

1.1.1. Efecto marginal en el modelo 3 – Variables transformadas y efectos cruzados o cuadráticos

En el Modelo 3 detallado en esta sección que complementa los Modelos 1 y 2 explicados anteriormente, cada una de las ecuaciones de regresión utilizadas para explicar cada una de las hipótesis está construida por la combinación de 14 variables, donde una de ellas se toma como variable dependiente a predecir y las otras 13 como variables independientes. Algunas de las 13 variables independientes han sido transformadas con algunos operadores aritméticos y algunos términos nuevos han sido propuestos como composición de dos variables lineales para obtener y analizar el comportamiento de la función frente a la existencia de efectos cruzados o cuadráticos, de acuerdo a lo expuesto anteriormente en la explicación del modelamiento propuesto.

Este modelamiento propuesto resulta en que el número de componentes a la derecha de cada ecuación sea de más de 13 términos, atendiendo a las transformaciones y variables compuestas que se hayan propuesto. La conformación de las ecuaciones para cada una de las hipótesis se expondrá oportunamente en cada segmento. Lo anterior resulta en modelos que pueden tener hasta 21 términos.

Así mismo, los resultados obtenidos y que serán analizados para cada hipótesis presentan el recorrido de cada variable (para el caso de las lineales y no lineales) y el recorrido de dos variables de manera simultánea (para el caso de las compuestas).

Así como el comportamiento de las variables transformadas en el apartado anterior genera comportamientos no lineales en su recorrido, en este caso las variables compuestas presentan recorridos no regulares de diferentes planos en un espacio de tres dimensiones.

La combinación de estos tres tipos de variables de manera simultánea permite el análisis de todos los posibles resultados de cada variable en diferentes dimensiones, proporcionando de esta manera al investigador una posibilidad de análisis mayor. Se considera que esta se configura entonces en uno de los aportes innovadores de esta propuesta.

En términos matemáticos, los recorridos de las variables compuestas de este modelo configuran planos irregulares en tres dimensiones, configurándose de manera simultánea

particularidades tales como planos por secciones crecientes, decrecientes, verticales, horizontales y/o puntos de silla de manera simultánea.

Tal y como se explicó y dado que el valor del aporte marginal de las variables originales corresponde al coeficiente de regresión resultado del procesamiento de los valores de la base de datos en el modelo de regresión, tanto el aporte marginal de las variables transformadas como el aporte marginal de las variables compuestas corresponde a la derivada de la función que la expresa y depende directamente del valor que en cada momento tome esta variable dentro de la base de datos a lo largo del recorrido de la función.

Sin embargo y en el caso del modelo 3, el análisis es más complejo dado que involucra de manera simultánea dos variables y los posibles valores de la función hipótesis pueden adoptar comportamientos crecientes o decrecientes de manera individual y simultánea para cada componente, generando planos irregulares que representarán el aporte marginal de las variables involucradas.

En la propuesta de este modelo se combina de manera simultánea en cada hipótesis la utilización de estas tres presentaciones para las variables, por lo que el aporte marginal de las variables que se presentan sin transformación corresponderá al valor resultante de la regresión y que se muestra en las tablas correspondientes, y el valor de las variables transformadas y compuestas corresponde a la derivada del término compuesto que reúne tanto la variable original como su transformada y la compuesta, según sea cada caso.

Por esa razón, se hace necesario analizar el momento en que se evalúa y por tanto indicar si su aporte al comportamiento de la hipótesis es negativo, neutro o positivo.

La metodología para esta evaluación corresponderá en esta sección a las convenciones presentadas en el cuadro 13 y de esta manera se analizan.

		q Cuantil														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
Variable no lineal	Máximo															
	Mínimo															
Variable cuadrática	Máximo															
	Mínimo															

Cuadro 1. Convenciones para presentar el análisis del aporte de las variables “transformadas” y “cuadráticas”

Fuente: El autor

En el cuadro anterior la información presentada corresponde a las siguientes categorías:

- A y B. En estas casillas se relacionan el nombre y la etiqueta de la variable transformada o de la variable compuesta que se analiza. En este último caso, se indican las variables que la conforman y en la relación de cada hipótesis presentada más adelante, la especificación que la define.
- C. Indica el cuantil que se está analizando en cada sección y contiene las categorías q10, q25, q50, q75 y q90 con las que se propuso analizar todo el espectro de la regresión. Así mismo y para cada cuantil, contiene información para los tres períodos de análisis (2005, 2010 y 2015).
- D. En esta sección se reporta el valor de inflexión que presenta la variable transformada reportada en la sección A. de este apartado en relación a el (los) valor(es) máximo(s) o mínimo(s) absoluto(s) durante el recorrido de su evolución. Estos valores se reportan en una de las dos casillas disponibles e identificadas para los valores “máximo” o “mínimo” tal y como se indica en el cuadro. La identificación de los puntos de inflexión máximos o mínimos permite identificar cuales segmentos de la curva son crecientes o decrecientes y por tanto definir también, cuándo el aporte de esta variable a cada hipótesis es positivo o negativo. En esta casilla se indica el valor de la variable X donde existe el punto de inflexión

o de aporte cero (0). Aunque lo anterior es generalizable para cualquier análisis, es de resaltar que algunos resultados obtenidos en los modelos de regresión para estas hipótesis del Modelo 3 resultaron con coeficientes de regresión igual a cero (0), hecho que resulta en que el aporte marginal de esa variable transformada y sus términos al recorrido de la hipótesis no exista. En ese caso se reporta “no aporta”.

E. Al haberse identificado el valor que genera esta inflexión en la curva e identificar así mismo que se trata de un máximo o un mínimo, en las casillas denominadas “BD X” se podrá consultar también el valor máximo y el valor mínimo que toma esta variable en la base de datos correspondiente para ese año. De la misma forma en que se procedió en la sección anterior, el análisis de los resultados debe hacerse de la siguiente manera: si el valor corresponde a un mínimo, esto indicaría que los valores de la base de datos menores al valor indicado corresponden a un valor negativo de la pendiente de la curva (definida por la derivada de la función) y por lo tanto el aporte marginal a la hipótesis será negativo. Por otro lado, en caso de que la categoría corresponda a un máximo, los valores inferiores al valor de inflexión indicado representan un comportamiento creciente de la curva y por tanto su efecto marginal será positivo.

F. En el caso de las variables compuestas y tal como se anunció anteriormente, el comportamiento de esta variable compuesta depende del comportamiento de cada componente (X, Y), razón por la cual su análisis incluye el comportamiento de las dos variables en el punto de inflexión y en sus recorridos tanto inferior como superior. Este punto de inflexión (pendiente cero) se configura al analizar los valores para X y para Y de manera simultánea, configurando de esta manera el par coordinado (x, y) donde la gráfica de la derivada que representa el aporte marginal de la variable compuesta, cambia de comportamiento.

Aunque lo anterior es generalizable para cualquier análisis, es de resaltar que algunos resultados obtenidos en los modelos de regresión para estas hipótesis del Modelo 3 resultaron con coeficientes de regresión igual a cero (0), hecho que resulta en que el aporte marginal de esa variable cuadrática y sus términos al recorrido de la hipótesis no exista. En ese caso se reporta “no aporta”.

Para conformar estas variables cuadráticas se procedió a la combinación de algunas lineales o transformadas con la variable “ $X5 \text{ Área_Mza}$ ” y aunque en las especificaciones se plantea la ecuación respecto a esta variable también, el análisis en los cuadros se hace solo para la otra variable que conforma la cuadrática y se propone el análisis de $X5$ para futuras investigaciones. También es de anotar que esta investigación propone para futuros proyectos el análisis detallado de los cambios de comportamiento en puntos intermedios contenidos entre los máximos y mínimos absolutos que se reportan en esta sección, donde pueden encontrarse puntos de silla donde la elevación de la superficie es máxima en una dirección y mínima en la dirección perpendicular.

Lo anterior puede visualizarse en las Gráficas 74 a la 80 presentadas a continuación, que contienen la representación gráfica de algunas de estas derivadas seleccionadas para ejemplificar lo expuesto en este apartado.

Como otra limitación del análisis que se presenta a continuación, se resalta que las conclusiones presentadas sobre el comportamiento de las curvas se hacen de manera genérica asociando estos conceptos a los límites inferior y superior de cada variable en la base de datos. Un análisis más detallado podría individualizar los límites de cada una de las variables en cada cuantil y presentar conclusiones más detalladas y específicas. Lo anterior también se considera una limitación del estudio y se propone como punto de partida para futuras investigaciones al respecto.

G. En esta casilla se reportan los límites superior e inferior de los rangos de dominio de cada variable X y Y , permitiendo identificar si los comportamientos posibles destacados en los puntos anteriores se presentan dentro de los rangos disponibles de análisis de las bases de datos de cada año.

A continuación la representación gráfica del comportamiento de algunas variables compuestas.

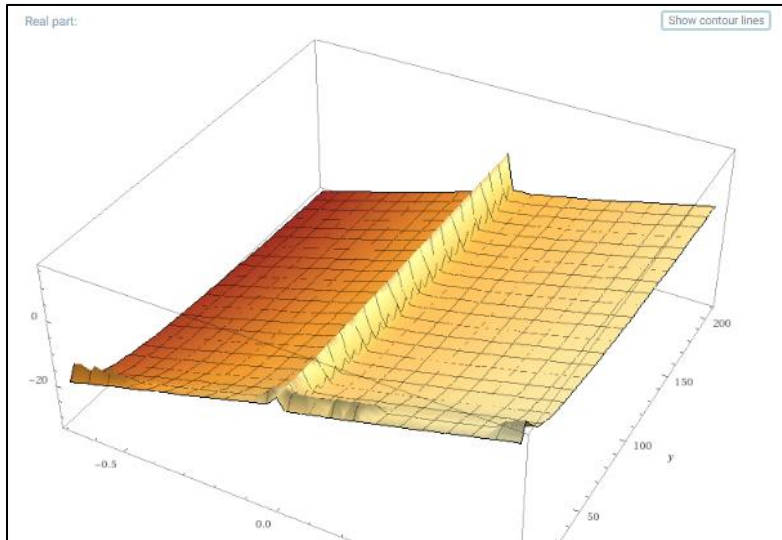


Gráfico 1. Recorrido de variables compuestas del modelo 3– ejemplo 1
 Fuente: Cálculos adelantados por el autor

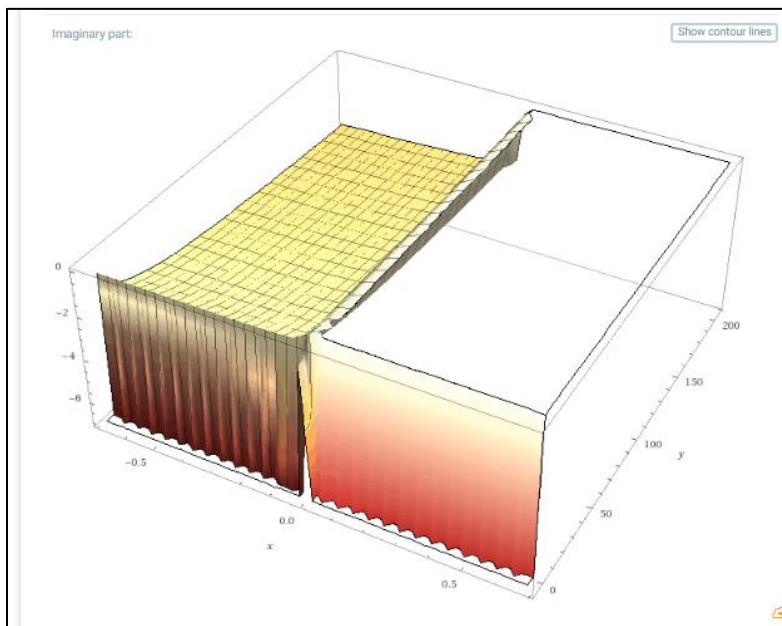


Gráfico 2. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 2
 Fuente: Cálculos adelantados por el autor

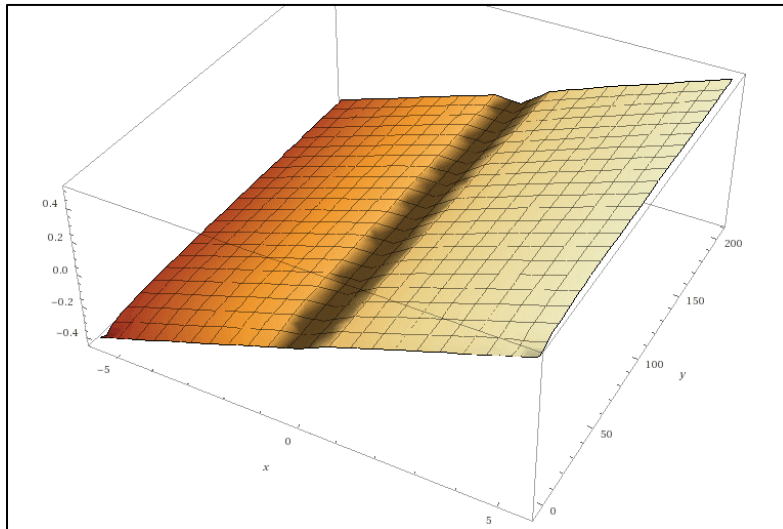


Gráfico 3. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 3
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

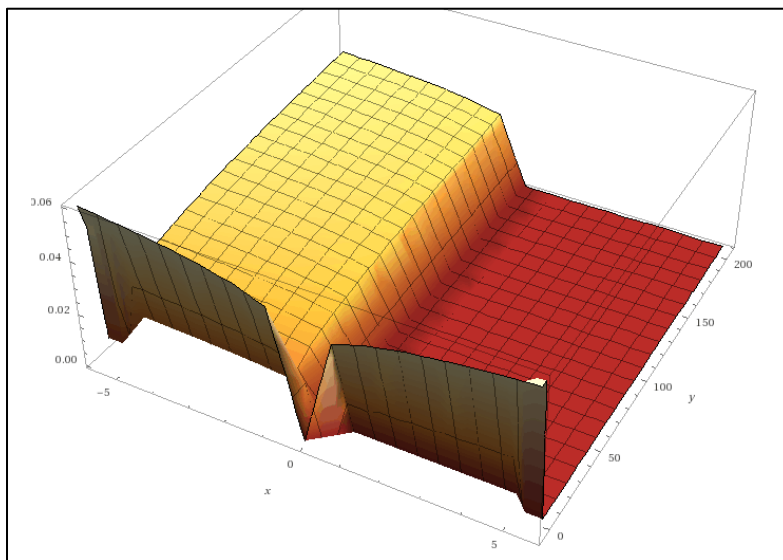


Gráfico 4. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 4
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

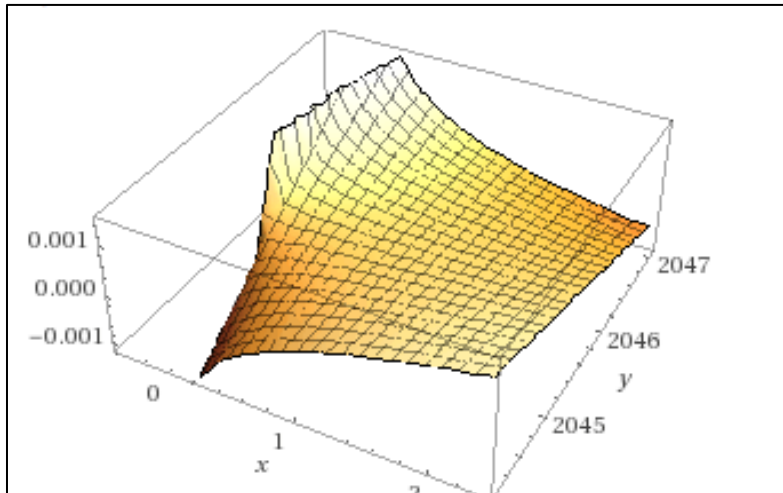


Gráfico 5. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 5
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

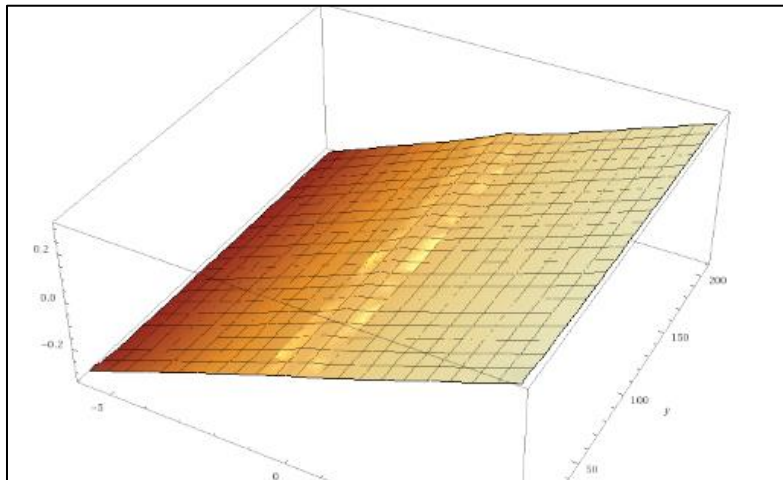


Gráfico 6. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 6
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

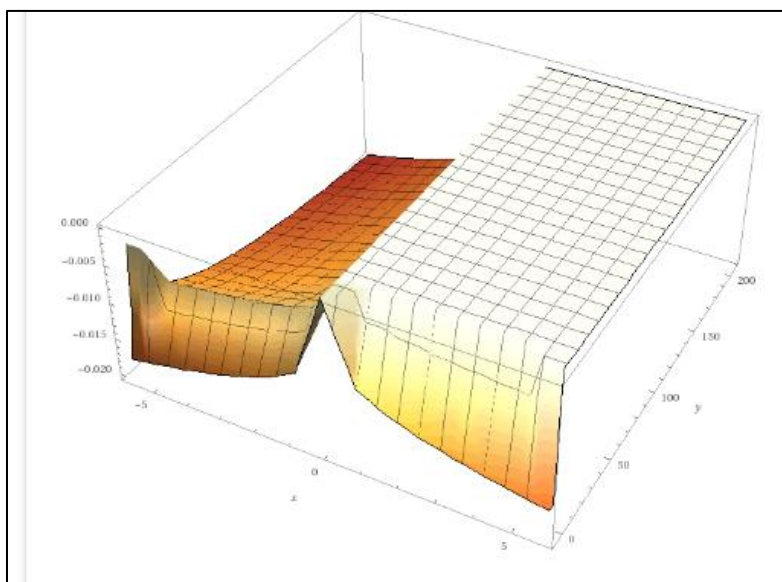


Gráfico 7. Recorrido de variables compuestas del modelo 3 – ejemplo 7
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

1.1.1. Efecto marginal en el modelo 3 – Hipótesis 1 (y: X1_EmpresasMza)

Para el caso de la ecuación general de este modelo y esta hipótesis definidos como sigue:

$$EmpresasMza_i = \beta_1 + \beta_\phi X_i + \mu_{\phi i}$$

$$(1) \quad y = \beta_1 + \beta_2 X2 + \beta_3 \sqrt{X2} + \beta_4 \sqrt[4]{X2} + \beta_5 X3 + \beta_6 \text{LOG} X3 + \beta_7 X4 + \beta_8 X5 \\ + \beta_9 \text{LOG} X5 + \beta_{10} X6 + \beta_{11} X7 + \beta_{12} X8 + \beta_{13} X9 + \beta_{14} X10 \\ + \beta_{15} \sqrt{X10} + \beta_{16} X11 + \beta_{17} X12 + \beta_{18} \sqrt[4]{X12} + \beta_{19} X13 + \beta_{20} \sqrt[4]{X13} \\ + \beta_{21} X14 + \beta_{22} \text{LOG} X3 \text{LOG} X5 + \beta_{23} \sqrt[16]{X11} \text{LOG} X5 \\ + \beta_{24} \sqrt[4]{X14} \text{LOG} X5 + \mu_{\phi i}$$

Inicialmente en las Tablas 53, 65 y 77 se presentaron los coeficientes de regresión de las variables lineales para el modelo 3 evaluado en la hipótesis 1 para los años 2005, 2010 y 2015.

El aporte marginal de las variables $X4, X6, X7, X8$ y $X9$ corresponde a los coeficientes respectivos presentados en esas tablas.

El aporte marginal de las variables que forman parte de términos compuestos se relaciona con la pendiente del plano de la gráfica que la representa, se calcula de acuerdo a

la derivada de la función y su aporte está determinados por los valores que esta variable dentro del rango disponible en la base de datos para cada año.

A continuación, se propone la especificación de la ecuación que define la derivada para cada una de ellas, además del valor de cada variable que da lugar a que la derivada o pendiente de cada función alcance un valor de cero. Al tratarse de un punto de inflexión, este valor de la variable permite también analizar en qué rangos de la variable el aporte es negativo, en cuales es equivalente a cero y en cuales es positivo. Esta información permite a su vez analizar la importancia y efecto de estas variables en el comportamiento de cada hipótesis. Los coeficientes contenidos en las tablas enunciadas al inicio de esta sección también forman parte de la especificación de las derivadas.

Se presenta la especificación de cada ecuación derivada respecto a la variable que se analiza en cada momento. Esta ecuación y el cálculo del valor de la variable X (que en este caso puede corresponder a $X2$, $X3$, $X5$, $X10$, $X11$, $X12$, $X13$ y $X14$) que determina el punto de inflexión de la curva se presentan en cada caso en la columna denominada “Valor X ” en las tablas a continuación.

$$a) \frac{dy}{dX2} = \beta_2 + \frac{\beta_3}{2 \sqrt{X2}} + \frac{\beta_4}{4 \sqrt[4]{(X2)^3}}$$

$$b) \frac{dy}{dX3} = \beta_5 + \frac{\beta_6}{\ln(10)X3} + \frac{\beta_{22} \ln(X5)}{\ln^2(10)X3}$$

$$c) \frac{dy}{dX5} = \beta_8 + \frac{\beta_9}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{22} \ln(X3)}{\ln^2(10)X5} + \frac{\beta_{23} \sqrt[16]{X11}}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{24} \sqrt[4]{X14}}{\ln(10)X5}$$

$$d) \frac{dy}{dX10} = \beta_{14} + \frac{\beta_{15}}{2 \sqrt{X10}}$$

$$e) \frac{dy}{dX11} = \beta_{16} + \frac{\beta_{23} \ln(X5)}{16 \ln(10)X11^{15/16}}$$

$$f) \frac{dy}{dX12} = \beta_{17} + \frac{\beta_{18}}{4 \sqrt[4]{X12^3}}$$

$$g) \frac{dy}{dX13} = \beta_{19} + \frac{\beta_{20}}{4 \sqrt[4]{X13^3}}$$

$$h) \frac{dy}{dX14} = \beta_{21} + \frac{\beta_{24} \ln(X5)}{4 \ln(10)X14^{3/4}}$$

Las tablas que se presentan a continuación se analizan de acuerdo a las convenciones explicadas al inicio de esta sección, permitiendo presentar también un análisis general de los comportamientos evidenciados.

Modelo 3 y: EmpresasMza		q10														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	442.25		9,889		Máximo	752.48		5,914		Máximo	3,244.89		83,337	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.12		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	2,106.88	1,468.42	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	0.92	0.29	25.76	277.30	Mínimo	1.00	1.00	25.76	277.30	Mínimo	0.30	1.31	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo	No aporta		110,112		Máximo	No aporta		101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1		Máximo	0.85		1		Máximo	0.20		1	
		Mínimo	0.02		0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo	0.09		1		Máximo	0.21		1		Máximo	1.30		1	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	223.97

Tabla 1. Puntos de inflexión y aporte q10 Modelo 3 - Hipótesis 1 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpresasMza		q25														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	763.82		9,889		Máximo	670.59		5,914		Máximo	5,463.84		83,337	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.05		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.66	1.13	25.76	277.30	Mínimo	1.90	2.81	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo	61,009.00		110,112		Máximo	No aporta		101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo			0		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.47	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	1.01		1		Máximo			1		Máximo	0.19		1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.41		0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo	0.04		1		Máximo	0.31		1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.26		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.04	10.92	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	223.97

Tabla 2. Puntos de inflexión y aporte q25 Modelo 3 - Hipótesis 1 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpresasMza		q50														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	2,797.93		9,889		Máximo	1,847.87		5,914		Máximo	19,880.11		83,337	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.06		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.09	0.46	25.76	277.30	Mínimo	1.40	0.48	25.76	277.30	Mínimo	0.92	0.85	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo	56,644.00		110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707	
		Mínimo			0		Mínimo	13,456.00		0		Mínimo	13,398.06		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	5.13	37.56	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	1	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.27		1		Máximo			1		Máximo	0.18		1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.02		0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo			1		Máximo	0.54		1		Máximo			1	
		Mínimo	4.37		0		Mínimo			0		Mínimo	0.08		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.05	1.48	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	223.97

Tabla 3. Puntos de inflexión y aporte q50 Modelo 3 - Hipótesis 1 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpresasMza		q75															
		2005				2010				2015							
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	
EmpleadosMza	Máximo			9,889		Máximo			5,914		Máximo	129,049.04		83,337			
	Mínimo	42.01		0		Mínimo	0.21		0		Mínimo	0.11		0			
Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.97	0.60	5,568.99	200,822.17		
	Mínimo	1.31	0.63	25.76	277.30	Mínimo	1.00	2.88	25.76	277.30	Mínimo	0.99	3.93	25.76	223.97		
Ingresos_diariosUPZ	Máximo	27,183.77		110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707			
	Mínimo			0		Mínimo	10,609.00		0		Mínimo	15,531.39		0.00			
Industria / Área_Mza	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17		
	Mínimo	2.22	0.06	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97		
Comercio	Máximo	0.23		1		Máximo			1		Máximo	0.20		1			
	Mínimo			0		Mínimo	0.01		0		Mínimo			0			
Servicios	Máximo	31.07		1		Máximo	1.10		1		Máximo			1			
	Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.09		0			
OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17		
	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97		

Tabla 4. Puntos de inflexión y aporte q75 Modelo 3 - Hipótesis 1 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpresasMza		q90															
		2005				2010				2015							
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	
X2 EmpleadosMza	Máximo			9,889		Máximo			5,914		Máximo	128,872.79		83,337			
	Mínimo	0.02		0		Mínimo	0.30		0		Mínimo	0.12		0			
X3 / X5 Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	5,568.99	200,822.17		
	Mínimo	1.08	0.17	25.76	277.30	Mínimo	3.70	5.95	25.76	277.30	Mínimo	1.00	0.10	25.76	223.97		
X10 Ingresos_diariosUPZ	Máximo	16,384.00		110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707			
	Mínimo			0		Mínimo	3,192.25		0		Mínimo	6,655.84		0.00			
X11 / X5 Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17		
	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97		
X12 Comercio	Máximo	0.85		1		Máximo	0.00		1		Máximo	0.25		1			
	Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo			0			
X13 Servicios	Máximo			1		Máximo	0.03		1		Máximo			1			
	Mínimo	0.02		0		Mínimo			0		Mínimo	0.07		0			
X14 / X5 OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17		
	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	223.97		

Tabla 5. Puntos de inflexión y aporte q90 Modelo 3 - Hipótesis 1 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

➤ Cuantil q10

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X3*X5 y su recorrido, en el 2005 no presenta puntos de silla, presenta un punto de mínimo en (0,92-0,29) y un máximo en (2.106.88-1.468,42); en el 2010 contiene un punto de silla en (1,00-857,59), un mínimo en (1,00-1,00) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2015 presenta un punto de silla en (1,00-5.039,42), un mínimo en (0,30-1,31) y un máximo en (0,98-0,61). Estos valores están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta aportes para este modelo en ninguno de los tres años.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ en el 2005 no contiene puntos de silla, presenta un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo; en el 2010 no tiene puntos de silla, presenta un mínimo en (0,47-0,58) y no presenta aportes de la categoría máxima; para el 2015 no tiene un puntos de silla y tiene puntos mínimos y máximos simultáneos en (0,17-0,59). Estos valores están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión máximo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es positivo.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$, para el 2005 no tiene puntos de silla, presenta un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo; en el 2010 no configura puntos de silla, tiene un punto simultáneo mínimo y máximo en (0,47-0,58); en el 2015 no tiene puntos de silla y presenta un punto mínimo y máximo simultáneo en (0,47-0,58), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q25**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_3 * X_5$ y su comportamiento, analizado para el 2005 presenta un punto de silla en (1,00-1.129,21), un mínimo en (1,66-1,13) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2010 presenta un punto de silla en (1,00-1.081,64), un mínimo en (1,90-2,81) y un

máximo en (0,76-0,15); en el 2015 ha y ausencia de aportes, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* aporta un máximo en el 2005 y no presenta aportes para este modelo en el 2010 ni en el 2015.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ para el 2005 no presenta puntos de silla, presenta un mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo; en el 2010 no tiene un puntos de silla, tienen un mínimo en (0,47-0,47) y no presenta aportes de la categoría punto máximo: en el 2015 no tiene puntos de silla y presenta de manera simultánea valores mínimos y máximos en (0,17-0,59), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión máximo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es positivo.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ para el año 2005 no tiene puntos de silla, presenta un punto mínimo en (0,04-10,92) y un punto máximo en (0,43-0,00); en el 2010 no existen puntos de silla, presenta un puntos mínimo y máximo simultáneo en (0,47-0,58); en el 2015 y no existen puntos de silla, presenta un puntos mínimo y máximo simultáneo en (0,47-0,58), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q50**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos,

hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X3*X5, para el 2005 presenta un punto de silla en (1,00-1.577,98), un punto mínimo en (1,09-0,46) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2010 un punto de silla en (1,00-3.402,35), un mínimo en (1,40-0,48) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2015 un punto de silla en (1,00-2.309,50), un mínimo en (0,92-0,85) y un máximo en (0,98-0,61) los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X11*X5 analizada para el 2005 no presenta un punto de silla, presenta un mínimo en (5,13-37,56), presenta aportes de la categoría punto máximo en (0,769-0,15); en el 2010 no presenta puntos de silla, presenta un punto mínimo en (0,47-0,47) y no presenta aportes de la categoría punto máximo; en el 2015 no presenta punto de silla, presenta un mínimo en (0,17-0,59) y no presenta aportes de la categoría punto máximo, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X14*X5 para el 2005 no presenta un punto de silla, un mínimo en (0,05-1,48) y un máximo en (0,17-0,59); en el 2010 tampoco tiene puntos de silla, un

punto mínimo en (0,47-0,58) y ausencia de aportes como máximo; en el 2015 un punto mínimo en (0,47-0,58) y ausencia de aportes como máximo los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q75**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X3*X5$, para el 2005 presenta un punto de silla en (1,00-4.253,88), un mínimo en (1,31-0,63) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2010 tiene un punto de silla en (1,00, 4.253,88), un mínimo en (1,00-2,88) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2015 presenta un punto de silla en (1,00-1.926,23), un mínimo en (0,99-3,93) y un máximo en (0,97-0,60) en el los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X11*X5$, no presenta para el 2005 un punto de silla, presenta un mínimo en (2,22-0,06) y un máximo en (0,43-0,00); en el 2010 no tiene un punto de silla, presenta un mínimo en (0,47-0,58) y no presenta aportes de la categoría máximo; en el 2015 no hay un punto de silla, existe un mínimo en (0,17-0,59) y no presenta aportes de la categoría punto máximo, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X14*X5, en el 2005 no presenta puntos de silla, presenta un mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo; en el 2010 presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y ausencia de aportes como máximo; en el 2015 y un punto mínimo en (0,17-0,59) y ausencia de aportes como máximo en, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q90**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X3*X5, para el 2005 presenta un punto de silla en (1,00-2.942,31), un mínimo en (1,08-0,17) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2010 un punto de silla en (1,00-10.453,00), un mínimo en (3,70-5,95) y un máximo en (0,76-0,15); en el 2015 un punto de silla en (1,00-2.254,62), un mínimo en (1,00-0,10) y un máximo en (0,98-0,61) los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X11*X5, para el 2005 no presenta un punto de silla, un mínimo en (0,67-0,73) y no tiene un punto máximo; en el 2010 no presenta un punto de silla, presenta un mínimo en (0,47-0,58) y no presenta aportes de la categoría máximo; en el 2015 no tiene punto de silla, un mínimo en (0,17-0,59) y no presenta aportes de la categoría punto

máximo en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión máximo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es positivo.

La variable compuesta X14*X5 no presenta un punto de silla, presenta un mínimo en (067-0,73) y ausencia de aportes como máximo; en el 2010 no presenta punto de silla, un mínimo en (0,47-0,58) y ausencia de aportes como máximo; en el 2015 no presenta un punto de silla, un mínimo en (0,17-0,59) y ausencia de aportes como máximo en el en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

1.1.2. Efecto marginal en el modelo 3 – Hipótesis 2 (y: X2_EmpleadosMza)

2. Para el caso de la ecuación general de este modelo y esta hipótesis definidos como sigue:

$$EmpleadosMza_i = \beta_1 + \beta_\phi X_i + \mu_{\phi i}$$

$$(50) \quad y = \beta_1 + \beta_2 X1 + \beta_3 X3 + \beta_4 LOG X3 + \beta_5 X4 + \beta_6 X5 + \beta_7 LOG X5 + \beta_8 X6 \\ + \beta_9 X7 + \beta_{10} X8 + \beta_{11} X9 + \beta_{12} X10 + \beta_{13} \sqrt[2]{X10} + \beta_{14} X11 + \beta_{15} X12 \\ + \beta_{16} \sqrt[4]{X12} + \beta_{17} X13 + \beta_{18} \sqrt[4]{X13} + \beta_{19} X14 + \beta_{20} LOG X3 LOG X5 \\ + \beta_{21} \sqrt[16]{X11} LOG X5 + \beta_{22} \sqrt[4]{X14} LOG X5 + \mu_{\phi i}$$

Inicialmente en las Tablas 56, 68 y 80 se presentaron los coeficientes de regresión de las variables lineales para el modelo 3 evaluado en la hipótesis 2 para los años 2005, 2010 y 2015.

El aporte marginal de las variables $X1, X4, X6, X7, X8$ y $X9$ corresponde a los coeficientes respectivos presentados en esas tablas.

El aporte marginal de las variables que forman parte de términos compuestos se relaciona con la pendiente de la gráfica que la representa, se calcula de acuerdo a la derivada de la función y su aporte está determinados por los valores que esta variable dentro del rango disponible en la base de datos para cada año.

A continuación, se propone la especificación de la ecuación que define la derivada para cada una de ellas, además del valor de cada variable que da lugar a que la derivada o pendiente de cada función alcance un valor de cero. Al tratarse de un punto de inflexión, este valor de la variable permite también analizar en qué rangos de la variable el aporte es negativo, en cuales es equivalente a cero y en cuales es positivo. Esta información permite a su vez analizar la importancia y efecto de estas variables en el comportamiento de cada hipótesis. Los coeficientes contenidos en las tablas enunciadas al inicio de esta sección también forman parte de la especificación de las derivadas.

Se presenta la especificación de cada ecuación derivada respecto a la variable que se analiza en cada momento. Esta ecuación y el cálculo del valor de la variable X (que en este caso puede corresponder a $X3, X5, X10, X11, X12, X13$ y $X14$) que determina el punto de inflexión de la curva se presentan en cada caso en la columna denominada “Valor X ” en las tablas a continuación.

$$a) \frac{dy}{dX3} = \beta_3 + \frac{\beta_4}{\ln(10)X3} + \frac{\beta_{20} \ln(X5)}{\ln^2(10)X3}$$

$$b) \frac{dy}{dX5} = \beta_6 + \frac{\beta_7}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{20} \ln(X3)}{\ln^2(10)X5} + \frac{\beta_{21} \sqrt[16]{X11}}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{22} \sqrt[4]{X14}}{\ln(10)X5}$$

$$c) \frac{dy}{dX10} = \beta_{12} + \frac{\beta_{13}}{2 \sqrt[2]{X10}}$$

$$d) \frac{dy}{dX11} = \beta_{14} + \frac{\beta_{21} \ln(X5)}{16 \ln(10)X3^{15/16}}$$

$$e) \frac{dy}{dX12} = \beta_{15} + \frac{\beta_{16}}{4 \sqrt[4]{X12^3}}$$

$$f) \frac{dy}{dX13} = \beta_{17} + \frac{\beta_{18}}{4 \sqrt[4]{X13^3}}$$

$$g) \frac{dy}{dx_{14}} = \beta_{19} + \frac{\beta_{22} \ln(X5)}{4 \ln(10)X3^{3/4}}$$

h) Las tablas que se presentan a continuación se analizan de acuerdo a las convenciones explicadas al inicio de esta sección, permitiendo presentar también un análisis general de los comportamientos evidenciados.

Modelo 3 y: EmpleadosMza		q10														
		2005					2010					2015				
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.00	0.89	25.76	277.30	Mínimo	1.00	0.89	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X5	Área_Mza	Máximo	518,285.59		200,822.17	277.30	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	277.30	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	223.97
		Mínimo					Mínimo					Mínimo				
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112	0	Máximo			101,566	0	Máximo	No aporta	No aporta	69,707	0.00
		Mínimo	75,900.25				Mínimo	21,121.78				Mínimo	No aporta	No aporta		
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.39	0.40	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1	0	Máximo			1	0	Máximo			1	0
		Mínimo	0.15		0		Mínimo	0.00		0		Mínimo	0.64		0	
X13	Servicios	Máximo	0.12		1	0	Máximo			1	0	Máximo	0.09		1	0
		Mínimo			0		Mínimo	0.01		0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.29	0.99	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.16	2.50	0	223.97

Tabla 6. Puntos de inflexión y aporte q10 Modelo 3 - Hipótesis 2 – años 2005-2010 -2015
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpleadosMza		q25														
		2005					2010					2015				
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.00	0.89	25.76	277.30	Mínimo	0.97	0.17	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X5	Área_Mza	Máximo			200,822.17	277.30	Máximo	231,910.14		200,822.17	277.30	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	223.97
		Mínimo	139,172.57				Mínimo					Mínimo	No aporta	No aporta	223.97	
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112	0	Máximo			101,566	0	Máximo	No aporta	No aporta	69,707	0.00
		Mínimo	11,867.38				Mínimo	19,670.06				Mínimo	No aporta	No aporta	0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.37	1.43	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17
		Mínimo	1.59	0.43	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	5.90	30.23	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1	0	Máximo			1	0	Máximo			1	0
		Mínimo	0.18		0		Mínimo	0.03		0		Mínimo	0.36		0	
X13	Servicios	Máximo	0.10		1	0	Máximo			1	0	Máximo	0.09		1	0
		Mínimo			0		Mínimo	0.08		0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17
		Mínimo	0.61	0.37	0	277.30	Mínimo	0.08	2.83	0	277.30	Mínimo	0.41	1.61	0	223.97

Tabla 7. Puntos de inflexión y aporte q25 Modelo 3 - Hipótesis 2 – años 2005-2010 -2015
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpleadosMza		q50														
		2005					2010					2015				
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.00	0.26	25.76	277.30	Mínimo	1.00	2.50	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X5	Área_Mza	Máximo			200,822.17	277.30	Máximo	281,924.30		200,822.17	277.30	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	223.97
		Mínimo	47,062.82				Mínimo					Mínimo	No aporta	No aporta	223.97	
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112	0	Máximo			101,566	0	Máximo	No aporta	No aporta	69,707	0.00
		Mínimo	8,662.29				Mínimo	15,684.27				Mínimo	No aporta	No aporta	0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17
		Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.01	6.81	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1	0	Máximo			1	0	Máximo			1	0
		Mínimo	0.16		0		Mínimo	0.09		0		Mínimo	0.23		0	
X13	Servicios	Máximo	0.13		1	0	Máximo			1	0	Máximo			1	0
		Mínimo			0		Mínimo	0.15		0		Mínimo	1.17		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	2.10	13.11	0	277.30	Mínimo	0.41	1.61	0	223.97

Tabla 8. Puntos de inflexión y aporte q50 Modelo 3 - Hipótesis 2 – años 2005-2010 -2015
Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpleadosMza		q75														
		2005					2010					2015				
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	1.00	0.60	25.76	277.30	Mínimo	1.00	2.50	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X5	Área_Mza	Máximo			200,822.17		Máximo			200,822.17		Máximo	197.60		200,822.17	
		Mínimo	15,749.75		277.30		Mínimo	43,894.74		277.30		Mínimo			223.97	
X10	Ingresos_diarosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo	5,843.07		0		Mínimo	14,393.33		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17
		Mínimo	0.09	0.52	0	277.30	Mínimo	0.41	0.61	0	277.30	Mínimo	0.41	1.61	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo	0.18		0		Mínimo	0.06		0		Mínimo	0.27		0	
X13	Servicios	Máximo	0.12		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.15		0		Mínimo	0.39		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.01	6.81	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	223.97

Tabla 9. Puntos de inflexión y aporte q75 Modelo 3 - Hipótesis 2 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EmpleadosMza		q90														
		2005					2010					2015				
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD máx
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	1.14	0.44	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	0.98	0.61	25.76	277.30	Mínimo	0.98	0.61	25.76	277.30	Mínimo	0.76	0.15	25.76	223.97
X5	Área_Mza	Máximo			200,822.17		Máximo			200,822.17		Máximo			200,822.17	
		Mínimo	5,647.40		277.30		Mínimo	15,120.36		277.30		Mínimo	1,834.06		223.97	
X10	Ingresos_diarosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo	3,683.48		0		Mínimo	13,706.21		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17
		Mínimo	0.05	0.49	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.41	1.61	0	223.97
X12	Comercio	Máximo			1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo	0.18		0		Mínimo	0.06		0		Mínimo	0.25		0	
X13	Servicios	Máximo	0.15		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.12		0		Mínimo	0.35		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.33	5.22	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	223.97

Tabla 10. Puntos de inflexión y aporte q90 Modelo 3 - Hipótesis 2 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

➤ Cuantil 10

La variable compuesta X3*X5 presenta un punto mínimo en (1,00-8,90) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (1,00-18,22) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y una ausencia de aportes en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Área_Mza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para el 2005 y no existen aportes en el 2010 ni en el 2015, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Ingresos_diaros_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para el 2005 y el 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 no existen aportes.

La variable compuesta X11*X5 presenta un punto mínimo en (0,76-0,15) y no existe aporte máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,76-0,15) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,39-0,40) y un máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X14*X5 presenta un punto mínimo en (0,29-0,99) y un máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,16-2,50) y un máximo en (0,43-0,00) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q25**

La variable compuesta X3*X5 presenta un punto mínimo en (1,00-0,89) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (0,97-0,17) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y una ausencia de aportes en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Área_Mza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para el 2005 y para el 2010 y no existen aportes en el 2015, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para el 2005 y el 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base

de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 no existen aportes.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (1,59-0,43) y un máximo en (0,37-1,43) en el 2005, un punto mínimo en (0,76-0,15) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2010 y un punto mínimo en (5,90-30,23) y un máximo en (0,76-0,15) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,61-0,37) y un máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,08-2,83) y un máximo en (0,43-0,00) en el 2010 y un punto mínimo en (0,41-1,61) y un máximo en (0,92-0,29) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q50**

La variable compuesta $X_3 * X_5$ presenta un punto mínimo en (1,00-0,26) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (1,00-2,50) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y no presenta aportes en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Área_Mza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para el 2005 y el 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. No presenta aportes en el 2015.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para 2005 y 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. No presenta aportes en el 2015.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,76-0,15) y no presenta un punto máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,01-6,81) y un punto máximo en (0,76-0,15) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (2,10-13,11) y un punto máximo en (0,76-0,15) en el 2010 y un punto mínimo en (0,41-1,61) y un punto máximo en (0,92-0,29) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q75**

La variable compuesta $X_3 * X_5$ presenta un punto mínimo en (1,00-0,60) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (1,00-2,50) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y un punto mínimo en (0,99-3,93) y un máximo en (0,97-0,60) y la regresión no proporciona un efecto al modelo en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Área_Mza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los años 2005 y 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. La regresión no proporciona un efecto al modelo en el 2015.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,09-0,52) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,41-0,61) y un punto máximo en (0,92-0,29) en el 2010 y un punto mínimo en (0,41-0,61) y un punto máximo en (0,92-0,29) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,01-6,81) y un punto máximo en (0,76-0,15) en el 2010 y un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q90**

La variable compuesta X3*X5 presenta un punto mínimo en (0,98-0,61) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (0,98-0,61) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y un punto mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,14-0,98-0,44) en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Área_Mza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los años 2005 y 2015 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 los resultados de la variable no aportan al modelo.

La variable compuesta X11*X5 presenta un punto mínimo en (0,05-0,49) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,41-1,61) y un punto máximo en (0,92-0,29) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X14*X5 presenta un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,33-5,22) y un punto máximo en

(0,76-0,15) en el 2010 y un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

2.1.1. Efecto marginal en el modelo 3 – Hipótesis 3 (y: X3_Dist_Mza_Estac)

Para el caso de la ecuación general de este modelo y esta hipótesis definidos como sigue:

$$Dist_Mza_Estac_i = \beta_1 + \beta_\phi X_i + \mu_{\phi i}$$

$$(51) \quad y = \beta_1 + \beta_2 X1 + \beta_3 X2 + \beta_4 \sqrt[2]{X2} + \beta_5 \sqrt[4]{X2} + \beta_6 X4 + \beta_7 X5 + \beta_8 LOG X5 \\ + \beta_9 X6 + \beta_{10} X7 + \beta_{11} X8 + \beta_{12} X9 + \beta_{13} X10 + \beta_{14} \sqrt[2]{X10} + \beta_{15} X11 \\ + \beta_{16} X12 + \beta_{17} \sqrt[4]{X12} + \beta_{18} X13 + \beta_{19} \sqrt[4]{X13} + \beta_{20} X14 \\ + \beta_{22} \sqrt[16]{X11} LOG X5 + \beta_{23} \sqrt[4]{X14} LOG X5 + \mu_{\phi i}$$

Inicialmente en las Tablas 59, 71 y 83 se presentaron los coeficientes de regresión de las variables lineales para el modelo 3 evaluado en la hipótesis 3 para los años 2005, 2010 y 2015.

El aporte marginal de las variables $X1, X4, X6, X7, X8$ y $X9$ corresponde a los coeficientes respectivos presentados en esas tablas.

El aporte marginal de las variables que forman parte de términos compuestos se relaciona con la pendiente de la gráfica que la representa, se calcula de acuerdo a la derivada de la función y su aporte está determinados por los valores que esta variable dentro del rango disponible en la base de datos para cada año.

A continuación, se propone la especificación de la ecuación que define la derivada para cada una de ellas, además del valor de cada variable que da lugar a que la derivada o pendiente de cada función alcance un valor de cero. Al tratarse de un punto de inflexión, este valor de la variable permite también analizar en qué rangos de la variable el aporte es negativo, en cuales es equivalente a cero y en cuales es positivo. Esta información permite a su vez analizar la importancia y efecto de estas variables en el comportamiento de cada

hipótesis. Los coeficientes contenidos en las tablas enunciadas al inicio de esta sección también forman parte de la especificación de las derivadas.

Se presenta la especificación de cada ecuación derivada respecto a la variable que se analiza en cada momento. Esta ecuación y el cálculo del valor de la variable X (que en este caso puede corresponder a X2, X5, X10, X11, X12, X13 y X14) que determina el punto de inflexión de la curva se presentan en cada caso en la columna denominada “Valor X” en las tablas a continuación.

$$a) \frac{dy}{dX2} = \beta_3 + \frac{\beta_4}{2\sqrt{X2}} + \frac{\beta_5}{4\sqrt[4]{(X2)^3}}$$

$$b) \frac{dy}{dX5} = \beta_7 + \frac{\beta_8}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{22} \sqrt[16]{X11}}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{23} \sqrt[4]{X14}}{\ln(10)X5}$$

$$c) \frac{dy}{dX10} = \beta_{13} + \frac{\beta_{14}}{2\sqrt{X10}}$$

$$d) \frac{dy}{dX11} = \beta_{15} + \frac{\beta_{22} \ln(X5)}{16 \ln(10)X11^{15/16}}$$

$$e) \frac{dy}{dX12} = \beta_{16} + \frac{\beta_{17}}{4\sqrt[4]{X12^3}}$$

$$f) \frac{dy}{dX13} = \beta_{18} + \frac{\beta_{19}}{4\sqrt[4]{X13^3}}$$

$$g) \frac{dy}{dX14} = \beta_{20} + \frac{\beta_{23} \ln(X5)}{4 \ln(10)X3^{3/4}}$$

h) Las tablas que se presentan a continuación se analizan de acuerdo a las convenciones explicadas al inicio de esta sección, permitiendo presentar también un análisis general de los comportamientos evidenciados.

Modelo 3 Dist_Mza_Estac		q10															
		2005				2010				2015							
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	
X2	EmpleadosMza	Máximo			9,889				5,914					83,337			
		Mínimo	1,086.61		0		349.57		0		Máximo	29.77		0			
X5 / X11	Área_Mza / Industria	Máximo	0.67	0.73	200,822.17	1	Máximo	1.00	0.21	200,822.17	1	Máximo	1.00	0.82	200,822.17	1	
		Mínimo	1.00	0.91	277.30	0	Mínimo	54,003.00	99,999,999	277.30	0	Mínimo	44,46,4	7,656.70	223.97	0	
X10	Ingresos_diarosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707		
		Mínimo	4,670.11		0		Mínimo	37,343.71		0		Mínimo	34,834.27		0.00		
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	
		Mínimo	0.00	0.59	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	223.97	
X12	Comercio	Máximo			1		Máximo			1		Máximo	0.12		1		
		Mínimo	0.66		0		Mínimo	0.01		0		Mínimo			0		
X13	Servicios	Máximo	0.37		1		Máximo	0.28		1		Máximo	0.11		1		
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo			0		
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97	

Tabla 11. Puntos de inflexión y aporte q10 Modelo 3 - Hipótesis 3 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 Dist_Mza_Estac		q25														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo			9,889				5,914			Máximo	0.00		83,337	
		Mínimo	1,326.51		0		Mínimo	759.34		0		Mínimo			0	
X5 / X11	Área_Mza / Industria	Máximo	0.67	0.73	200,822.17	1	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	1	Máximo	1.00	0.13	200,822.17	1
		Mínimo	1.00	0.01	277.30	0	Mínimo	50,306.80	99,999,999	277.30	0	Mínimo	44,123.20	99,999,999	223.97	0
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707	
		Mínimo	12,061.32		0		Mínimo	35,568.20		0		Mínimo	30,925.14		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.17	0.59	0	277.30	Mínimo	0.41	0.61	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.05		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.02		0		Mínimo	991.41		0	
X13	Servicios	Máximo			1		Máximo	0.18		1		Máximo	0.00		1	
		Mínimo	6.60		0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.17	0.59	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97

Tabla 12. Puntos de inflexión y aporte q25 Modelo 3 - Hipótesis 3 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 Dist_Mza_Estac		q50														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo			9,889				5,914			Máximo	0.00		83,337	
		Mínimo	1,118.59		0		Mínimo	894.84		0		Mínimo			0	
X5 / X11	Área_Mza / Industria	Máximo	0.67	0.73	200,822.17	1	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	1	Máximo	1.00	0.25	200,822.17	1
		Mínimo	1.00	0.28	277.30	0	Mínimo	82,439.20	99,999,999	277.30	0	Mínimo	1.00	1.00	223.97	0
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707	
		Mínimo	7,767.48		0		Mínimo	37,078.53		0		Mínimo	34,510.29		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.17	0.59	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.03		1		Máximo			1		Máximo	0.27		1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.01		0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo			1		Máximo	0.06		1		Máximo	0.02		1	
		Mínimo	0.05		0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97

Tabla 13. Puntos de inflexión y aporte q50 Modelo 3 - Hipótesis 3 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 Dist_Mza_Estac		q75														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo			9,889				5,914			Máximo			83,337	
		Mínimo	1,224.32		0		Mínimo	1,115.34		0		Mínimo	483.78		0	
X5 / X11	Área_Mza / Industria	Máximo	0.67	0.73	200,822.17	1	Máximo	1.00	2.21	200,822.17	1	Máximo	1.00	0.11	200,822.17	1
		Mínimo	1.00	3.49	277.30	0	Mínimo	1.00	1.00	277.30	0	Mínimo	1.00	1.00	223.97	0
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707	
		Mínimo	1,440.80		0		Mínimo	35,356.91		0		Mínimo	33,316.76		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	1.24	0.29	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.02		1		Máximo			1		Máximo	0.33		1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.00		0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo	0.52		1		Máximo	0.03		1		Máximo	0.04		1	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97

Tabla 14. Puntos de inflexión y aporte q75 Modelo 3 - Hipótesis 3 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 Dist_Mza_Estac		q90														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD máx
X2	EmpleadosMza	Máximo			9,889				5,914			Máximo			83,337	
		Mínimo	17,762.05		0		Mínimo	5,273.58		0		Mínimo	28,203.95		0	
X5 / X11	Área_Mza / Industria	Máximo	35,348.00	99,999.00	200,822.17	1	Máximo	1.04	0.49	200,822.17	1	Máximo	No aporta	No aporta	200,822.17	1
		Mínimo	1.00	1.00	277.30	0	Mínimo	0.67	0.73	277.30	0	Mínimo	45,631.40	99,999,999	223.97	0
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo			101,566		Máximo			69,707	
		Mínimo	3,701.45		0		Mínimo	22,490.08		0		Mínimo	8,177.13		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	1.24	0.28	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.01		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.08		0		Mínimo	6.53		0	
X13	Servicios	Máximo	0.31		1		Máximo	0.00		1		Máximo	0.03		1	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.47	0.58	0	277.30	Mínimo	0.43	0.00	0	223.97

Tabla 15. Puntos de inflexión y aporte q90 Modelo 3 - Hipótesis 3 – años 2005-2010 -2015

➤ **Cuantil q10**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

variable cuadrática *X5/X11* presenta un punto mínimo en (1,00-0,91) y un máximo en (0,67-0,73) en el 2005, un punto mínimo en (4.003,00-infinito) y un máximo en (1,00-0,21) en el 2010 y un punto mínimo en (44,46-7.656,70) y un máximo en (1,00-0,82) para el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta aportes para este modelo en ninguno de los tres años.

La variable compuesta *X11*X5* presenta un punto mínimo en (0,00-0,59) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2010 y un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los años 2005 y 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta *X14*X5* presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y presenta aporte máximo

en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q25**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable cuadrática *X5/X11* presenta un punto mínimo en (1,00-0,01) y un máximo en (0,67-0,73) en el 2005, un punto mínimo en (50.306,00-infinito) y ausencia de aporte en el máximo en el 2010 y un punto mínimo en (44.123,20-infinito) y un máximo en (1,00-0,13) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* aporta un máximo en el 2005 y no presenta aportes para este modelo en el 2010 ni en el 2015.

La variable compuesta *X11*X5* presenta un punto mínimo en (0,17-0,59) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,41-0,61) y un punto máximo en (0,92-0,29) en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,0) y un máximo en (0,43-0,0) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión mínimo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es negativo.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de

inflexión señalados. En el 2005 el punto de inflexión mínimo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es negativo.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,17-0,59) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q50**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable cuadrática X_5 / X_{11} presenta un punto mínimo en (1,00-0,28) y un máximo en (0,67-0,73) en el 2005, un punto mínimo en (82.439,20-infinito) y no presenta aporte marginal en su categoría de máximo en el 2010 y un punto mínimo en (1,00-1,00) y un máximo en (1,00-0,25) en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,17-0,59) y un punto máximo en (0,17-0,59) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos

que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q75**

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable cuadrática X_5 / X_{11} presenta un punto mínimo en (1,00-3,49) y un máximo en (0,67-0,73) en el 2005, un punto mínimo en (1,00-1,00) y un máximo en (1,00-2,21) en el 2010 y un punto mínimo en (1,00-1,00) y un máximo en (1,00-0,11) en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (1,24-0,29) y no presenta punto máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,43-0,00) y punto máximo en (0,43-0,00) en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y punto máximo en (0,43-0,00) en

el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,76-0,15) y ausencia de aportes como máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q90**

- La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el año 2005 el valor de la variable se encuentra fuera del límite superior de la base de datos y se constituye en un mínimo, lo que permite afirmar que el aporte será negativo en todo el recorrido de la variable.
- La variable cuadrática X_5/X_{11} presenta un punto mínimo en (1,00-1,00) y un máximo en (35.348,00-99.999,00) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y un máximo en (1,04-0,49) en el 2010 y un punto mínimo en (45.631,40-infinito) y no existe aporte en epara el valor máximo en el 2015, los cuales están contenidos

dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

- La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta aportes para este modelo en ninguno de los tres años.
- La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (1,24-0,28) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2010, y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.
- La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los años 2005 y 2010 los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. Para el año 2015 el punto de inflexión es un mínimo lo que permite afirmar que todo el recorrido de la variable tiene un efecto negativo en el modelo.
- La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión máximo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es positivo.
- La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2005, un punto mínimo en (0,47-0,58) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2010 y un punto mínimo en (0,43-0,00) y un punto máximo en (0,43-0,00) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

2.1.2. Efecto marginal en el modelo 3 – Hipótesis 4 (y: $X_7_EstacionesUPZ$)

Para el caso de la ecuación general de este modelo y esta hipótesis definidos como sigue:

$$EstacionesUPZ_i = \beta_1 + \beta_\phi X_i + \mu_{\phi i}$$

$$(50) \quad y = \beta_1 + \beta_2 X1 + \beta_3 X2 + \beta_4 \sqrt[2]{X2} + \beta_5 \sqrt[4]{X2} + \beta_6 X3 + \beta_7 \text{LOG } X3 + \beta_8 X4 \\ + \beta_9 X6 + \beta_{10} X8 + \beta_{11} X9 + \beta_{12} X10 + \beta_{13} \sqrt[2]{X10} + \beta_{14} X11 + \beta_{15} X12 \\ + \beta_{16} \sqrt[4]{X12} + \beta_{17} X13 + \beta_{18} \sqrt[4]{X13} + \beta_{19} X14 + \beta_{20} \text{LOG } X3 \text{ LOG } X5 \\ + \beta_{21} \sqrt[6]{X11} \text{ LOG } X5 + \beta_{22} \sqrt[4]{X14} \text{ LOG } X5 + \mu_{\phi i}$$

Inicialmente en las Tablas 62, 74 y 86 se presentaron los coeficientes de regresión de las variables lineales para el modelo 3 evaluado en la hipótesis 4 para los años 2005, 2010 y 2015.

El aporte marginal de las variables $X1, X4, X6, X8$ y $X9$ corresponde a los coeficientes respectivos presentados en esas tablas.

El aporte marginal de las variables que forman parte de términos compuestos se relaciona con la pendiente de la gráfica que la representa, se calcula de acuerdo a la derivada de la función y su aporte está determinados por los valores que esta variable dentro del rango disponible en la base de datos para cada año.

A continuación, se propone la especificación de la ecuación que define la derivada para cada una de ellas, además del valor de cada variable que da lugar a que la derivada o pendiente de cada función alcance un valor de cero. Al tratarse de un punto de inflexión, este valor de la variable permite también analizar en qué rangos de la variable el aporte es negativo, en cuales es equivalente a cero y en cuales es positivo. Esta información permite a su vez analizar la importancia y efecto de estas variables en el comportamiento de cada hipótesis. Los coeficientes contenidos en las tablas enunciadas al inicio de esta sección también forman parte de la especificación de las derivadas.

Se presenta la especificación de cada ecuación derivada respecto a la variable que se analiza en cada momento. Esta ecuación y el cálculo del valor de la variable X (que en este caso puede corresponder a $X2, X3, X5, X10, X11, X12, X13$ y $X14$) que determina el punto de inflexión de la curva se presentan en cada caso en la columna denominada “Valor X ” en las tablas a continuación.

$$a) \frac{dy}{dX2} = \beta_3 + \frac{\beta_4}{2\sqrt{X2}} + \frac{\beta_5}{4\sqrt[4]{(X2)^3}}$$

$$b) \frac{dy}{dX3} = \beta_6 + \frac{\beta_7}{\ln(10)X3} + \frac{\beta_{20} \ln(X5)}{\ln^2(10)X3}$$

$$c) \frac{dy}{dX5} = \frac{\beta_{20} \ln(X3)}{\ln^2(10)X5} + \frac{\beta_{21} \sqrt[16]{X11}}{\ln(10)X5} + \frac{\beta_{22} \sqrt[4]{X14}}{\ln(10)X5}$$

$$d) \frac{dy}{dX10} = \beta_{12} + \frac{\beta_{13}}{2\sqrt[2]{X10}}$$

$$e) \frac{dy}{dX11} = \beta_{14} + \frac{\beta_{21} \ln(X5)}{16 \ln(10)X11^{15/16}}$$

$$f) \frac{dy}{dX12} = \beta_{15} + \frac{\beta_{16}}{4\sqrt[4]{X12^3}}$$

$$g) \frac{dy}{dX13} = \beta_{17} + \frac{\beta_{18}}{4\sqrt[4]{X13^3}}$$

$$h) \frac{dy}{dX14} = \beta_{19} + \frac{\beta_{22} \ln(X5)}{4 \ln(10)X3^{3/4}}$$

i) Las tablas que se presentan a continuación se analizan de acuerdo a las convenciones explicadas al inicio de esta sección, permitiendo presentar también un análisis general de los comportamientos evidenciados.

Modelo 3 y: EstacionesUPZ		q10														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	No aporta		9,889		Máximo	No aporta		5,914		Máximo	No aporta		83,337	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	7,141.06	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo	30,276.00		101,566		Máximo	32,761.00		69,707	
		Mínimo	39,204.00		0		Mínimo	0		0		Mínimo	0		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	No aporta		1		Máximo	No aporta		1		Máximo	No aporta		1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0	
X13	Servicios	Máximo	No aporta		1		Máximo	No aporta		1		Máximo	No aporta		1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	No aporta		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	No aporta	No aporta	0	223.97

Tabla 16. Puntos de inflexión y aporte q10 Modelo 3 - Hipótesis 4 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EstacionesUPZ		q25														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	No aporta		9,889		Máximo	1,882.34		5,914		Máximo			83,337	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo			0		Mínimo	0.11		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	1.94	2.29	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	277.30	Mínimo	0.29	0.67	25.76	277.30	Mínimo	0.76	0.15	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo	61,173.78		101,566		Máximo	85,118.06		69,707	
		Mínimo	6,440.06		0		Mínimo	0		0		Mínimo	0		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.43	0.00	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.08	8.17	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo	No aporta	0.01	0		Mínimo	0.01		0		Mínimo	0.15		0	
X13	Servicios	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo	No aporta	0.07	0		Mínimo	0.07		0		Mínimo	0.32		0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.92	0.29	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.41	1.61	0	223.97

Tabla 17. Puntos de inflexión y aporte q25 Modelo 3 - Hipótesis 4 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EstacionesUPZ		q50														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	No aporta		9,889		Máximo			5,914		Máximo	No aporta		83,337	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	1.54		0		Mínimo	No aporta		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	1.01	0.04	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	277.30	Mínimo	0.30	0.61	25.76	277.30	Mínimo	0.76	0.15	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo	250,500.25		101,566		Máximo	374,544.00		69,707	
		Mínimo	442,890.25		0		Mínimo	0		0		Mínimo	0.00		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo	0.07		1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	0.03		0		Mínimo			0	
X13	Servicios	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo	0.00		1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	0.08		0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta		1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta		0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	223.97

Tabla 18. Puntos de inflexión y aporte q50 Modelo 3 - Hipótesis 4 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EstacionesUPZ		q75														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y
X2	EmpleadosMza	Máximo	No aporta		9,889		Máximo	886.32		5,914		Máximo			83,337	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo			0		Mínimo	0.22		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	1.46	0.30	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	25.76	277.30	Mínimo	0.72	0.36	25.76	277.30	Mínimo	0.76	0.15	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo			110,112		Máximo	119,370.25		101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo	78,213.44		0		Mínimo	0		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.37	1.43	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta	No aporta	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	1.59	0.44	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	0.08		0		Mínimo	0.09		0	
X13	Servicios	Máximo	No aporta		1		Máximo			1		Máximo	0.08		1	
		Mínimo	No aporta		0		Mínimo	0.30		0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta		1	200,822.17	Máximo	0.17	0.59	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17
		Mínimo	No aporta		0	277.30	Mínimo	22.26	6.75	0	277.30	Mínimo	0.76	0.15	0	223.97

Tabla 19. Puntos de inflexión y aporte q75 Modelo 3 - Hipótesis 4 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

Modelo 3 y: EstacionesUPZ		q90														
		2005				2010				2015						
		Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD Y	Categoría	Valor X	Valor Y	BD X	BD máx
X2	EmpleadosMza	Máximo	1,930.37		9,889		Máximo	1,007.42		5,914		Máximo			83,337	
		Mínimo			0		Mínimo			0		Mínimo	0.53		0	
X3 / X5	Dist_Mza_Estac / Área_Mza	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	0.98	0.61	7,141.06	200,822.17	Máximo	1.00	9.70	5,568.99	200,822.17
		Mínimo	0.86	0.17	25.76	277.30	Mínimo	0.86	0.17	25.76	277.30	Mínimo	0.76	0.15	25.76	223.97
X10	Ingresos_diariosUPZ	Máximo	1,281,424.00		110,112		Máximo	136,900.00		101,566		Máximo	No aporta		69,707	
		Mínimo			0		Mínimo	0		0		Mínimo	No aporta		0.00	
X11 / X5	Industria / Área_Mza	Máximo	0.47	0.54	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.76	0.15	1	200,822.17
		Mínimo	0.76	0.15	0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	1.49	16.28	0	223.97
X12	Comercio	Máximo	0.41		1		Máximo			1		Máximo			1	
		Mínimo			0		Mínimo	0.13		0		Mínimo	0.08		0	
X13	Servicios	Máximo			1		Máximo			1		Máximo	0.07		1	
		Mínimo	0.04		0		Mínimo	0.14		0		Mínimo			0	
X14 / X5	OtrasActEconómicas / Área_Mza	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	No aporta	No aporta	1	200,822.17	Máximo	0.47	0.58	1	200,822.17
		Mínimo			0	277.30	Mínimo	0.67	0.73	0	277.30	Mínimo	0.87	0.77	0	223.97

Tabla 20. Puntos de inflexión y aporte q90 Modelo 3 - Hipótesis 4 – años 2005-2010 -2015

Fuente: Cálculos adelantados por el autor

➤ Cuantil q10

La variable *EmpleadosMza* no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

La variable compuesta X3*X5 no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X11*X5 no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no contribuye a la explicación de la hipótesis.

La variable *Comercio* no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

La variable *Servicios* no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

La variable compuesta X14*X5 no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

➤ **Cuantil q25**

La variable *EmpleadosMza* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta X3*X5 no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,29-0,67) y un máximo en (0,98-0,61) y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,94-2,29), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015

presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,67-0,73) y no presenta un máximo y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,08-8,17) y un máximo en (0,43-0,00), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis.

➤ **Cuantil q50**

La variable *EmpleadosMza* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 no presenta aportes al modelo.

La variable compuesta $X3*X5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,30-0,61) y un máximo en (0,98-0,61) y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,01-0,04), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X11*X5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,67-0,73) y no presenta un máximo y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,01-0,04), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X14*X5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de

inflexión mínimo en (0,76-0,15) y no presenta un máximo y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (0,47-0,058) los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

➤ **Cuantil q75**

La variable *EmpleadosMza* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 no presenta aportes al modelo.

La variable compuesta $X3*X5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,72-0,36) y un máximo en (0,98-0,61) y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,46-0,30), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X11*X5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,67-0,73) y no presenta un máximo y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (1,59-0,44) y un máximo en (0,37-1,43), los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* no presenta resultados de la regresión en este modelo para el 2005 por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. En el 2010 y 2015 presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ no presenta resultados de la regresión en este modelo por lo que no aporta a la explicación de la hipótesis. Para el 2010 presenta un punto de inflexión mínimo en (22,26-6,75) y un máximo en (0,17-0,59) y para el 2015 presenta un punto de inflexión mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (0,47-0,058) los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

Cuantil q90

La variable *EmpleadosMza* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_3 * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,86-0,17) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2005, un punto mínimo en (0,86-0,17) y un máximo en (0,98-0,61) en el 2010 y un punto mínimo en (0,76-0,15) y un máximo en (1,00-9,70) en el en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Ingresos_diarios_UPZ* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de

datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable compuesta $X_{11} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,76-0,15) y un punto máximo en (0,47-0,54) en el 2005, un punto mínimo en (0,67-0,73) y no presenta aportes de la categoría punto máximo en el 2010 y un punto mínimo en (1,49-16,28) y un punto máximo en (0,76-0,15) en el 2015, los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

La variable *Comercio* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados.

La variable *Servicios* presenta puntos de inflexión máximos y mínimos para los tres años los cuales están contenidos dentro de los rangos contenidos en la base de datos, hechos que configuran aportes positivos o negativos de acuerdo a la categoría de los puntos de inflexión señalados. En el 2015 el punto de inflexión máximo supera el límite superior por lo que el aporte siempre es positivo.

La variable compuesta $X_{14} * X_5$ presenta un punto mínimo en (0,67-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el 2005, un punto mínimo en (0,47-0,73) y ausencia de aportes como máximo en el 2010 y un punto mínimo en (0,87-0,77) y un punto máximo en (0,47-0,58) en el 2015 los cuales están contenidos dentro de la base de datos configurándose de esta forma aportes negativos y positivos según sea el caso.

A manera de conclusión de este apartado, se puede afirmar que este modelo disminuye su nivel de efectividad para explicar la hipótesis en comparación con el Modelo 1 y con el Modelo 2. El hecho de contar en algunos casos con el aporte de una sola variable explicativa tal y como se denotó en el anterior análisis, permite afirmar que el uso de las variables cuadráticas elegidas no es efectivo en este caso y valdría la pena adelantar análisis con la creación e inclusión de otras variables cuadráticas formadas a partir de las variables iniciales, dado que en otras hipótesis el uso de estas si ha demostrado efectividad.