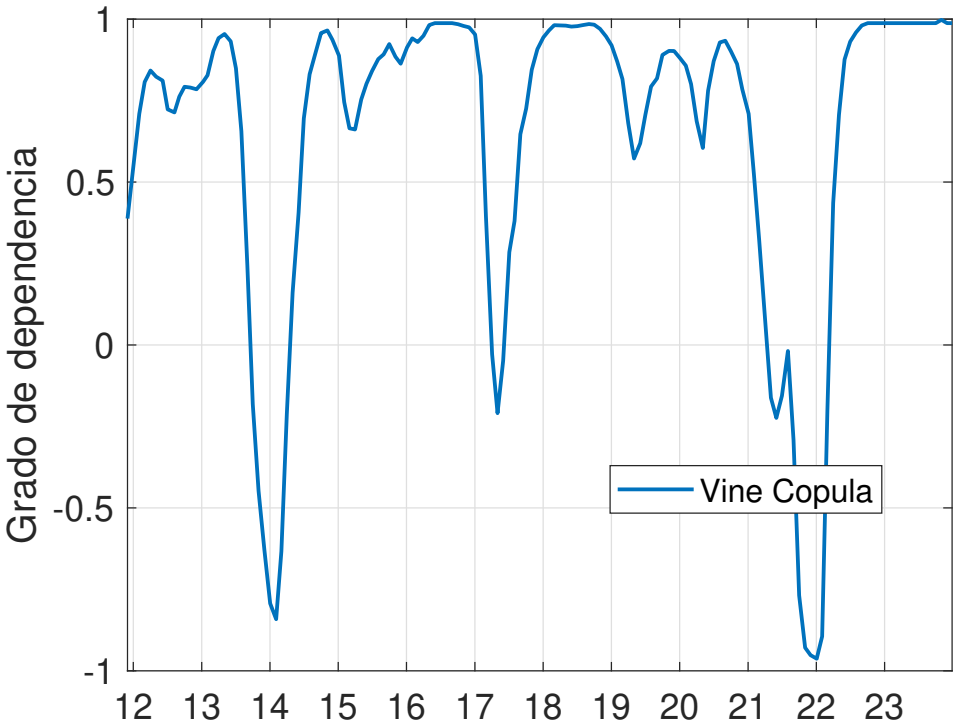


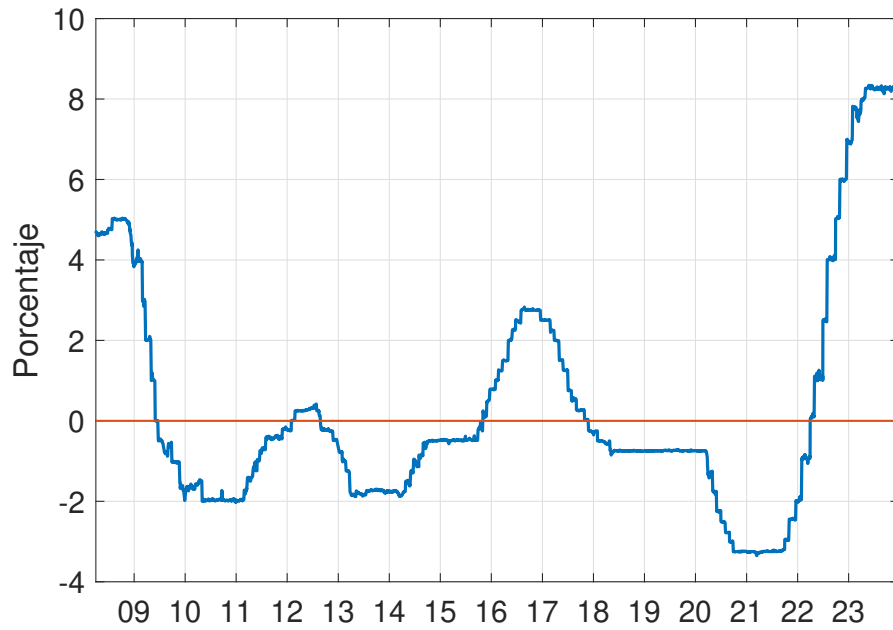
Figura D.6: Estimación del grado de dependencia a partir de cópulas jerárquicas. $K=24$ meses



E. Postura de política monetaria

Los datos de la Tasa de Interés Bancaria se encuentran disponibles desde abril 02 del 2008. A continuación se muestra su dinámica:

Figura E.1: Postura de política monetaria.



Valores negativos (positivos) indican una postura expansiva (contractiva).