



UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Valuación de bonos catastróficos para Colombia

Natalia Carolina Rincón Jaimes

Universidad del Rosario
Facultad de Economía
Maestría en Finanzas Cuantitativas
Bogotá, Colombia
2018

Resumen

Este documento presenta un método alternativo para cubrir las pérdidas extremas causadas por eventos catastróficos, como terremotos. Donde se transfiere parte del riesgo a los mercados financieros emitiendo bonos CAT. Primero, se presenta un modelo de valoración para los bonos CAT para terremotos patrocinados por el gobierno colombiano. Mas adelante, usando los datos de los sismos ocurridos en Colombia desde 1900 hasta 2015 se estiman los parámetros de frecuencia y severidad para el modelo de valoración. Finalmente, se realizan simulaciones de Montecarlo para demostrar la viabilidad del bono catastrófico en el contexto colombiano.

Palabras clave: Bonos CAT, Reaseguro, Terremotos, Proceso de Poisson homogéneo, función de pérdidas .

Abstract

This paper presents an alternative method for covering extreme losses caused by catastrophic events, such as earthquakes, is to transfer part of the risk to the financial markets by issuing CAT bond. First, we present a valuation model for CAT bonds for earthquakes sponsored by the Colombian government. Furthermore, using the data of the earthquakes that occurred in Colombia from 1900 to 2015, we estimate the frequency and severity parameters for the valuation model. Finally, we use Montecarlo simulations to demonstrate the viability of catastrophe bonds in the colombian context.

Keywords: CAT bonds, Reinsurance, Earthquake, Homogeneous Poisson process, Loss function)

Contenido

Resumen	iii
1. Introducción	2
2. Bonos CAT	6
2.1. Descripción de los Bonos CAT	6
2.2. Tipos de Índices (Trigger types)	10
2.3. Caso Mexicano	11
3. Modelación	13
3.1. Proceso Poisson homogéneo (PPH)	13
3.2. Funciones de pérdida	13
3.3. Test de Anderson Darling	14
3.4. Bonos	15
3.5. Estimación del Bono CAT para Terremotos en Colombia	16
3.5.1. Descripción de datos	16
3.5.2. Bono CAT cero cupón	18
4. Resultados y Conclusiones	24
4.1. Resultados	24
4.1.1. Estimación de la frecuencia	24
4.1.2. Estimación de la severidad	25
4.2. Simulaciones	27
4.3. Conclusiones	28
4.4. Extensiones y variantes del documento	29
Bibliografía	30
A. Anexos	32

1. Introducción

Los contratos de reaseguro¹ son una de las soluciones que tradicionalmente se han utilizado para cubrir los riesgos catastróficos, sin embargo en la década de los 90 se evidenció la necesidad de idear métodos para transferir el riesgo y tener una mejor cobertura ante eventos catastróficos. Algunos de los eventos ocurridos fueron el huracán Andrew en 1992 que dejó pérdidas por \$17 billones de dólares, el terremoto de Northridge en 1994 que dejó pérdidas por \$15 billones de dólares y el terremoto de Kobe en 1995 que dejó pérdidas por \$3 billones de dólares (Sterge y van der Stichele (2016)). En respuesta a los inconvenientes e insuficiencias con las que se cuentan para cubrir eventos catastróficos como los descritos anteriormente, otros gestores de riesgos, como bancos, corporaciones e inversores institucionales, vienen participando en el desarrollo de instrumentos alternativos que buscan transferir el riesgo a los mercados financieros.

Los bonos catastróficos (Bonos CAT) son una de las herramientas diseñadas para administrar el riesgo ante las pérdidas generadas por eventos catastróficos tales como terremotos, tormentas, huracanes etc. El primero bono vinculado a catástrofes fue emitido por el *United Services Automobile Association* (USAA) y *Swiss Reinsurance Ltd.*, dando inicio al mercado de bonos catastróficos. Los agentes que participaban en este mercado en sus inicios eran principalmente compañías de seguros y reaseguradores, ya que los agentes tradicionales consideraban que estos nuevos instrumentos eran exóticos y se tenía muy poco conocimiento de cómo evaluar los riesgos que estos tenían asociados.

En el contexto colombiano, no se cuenta aún con este tipo de herramientas y al ser un país con una alta vulnerabilidad a eventos catastróficos en particular de terremoto, como se muestra en la figura **1-1**, utilizar esta clase de mecanismos permite contribuir al desarrollar una estrategia integral de mitigación, además de dinamizar el mercado de capitales colombiano.

¹El reaseguro es un sistema por medio del cual el asegurador reduce su responsabilidad sobre un riesgo que asume o asumirá, descargando aquella parte del mismo que supera sus capacidades financieras o técnicas, en terceras personas denominadas reaseguradores.



Figura 1-1.: Mapa de amenaza sísmica de Colombia.

En la literatura referente a seguros la relación entre la frecuencia y la severidad de las pérdidas ha sido extensivamente discutida por lo que se han implementado diferentes metodologías. Vere-Jones (1970) y Vere-Jones y Ozaki (1982) examinaron los datos de terremoto y modelaron por medio de un proceso de Poisson cíclico el comportamiento de ocurrencia de terremotos pequeños luego de la ocurrencia de un gran terremoto.

Para la valuación de bonos CAT asociados a distintas catástrofes se han presentado diferentes estudios sobre el tema, como es el caso de Cox y Pedersen (2000) que evaluaron los bonos CAT utilizando una técnica de agente representativo y desarrollaron un marco de fijación de precios en el entorno de un mercado incompleto. Baryshnikov et al. (2001) presentaron un precio de no arbitraje bajo la condición de negociación continua, incorporando un proceso de Poisson doblemente estocástico compuesto para incluir varias características de los procesos catastróficos para los bonos CAT cero cupón y con cupones.

Con respecto a las indemnizaciones, Lee y Yu (2002) desarrollaron un modelo de reclamación

que incorporaba tasas de interés estocásticas y procesos genéricos de pérdida que consideraban otros factores, tales como riesgo moral, riesgo base y riesgo de crédito. También bajo el marco libre de arbitraje, Burnecki y Kukla (2003) corrigieron y aplicaron los resultados de Baryshnikov et al. (2001) usando los datos de Property Claim Service (PCS) para calcular el precio de los bonos CAT cero cupón y con cupones.

Por su parte Vaugirard (2003) adoptó el modelo de difusión con saltos de Merton (1976), para desarrollar el primer modelo de valoración de instrumentos financieros vinculados a seguros que se ocupan de eventos catastróficos y variaciones en la tasa de interés.

Con los datos proporcionados por PCS de las pérdidas luego de un evento catastrófico Burnecki et al. (2005) usaron un proceso de Poisson no homogéneo para ilustrar el valor de un bono CAT. Más adelante Lee y Yu (2007) presentaron un marco de reclamación contingente para evaluar el contrato de reaseguro, concluyendo que el valor de un contrato de reaseguro puede aumentar y reducir su riesgo de incumplimiento mediante la emisión de los bonos CAT.

Unger (2010) propuso una estrategia de formulación y discretización para el modelo de bonos CAT mediante el uso de ecuaciones diferenciales parciales. En el mismo año Jarrow (2010) obtuvo un precio cerrado para los bonos CAT con una estructura de plazos de tasa de interés (LIBOR).

En los años más recientes, se han introducido diferentes factores que afectan el precio de los bonos, tales como la distribución de la severidad, intensidad de la reclamación, nivel de tesoro y la incertidumbre de la tasa de interés, autores como Ma y Ma (2013) consideraron dicha variedad de factores y derivaron un formula simple para el precio de los bonos CAT en un ambiente de tasas de interés y mostraron que las pérdidas siguen un proceso Poisson no homogéneo compuesto.

Braun (2016) presento evidencia empírica para calcular el precio de un bono CAT desde el mercado primario, identificando factores importantes para determinar el spread del bono, como la pérdida esperada, el territorio cubierto, el patrocinador, el ciclo de reaseguro y los márgenes de los bonos corporativos de calificación comparable. Shao et al. (2017) desarrollaron un modelo de reclamación contingente para el precio de los bonos CAT. Para esto usaron un proceso semi-Markov de dos dimensiones y derivaron una formula analítica para el precio de los bonos con tasa de interés libre de riesgo y bajo un mercado libre de arbitraje.

Para el caso latinoamericano, Cabrera (2003) introdujo una primera aproximación a la metodología para la valorar el precio de bonos CAT asociados a terremotos en el territorio mexicano. Fernández-Durán y Gregorio-Domínguez (2005) presentaron una metodología para calcular el precio de los bonos CAT considerando que la emisión es realizada por el gobierno y su principal interés es tener fondos suficientes para cubrir las pérdidas sufridas. Años más adelante, luego de la emisión de los bonos catastróficos por parte del gobierno de México y la compañía reaseguradora Swiss Re, por medio del programa MultiCat del Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF), Härdle y Cabrera (2010) aplicaron los resultados de Burnecki y Kukla (2003) para calibrar el precio de los bonos catastróficos para terremotos emitidos por el gobierno mexicano.

Por lo tanto, el objetivo de esta tesis es mostrar una de las alternativas para transferir el riesgo usando instrumentos financieros no convencionales aplicables al sector asegurador y financiero, en particular para demostrar la utilidad de los bonos catastróficos en caso de terremoto. Para esto se realizó la valoración de bonos CAT asociados a terremotos en Colombia con una metodología similar a la mostrada por Cabrera (2003) y Härdle y Cabrera (2010). De esta manera la tesis está estructurada tres partes, un capítulo que muestra la estructura del bono y el símil de la estructura propuesta con el bono emitido en México, una revisión de los modelos estocásticos utilizados para la modelación de eventos catastróficos y un capítulo de resultados, en donde se muestra la viabilidad del bono CAT en el escenario colombiano.

2. Bonos CAT

En este capítulo se presenta una descripción de los bonos CAT, su estructura y los índices que tienen asociados. También se expone el caso mexicano como primer gobierno en implementar instrumentos de este tipo, con ayuda de programas impulsados por el Banco Mundial.

2.1. Descripción de los Bonos CAT

Los bonos CAT son unos de los instrumentos financieros vinculados a seguros más importantes Ma y Ma (2013), estos instrumentos tienen por objetivo transferir los riesgos cubiertos por la industria de seguros/reaseguros hacia el mercado de capitales. Es de resaltar que el uso de bonos CAT se ha acelerado en la última década.

Dentro de las características de los bonos CAT se encuentra que, este se establece para un territorio y riesgo definido, también que la ocurrencia del evento catastrófico se especifica a través de una cierta medida objetiva o índice que sobrepasa cierto umbral, y dicha medida debe estar altamente correlacionada con la magnitud de la pérdida económica.

Generalmente las compañías de seguros para dar cobertura ante eventos catastróficos ceden el riesgo mediante contratos de reaseguro, ya que los riesgos catastróficos se caracterizan por ser poco frecuentes pero altamente severos. De acuerdo a esta afirmación la magnitud de la severidad es una de las razones, por las cuales se genera la necesidad de tener instrumentos ligados a seguros que permitan transferir el riesgo a los mercados financieros para así lograr cubrir las pérdidas. Y es por esta misma característica que una de las dificultades que se presentan al intentar valorar los bonos CAT es la naturaleza del subyacente asociado, ya que la ocurrencia de eventos catastróficos es poco predecible. Pero aún así un estudio de los modelos de precios para bonos juega un papel clave en la prevención y mitigación de desastres naturales (Ma y Ma (2013)).

De acuerdo con Sterge y van der Stichele (2016) al ser un método alternativo para cubrirse de pérdidas ante eventos catastróficos los bonos CAT, transfieren parte del riesgo al mercado financiero, para realizar esta transferencia se han diseñado vehículos de propósito especial (*special-purpose vehicle* (SPV)), que tienen su domicilio en países como Irlanda, Bermudas y las islas Caimán. También cada bono tiene asociado un único SPV.

El funcionamiento de los SPV consiste en que estos emiten una póliza de reaseguro convencional para el patrocinador (gobierno) y a su vez buscan recursos en el mercado financiero, esto actúa como la contrapartida de la póliza y la captura de recursos de los inversores por medio de la emisión de obligaciones permite, que en caso de ocurrencia del evento catastrófico se cubran las pérdidas ocasionadas.

De acuerdo con Pérez-Fructuoso (2012) los SPV permiten disminuir el riesgo de crédito, ya que este invierte los títulos en activos de corto plazo que tienen alta calificación y por ende bajo riesgo. Dando los recursos suficientes para cubrir los riesgos asumidos en la emisión de los bonos vinculados a catástrofes y afrontar el pago de los cupones prometidos a los inversionistas de estos bonos. Entonces en la estructura de los bonos CAT, el SPV mantiene el principal y paga al emisor en caso de ocurrencia del evento, actuando como un fidecomiso (Sterge y van der Stichele (2016)).

Por lo anteriormente expuesto, los SPV son especialmente importantes porque acceden directamente a los mercados de capital, expandiendo exponencialmente la capacidad de asumir riesgos más allá del capital limitado de las aseguradoras y reaseguradoras (Cummins (2008)).

En la figura **2-1**, se muestra la estructura regular de los bonos CAT. Esta consiste en que: El patrocinador que puede ser una aseguradora, reaseguradora o el gobierno, siendo este último el que se pensó para el desarrollo del documento, paga una prima al SPV que le garantiza cobertura a sus expuestos si el evento catastrófico ocurre con ciertas características (nivel de la magnitud, localización). A su vez el SPV emite los bonos que le transfieren el riesgo a los inversionistas, estos aceptan dicho riesgo a cambio de retornos más altos.

Con el capital dado por los inversionistas (principal del bono) el SPV coloca el capital en un fondo especial, quien invierte en valores de corto plazo y bajo riesgo (bonos del tesoro) (Ma y Ma (2013)). Los retornos generados desde el fondo son usualmente intercambiados por los rendimientos variables basados en la tasa LIBOR (*London interbank offered rate*) que son suministrados por una contraparte de *swaps* de alta calificación. Realizar este intercambio

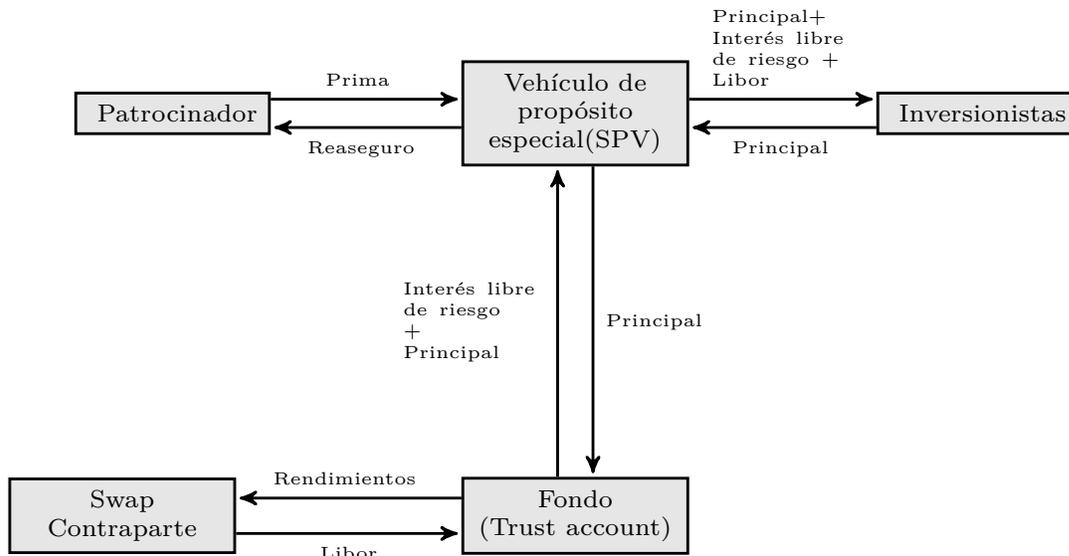


Figura 2-1.: Estructura del bono CAT

permite que los agentes participantes (Gobierno e inversionistas) estén inmunes ante el riesgo de tasa de interés y del riesgo de crédito.

El pago de los cupones de los bonos CAT resultan de los pagos de la prima por parte del patrocinador¹ más la tasa libre de riesgo que recibe del fondo por la inversión del principal. Si en la fecha de maduración el evento no ocurrió el SPV retira el principal del fondo y liquida los bonos.

Comúnmente los bonos CAT están ligados a un índice². Por los que, los pagos del bono se hacen a partir de un cierto valor en el índice (por ejemplo, un terremoto con una magnitud registrada en la escala Richter) y generalmente estos bonos usan la tasa LIBOR más unos puntos al pactar sus rendimientos.

Por lo tanto, los pagos del bono se definen por dos situaciones:

La ocurrencia o no del evento catastrófico durante la vigencia del bono. Si el evento no ocurre los inversionistas reciben el principal más la compensación pactada por la exposición al riesgo, dicha compensación debe ser lo suficientemente grande para justificar el riesgo de perder su principal o de recibir una tasa de retorno menor si el evento ocurre. Ante la

¹También denominado cedente.

²Usualmente llamado *trigger*. Ver sección 2.2.

ocurrencia del evento, el SPV paga al gobierno lo establecido en el contrato por las pérdidas ocasionadas debido a la catástrofe, y el pago para los inversionistas puede variar de acuerdo a lo pactado en el contrato. Las opciones que se presentan son:

1. Los inversionistas pierden parte o todo el principal del bono: El SPV usa todo el capital para indemnizar las pérdidas.
2. Los inversionistas dejan de recibir los cupones y reciben el principal al vencimiento del bono.
3. Pueden ser combinaciones de estas dos modalidades, donde los inversionistas reciben un pago parcial o total del principal.

Las diferentes modalidades permiten tener una segmentación de los inversores para ofrecerles los bonos. Por ejemplo agentes que sean aversos al riesgo preferirían pactar condiciones donde se les asegure el principal, mientras que otros optarían por tener una tasa de retorno mayor sobre los cupones que no asegurar el principal.

Según Ma y Ma (2013) los bonos CAT son instrumentos que ofrecen oportunidades para indemnizar ante pérdidas extremas y también son instrumentos que permiten la diversificación de portafolios, dada su baja correlación con las acciones históricas y rendimientos de bonos tradicionales. Es decir el rendimiento de un derivado sobre seguros, en este caso los bonos CAT, no dependen de las condiciones de los mercados financieros, siendo esta una característica a destacar para los inversionistas.

Entonces, en el creciente mercado de los bonos CAT, se evidencian los beneficios de este tipo de instrumentos, al gobierno le permite, por el pago de una prima hacer frente a las pérdidas luego de una catástrofe, ya que cuenta con recursos disponibles de manera rápida y además la emisión de los bonos no entra como deuda soberana. A los agentes participantes del mercado financiero les permite una mayor diversificación en sus portafolios ya que estos instrumentos no están correlacionados con los activos financieros. Por otro parte a las aseguradoras les permite acceder a fondos del mercado financiero ampliando su capital y expandiendo su capacidad de ofrecer cobertura (Calderón (2010)). Por lo tanto, el modelo de aseguramiento a través de la transferencia de riesgo al mercado financiero beneficia a los agentes que intervienen en la transacción.

2.2. Tipos de Índices (Trigger types)

Como se menciono anteriormente los bonos CAT están generalmente asociados a un índice. Por ello, el índice debe reflejar el verdadero valor de las pérdidas y dichos índices de pérdidas deben ser determinados bajo un escenario de competitividad y no deben estar sujetos a manipulación, es decir deben ser homogéneos y estandarizados.

De acuerdo con Calderón (2010) las cuatro formas de medir y diferenciar la ocurrencia del evento desencadenante para ejercer el pago son mediante:

- El nivel de la indemnización que debe pagar el emisor del bono.
- El índice de pérdidas de la industria aseguradora por la ocurrencia del evento catastrófico.
- Paramétricamente dado por el nivel de la catástrofe, por ejemplo cuando se registra un terremoto de cierta magnitud en determinado lugar.
- Un índice paramétrico, el cual depende de la magnitud del evento y de la probabilidad de ocurrencia, por ejemplo si se aproxima un huracán el índice aumenta aunque el huracán pueda no registrarse.

Teniendo un índice de pérdidas en el cual los individuos no intervengan en la determinación de los pagos del bono, se logra disminuir el riesgo moral, el precio del bono, el costo de las transacciones y el tiempo de las reclamaciones. Aumentando la liquidez y teniendo precios más justos (Cabrera (2003)). Por otro lado si se tiene un valor de subyacente o del índice, que no compense completamente la pérdida ocasionada, se está expuesto a riesgo de base, ya que este se define como la diferencia entre el resultado de la cobertura y las pérdidas realmente sufridas por la exposición.

En Pérez-Fructuoso (2012) se dice que una cobertura es efectiva cuando el derivado basado en índices y la exposición al riesgo cubierta presentan una alta correlación positiva de forma que con los pagos que resultan del contrato se cubren las pérdidas asociadas, y esto reduce el riesgo de crédito. Entonces si el valor del derivado (en este caso el bono CAT) es igual al valor de las pérdidas cubiertas, la cobertura es perfecta y se elimina el riesgo de base.

2.3. Caso Mexicano

El banco Mundial, está impulsando este tipo de instrumentos, por ejemplo ha desarrollado un programa de cobertura financiera ante eventos catastróficos (inundaciones, terremotos, huracanes y tormentas) para países que enfrentan riesgos de este índole y el programa es ejecutado por el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (BIRF).

El programa se denomina *MultiCat*, su objetivo es contribuir de forma técnica y financiera en aquellos países donde las pérdidas esperadas por catástrofes naturales son muy elevadas en relación a las posibilidades de cobertura local, por lo que el programa les permite contratar un cobertura asequible, al encontrar financiación mediante el mercado de capitales.

El programa MultiCat permite emitir bonos asociados a catástrofes, con los cuales se busca ofrecer a los inversionistas de los mercados tradicionales la oportunidad de diversificar sus carteras con activos no correlacionados y a su vez ampliar la base de agentes que intervienen ante eventos catastróficos.

Para diseñar el MultiCat, el Banco Mundial trabajó en asociación con el Gobierno de México, uno de los emisores de bonos con garantía del Estado más experimentados del mercado de bonos CAT, y la compañía reaseguradora Swiss Re. Obteniendo como resultado la emisión de una serie de obligaciones por parte del gobierno mexicano que transferían eficientemente un conjunto de riesgos catastróficos al mercado.

México es uno de los países de economías emergentes con mayor conocimiento del manejo de riesgos ante desastres y ha buscado beneficiarse de la diversificación global al compartir los riesgos con los mercados internacionales de capital. Es por esto que en 2006, el gobierno mexicano por medio del Fondo de Desastres Naturales (FONDEN) emitió un bono catastrófico por USD \$160 millones, conocido como CatMex, para transferir el riesgo de terremoto en México a los mercados internacionales de capitales. Este fue el primer bono CAT paramétrico emitido por un gobierno.

Después de la maduración del CatMex en 2009, México decidió diversificar sus coberturas para varios riesgos y varias regiones. Usando el programa MultiCat del Banco Mundial, en Octubre de 2009, emitió un bono CAT multi-riesgo por USD \$290 millones, que como se mencionó anteriormente, dicho programa ayuda a las entidades gubernamentales a agrupar

múltiples riesgos en múltiples regiones y reducir los costos del seguro.³

El bono CAT emitido estaba compuesto de cuatro tramos ⁴ con un vencimiento de 3 años. El emisor es un SPV ⁵ que indirectamente provee un seguro al FODEN contra el riesgo de terremotos en tres regiones alrededor de la Ciudad de México y huracanes en la costa Atlántica y Pacífica. El bono CAT pagaba el principal a los inversores a menos que ocurriera el evento desencadenante (terremoto, huracán), con cierta magnitud y en determinada zona, y por lo tanto se transferirían los fondos al gobierno mexicano, ver tabla **A-1** en los anexos.

En 2017 el BIRF emitió bonos CAT asociados a catástrofes por terremotos y ciclones tropicales (tormentas) en el territorio mexicano por valor de USD \$360 millones, los bonos fueron emitidos en tres estructuras: Terremotos, huracanes en el Océano Pacífico y huracanes en el océano Atlántico.⁶ Ver tabla **A-2** en los anexos.

Al igual que el bono emitido anteriormente, los desembolsos se producirán cuando alguno de los eventos cumpla con los criterios paramétricos de ubicación y severidad estipulados en los términos y condiciones del bono. Los desembolsos serán enviados por el BIRF al FONDEN a través de la intermediación de Munich Re, empresa alemana de reaseguros, y Agroasemex, empresa mexicana de seguros de propiedad estatal. ver tabla “términos y condiciones de los bonos catastróficos emitidos por el banco mundial”

El Programa MultiCat le permitió a México transferir eficientemente un grupo de riesgo de eventos catastróficos a los mercados de capital, aumentando la liquidez y reduciendo los costos de transacción. Esta transacción es significativa para las demás economías emergentes, ya que permite que países que estén expuestos a desastres naturales, manejen la volatilidad fiscal y establezcan los presupuestos al transferir el riesgo de pérdidas extremas a los mercados financieros.

³Tomado de: www.swissre.com

⁴Terremotos y huracanes

⁵MultiCat Mexico Ltd. localizada en Islas Caimán

⁶Tomado de: www.worldbank.org y de www.gob.mx

3. Modelación

En este capítulo se presenta la metodología empleada para valorar el bono CAT. Se presentara un abordaje estocástico para el calculo de la frecuencia y de la severidad de los eventos catastróficos y por otra parte el modelo de precios para la valoración del bono CAT asociado a este tipo de eventos.

3.1. Proceso Poisson homogéneo (PPH)

El proceso de Poisson es un proceso estocástico que consiste en el conteo de eventos que ocurren a lo largo de un tiempo determinado t . De esta manera, el proceso de Poisson ha sido utilizado por diversos autores para describir la frecuencia de eventos catastróficos y se ha aplicado para el precio de derivados de riesgos catastróficos (Baryshnikov et al. (2001); Burnecki et al. (2005); Ma y Ma (2013); Vere-Jones (1970); Vere-Jones y Ozaki (1982)).

Un proceso estocástico continuo $\{N_t : t \geq 0\}$, es denominado un proceso de Poisson de parámetro $\lambda > 0$, si satisface las siguientes condiciones:

1. $N(0) = 0$.
2. $N(t)$ tiene incrementos independientes y estacionarios.
3. $P(N(t) = n) = \exp^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$, en donde $n \in N$.

3.2. Funciones de pérdida

Un posible abordaje para estimar los daños generados por una catástrofe consiste en ajustar una función de pérdidas. De acuerdo con Ma y Ma (2013) las distribuciones de cola pesada son una de las mejores opciones para la modelación de este tipo de eventos ya que es común que se tengan pérdidas extremas. Es por esto, que para el desarrollo de esta metodología se tomaran en cuenta las siguientes distribuciones:

Log-normal: Distribución log-normal con f.d.p (función de densidad de probabilidad):

$$f_x(x; \mu; \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x > 0, \sigma > 0 \quad \text{y} \quad \mu \in R \quad (3-1)$$

Pareto: Distribución Pareto con f.d.p:

$$f_x(x; \alpha; \beta) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x > \beta, \alpha > 0 \quad \text{y} \quad \beta > 0 \quad (3-2)$$

Weibull: Distribución Weibull con f.d.p:

$$f_x(x; \alpha; \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right), \quad x > 0, \alpha > 0 \quad \text{y} \quad \beta > 0 \quad (3-3)$$

Burr: Distribución Burr con f.d.p:

$$f_x(x; \alpha; \beta; k) = \frac{\alpha\beta k^\alpha x^{\beta-1}}{(k + x^\beta)^{\alpha+1}}, \quad k > 0, \alpha > 0 \quad \text{y} \quad \beta > 0 \quad (3-4)$$

3.3. Test de Anderson Darling

El test de Anderson-Darling (AD) permite medir que tan bien se ajusta un conjunto de datos a una distribución específica. Mientras mejor se ajuste la distribución a los datos, menor será este estadístico. La prueba AD de bondad de ajuste está diseñada para detectar la diferencia en las colas entre la distribución ajustada y los datos, por lo que resulta más potente que otros tests como el de Kolmogorov-Smirnov. De acuerdo con Anderson y Darling (1952) esta se define como:

$$A^2 = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \times (\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))) - n, \quad (3-5)$$

donde n representa el tamaño de muestra y $F(\cdot)$ una función de densidad de probabilidad. Este documento hará uso de otras medidas de bondad de ajuste pero se hace énfasis en esta

medida ya que es una de las medidas de bondad de ajuste más robustas usadas hasta el día de hoy.

3.4. Bonos

Un bono es una obligación financiera, en el que el emisor autorizado¹ contrae una deuda con el titular y, dependiendo de los términos del bono, debe pagar intereses (cupón) y reembolsar el capital (principal) en una fecha posterior (vencimiento/ maduración).

El funcionamiento básico de un bono es: El emisor emite un bono con un valor nominal, una fecha de devolución del capital y unos intereses previamente determinados. El inversionista compra el bono y en retorno obtiene rendimientos periódicos sobre el capital retenido hasta la fecha en que se vence el título, fecha en que se le devuelve el principal más el último cupón, esta estructura es mostrada en la figura 3-1.

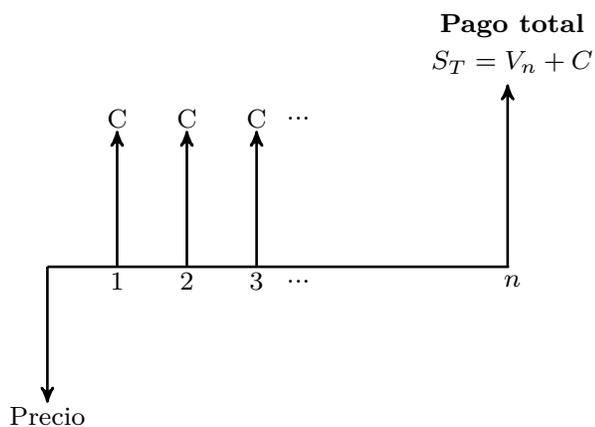


Figura 3-1.: Estructura de pagos de un bono.

$$P(t, T) = \sum_{i=t}^{T-1} \frac{C_i}{(1+r)^i} + \frac{S_T}{(1+r)^T} \quad (3-6)$$

También existen bonos cero cupón (ZCB) donde no hay flujos de efectivo hasta la maduración del bono, por lo general este tipo de títulos de deuda son inferiores a un año. Es decir, los bonos son una obligación que compromete al deudor a pagar una suma determinada en una

¹Estado o empresas.

fecha fija, y al abono de intereses sobre su valor nominal al porcentaje que el documento indique.

3.5. Estimación del Bono CAT para Terremotos en Colombia

Para la teoría del cálculo del bono se pensó en la idea de un fondo gubernamental, como funciona el bono CAT de México. El modelo que se presenta para la valoración de bonos catastróficos se encuentra basado en la selección de tasas de interés que están asociadas a la ocurrencia de la catástrofe, abordaje similar al propuesto por Cabrera (2003). Al obtener la tasa de ocurrencia y las tasas de interés en caso de no ocurrencia y de ocurrencia se calcula el valor presente actuarial del bono y se obtienen los disponibles de dinero por parte del gobierno y del inversionista al momento de la catástrofe.

La dinámica de tasas de interés consiste en que se paga una tasa de interés en caso de ocurrencia del evento y otra en caso de no ocurrencia, estas se ven como puntos por arriba o abajo de la tasa libre de riesgo (TES)².

En el modelo expuesto el bono se comporta como un *defaultable bonds* es decir el contrato es una apuesta de dinero sujeto a *riesgo de crédito*, donde el riesgo de default es realmente el riesgo que se tiene ante la ocurrencia del evento.

3.5.1. Descripción de datos

Para el desarrollo del documento se tomaron los datos referentes a terremotos, ya que como se mencionó anteriormente un evento se denomina catastrófico si este ocurre con una baja probabilidad pero causa grandes daños. De esta manera, los datos de terremotos ocurridos en territorio Colombiano se obtuvieron del NOAA (*National Oceanic And Atmospheric Administration*)³ y del SGC (Servicio Geológico Colombiano)⁴.

La información de sismos ocurridos se tomó desde 1900 hasta 2015, al cruzar las dos bases de datos se obtuvieron 82 registros de los cuales se utilizaron 51, ya que estos eran los que contaban con la información completa para el análisis.

²Títulos de deuda pública doméstica, emitidos por el gobierno colombiano y administrados por el Banco de la República.

³National Centers for Environmental Information <https://goo.gl/vKo7gP>

⁴<https://www2.sgc.gov.co>

Para completar la información referente a las pérdidas asociadas al evento se utilizó la medida de la escala de intensidad de Mercalli -MMI (Tabla: **A-3**) junto con la matriz de probabilidad de daño para la escala MMI⁵ (Tabla: **A-5**). Se decidió usar la escala MMI la cual cuantifica la intensidad de un terremoto basada en los efectos que produce un sismo en las personas, objetos, construcciones y medio ambiente, ya que se considero una mejor alternativa para estimar pérdidas que, por ejemplo, la escala de Richter que solo cuantifica la energía que tiene el movimiento sin considerar realmente el daño generado.

A partir de la información contenida en las tablas **A-3** y **A-5** se procedió a crear un indicador del porcentaje de pérdidas incurridas. Obteniendo como resultado la siguiente categorización:

Intensidad (MMI)	Descripción	Estado de daño	Porcentaje de pérdidas
I	Muy débil	No daño	0 %
II	Débil	Leve	0.5 %
III	Leve	Leve	1 %
IV	Moderado	Ligero	3 %
V	Poco fuerte	Ligero	6 %
VI	Fuerte	Moderado	15 %
VII	Muy fuerte	Moderado	25 %
VIII	Destruyivo	Grave	35 %
IX	Muy destruyivo	Grave	55 %
X	Desastroso	Muy grave	70 %
XI	Muy desastroso	Muy grave	90 %
XII	Catastrófico	Destrucción	100 %

Tabla 3-1.: Porcentaje de perdidas basada en la escala MMI

Para obtener el valor de la pérdida máxima asociada a una capital de departamento se utilizó la información de la CEPAL (Comisión Económica para América Latina y el Caribe)⁶ Luego de estas transformaciones los campos de la base quedaron definidos de la siguiente manera: Año, mes, día, hora, minuto, segundo, localización, latitud, longitud, profundidad (Km), magnitud, intensidad (MMI), Cabecera (capital de departamento mas cercana), Pérdida máxima (USD millones)⁷, porcentaje de pérdidas esperadas y pérdidas estimadas(USD millones).

Las tasas libres de riesgo utilizadas se tomaron de las tasas de los TES a 1 año y a 5 años

⁵Whitman, 1988

⁶Fuente:<https://www.cepal.org/publicaciones/xml/8/33658/colombiacapv.pdf>

⁷Precios de 2005

publicadas en el Banco de la República de Colombia.⁸

Tasas de los TES

Como se mencionó anteriormente las tasas utilizadas como libres de riesgo son las tasas de los TES. La fecha de captura fue del 01 de diciembre de 2017, donde las tasas eran:

- TES a 1 año: 4.7 %
- TES a 5 años: 5.9 %

Como para la valoración del bono se esta tomando en tiempo continuo se debe hacer una transformación a las tasas, para poder utilizarlas y que sean equivalentes.

Tenemos que:

$$\frac{1}{(1 + TES_{año})^t} = e^{-\theta t},$$

entonces:

TES a 1 año:

$$TES_{1año} = 4,7\% \Rightarrow \theta_{1año} = 4,59\%$$

TES a 5 años:

$$TES_{5años} = 4,7\% \Rightarrow \theta_{5años} = 5,73\%$$

3.5.2. Bono CAT cero cupón

Para el desarrollo del documento se utilizó la metodología expuesta por Cabrera (2003) donde, se emite un bono cero cupón con principal en riesgo, es decir si ocurre el evento el pago del principal puede ser diferido.

Entre los supuesto usados se encuentran:

- En caso de ocurrencia del evento el pago se reduce a P_o (número total de bonos de un dólar que el gobierno tiene que vender para cubrir las pérdidas).

⁸<http://www.banrep.gov.co/es/tes>

- En caso de que el evento ocurra, el principal completo es pagado a una fecha posterior o puede pagarse solo una parte o el principal se pierde por completo.
- El inversionista es neutral al riesgo.
- El gobierno (puede ser por medio de un SPV) es el emisor del bono, ya que es la institución con capacidad de financiamiento y la ocurrencia del terremoto es un bien asegurable para este.

Entonces se tiene que:

T : Duración del bono.

R : Tiempo de ocurrencia del terremoto.

V_0 : Dinero necesario para cubrir los desastres y dar a los inversionistas.

δ : Tasa en caso de ocurrencia del terremoto.

α : Tasa en caso de no ocurrencia del terremoto.

θ : Tasa TES al momento de la venta.

D_T : Daño esperado.

s : Unidades de tiempo del diferimiento de pago en caso de ocurrencia del terremoto.

P_0 : Número de bonos de 1 dolar vendidos por el gobierno

$$V_0 = \begin{cases} D_T e^{-\theta t} + P_0 (e^{\delta s} e^{-\theta(t+s)}) - P_0 & \text{si } t < T, s \geq 0 \\ P_0 e^{\alpha T} e^{-\theta T} - P_0 & \text{si } t > T \end{cases}$$

Para $t < T$, V_0 es igual al valor presente de las pérdidas más el valor presente del pago en caso de ocurrencia del evento menos el pago inicial.

Para $t > T$, V_0 es igual al valor presente del pago en caso de no ocurrencia menos el pago inicial.

$$E(V_0) = \underbrace{\int_0^T [D_T e^{-\theta t} + P_0 e^{\delta s} e^{-\theta(t+s)} - P_0] \lambda e^{-\lambda t} dt}_a + \underbrace{(P_0 e^{\alpha T} e^{-\theta T} - P_0) e^{-\lambda T}}_b \quad (3-7)$$

trabajando sobre la parte a tenemos:

$$\begin{aligned} a &= \lambda D_T \int_0^T e^{-(\theta+\lambda)t} dt + \lambda P_0 e^{s(\delta-\theta)} \int_0^T e^{-(\theta+\lambda)t} dt - \lambda P_0 \int_0^T e^{-\lambda t} dt \\ &= \frac{\lambda D_T}{\theta + \lambda} \left(1 - e^{-(\theta+\lambda)T}\right) + \frac{\lambda P_0 e^{s(\delta-\theta)}}{\theta + \lambda} \left(1 - e^{-(\theta+\lambda)T}\right) + P_0(1 - e^{-\lambda T}), \end{aligned}$$

haciendo $a + b$ y teniendo en cuenta que para que el bono sea justo $E(V_0) = 0$, tenemos que:

$$0 = \left(1 - e^{-(\theta+\lambda)T}\right) \left(\frac{\lambda(D_T + P_0 e^{s(\delta-\theta)})}{\theta + \lambda}\right) - P_0(1 + e^{T(\alpha-\theta-\lambda)}),$$

de esta manera despejando P_0 , tenemos que:

$$P_0 = \frac{\frac{\lambda D_T}{\theta + \lambda} \left(1 - e^{-T(\theta+\lambda)}\right)}{1 - \underbrace{\left(\lambda e^{s(\delta-\theta)} \frac{\left(1 - e^{-T(\theta+\lambda)}\right)}{\theta + \lambda}\right)}_{\text{evento ocurre}} - \underbrace{e^{-T(\theta+\lambda)e^{T\alpha}}}_{\text{evento no ocurre}}}, \quad (3-8)$$

de esta ecuación (3-8) se tiene el monto de dinero que necesita tener el gobierno para hacer frente a las posibles pérdidas y a las obligaciones adquiridas con los inversionistas. También de esta ecuación es posible obtener la tasa en caso de no ocurrencia del terremoto que es la que nos sirve para mostrar la tasa de interés que se le pagaría al inversionista en caso de no ocurrencia del evento:

$$\alpha = \ln \left[\frac{P_0 - \frac{\lambda D_T}{\theta + \lambda} \left(1 - e^{-T(\theta+\lambda)}\right) - \frac{\lambda}{\lambda + \theta} P_0 e^{s(\delta-\theta)} \left(1 - e^{-T(\theta+\lambda)}\right)}{P_0 e^{-\lambda T}} \right]^{1/T} + \theta. \quad (3-9)$$

Entonces de la ecuación 3-9 se tiene que: $\alpha > \theta$, es decir que la tasa de no ocurrencia del evento debe ser mayor a la tasa libre de riesgo (TES) para que el bono sea atractivo para los inversionistas.

Ahora bien para determinar el valor que pagarían los inversionistas por adquirir el bono y asumiendo que el valor de los pagos futuros es de 1 dólar se tiene que:

$$\text{Pagos} = \begin{cases} e^{\delta s} e^{-\theta(t+s)} & \text{si } t < T \\ e^{\alpha T} e^{-\theta T} & \text{si } t > T \end{cases}$$

Calculando el valor presente actuarial de los pagos futuros en caso de no ocurrencia o de ocurrencia del evento catastrófico, obtenemos:

$$\begin{aligned} V(\text{Pagos}) &= \int_0^T (e^{\delta s} e^{-\theta(t+s)}) \lambda e^{-\lambda t} dt + e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T} \\ &= \frac{\lambda}{\theta + \lambda} (1 - e^{-T(\theta+\lambda)}) (e^{s(\delta-\theta)}) + e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T} \end{aligned} \quad (3-10)$$

Como el valor del bono debe ser igual a los flujos descontados traídos a valor presente para que sea una apuesta justa, y si se asume que el valor de estos pagos es 1, se tiene que el valor del bono también es 1. Para que la condición anterior se cumpla se debe tener las distintas combinaciones de tasas que hacen que esto se cumpla.

Por otro lado ya que los pagos a los inversionistas pueden ser diferidos a un tiempo s si ocurre el evento catastrófico, existen cuatro escenarios para el valor del bono y de la tasa de interés en caso de no ocurrencia del evento α .

Entonces si el evento ocurre ($R < T$):

Caso 1 : No se paga a los inversionistas, el gobierno retiene todo el dinero.

$$\text{Bono} = 1 = e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T} \quad \text{y} \quad \alpha = \theta + \lambda \quad (3-11)$$

Caso 2 : El gobierno paga a los inversionistas un porcentaje del principal invertido a la tasa δ en s años después de la ocurrencia del terremoto. ($s \geq 0$)

$$\begin{aligned} \text{Bono} = 1 &= \frac{\lambda}{\theta + \lambda} (1 - e^{-T(\theta+\lambda)}) (e^{s(\delta-\theta)}) + e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T} \\ \alpha &= \ln \left[(e^{T(\theta+\lambda)}) - (e^{T(\theta+\lambda)} e^{s(\delta-\theta)}) \frac{\lambda}{\lambda + \theta} (1 - e^{-T(\theta+\lambda)}) \right]^{1/T} \end{aligned} \quad (3-12)$$

Caso 3 : El gobierno paga a los inversionistas un porcentaje del principal al momento en que ocurre el evento . ($s = 0$)

$$Bono = 1 = \frac{\lambda}{\theta + \lambda} (1 - e^{-T(\theta + \lambda)}) (e^{s(\delta - \theta)}) + e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T}$$

$$\alpha = \ln \left[\frac{1 - \left(\frac{\lambda}{\theta + \lambda} (1 - e^{-T(\theta + \lambda)}) \right)}{e^{-\lambda T} e^{-\theta T}} \right]^{1/T} \quad (3-13)$$

Caso 4 : El gobierno paga a los inversionistas un porcentaje del principal al vencimiento del bono T .

$$Bono = 1 = e^{\delta T} e^{-\theta T} (1 - e^{-\lambda T}) + e^{\alpha T} e^{-\theta T} e^{-\lambda T}$$

$$\alpha = \ln \left[\frac{1 - \left(e^{-T(\delta - \theta)} (1 - e^{-\lambda T}) \right)}{e^{-\lambda T} e^{-\theta T}} \right]^{1/T} \quad (3-14)$$

Teniendo las distintas opciones para el pago del bono y observando que en cualquier caso la tasa interés de no ocurrencia α es mayor a la tasa de libre de riesgo θ y a la tasa de interés de ocurrencia δ . Se debe determinar el beneficio esperado que recibe el gobierno y los inversionistas, asumiendo $P_0 = 1$ estos se definen así:

Beneficio del gobierno : Es el valor esperado de la diferencia entre el valor recaudado en la emisión invertido hasta la ocurrencia del terremoto a la tasa de los TES y el pago que da a los inversionistas por la ocurrencia del evento.

$$\begin{aligned} \Pi_G &= E \left[e^{\theta R} - e^{\delta s} e^{-\theta s} \right] \\ &= \int_0^T e^{\theta t} \lambda e^{-\lambda t} dt - e^{\delta s} e^{-\theta s} (1 - e^{-\lambda T}) \\ &= \frac{\lambda}{\lambda - \theta} \left(1 - e^{-T(\lambda - \theta)} \right) - e^{\delta s} e^{-\theta s} (1 - e^{-\lambda T}), \end{aligned} \quad (3-15)$$

Beneficio del inversionista : Es el valor esperado de la diferencia entre la inversión inicial invertida a la tasa de no ocurrencia y el pago que se realizó para comprar el bono

(inversión inicial).

$$\begin{aligned}\Pi_I &= E \left[e^{\alpha T} - e^{\theta T} \right] \\ &= e^{-T(\alpha-\lambda)} - e^{T(\theta-\lambda)},\end{aligned}\tag{3-16}$$

Tomando 3-15 - 3-16 e igualando a 0, por ser una apuesta justa, obtenemos la tasa de no ocurrencia que iguala el beneficio del gobierno y el beneficio del inversionista, y esta se puede interpretar como el disponible esperado de dinero que tiene el gobierno al momento de la ocurrencia del terremoto.

$$\alpha = \ln \left[\frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda-\theta} + \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda-\theta} \right) \left(e^{-T(\lambda-\theta)} \right) - e^{s(\delta-\theta)} + e^{s(\delta-\theta)} e^{-\lambda T} \right)}{e^{-\lambda T}} \right]^{1/T}\tag{3-17}$$

Es necesario aclarar que existe otro disponible para el gobierno que se denomina el disponible real (φ , ya que es el dinero que le queda al gobierno luego de la ocurrencia del terremoto y este se define de la siguiente manera dado que el terremoto ocurrió (R):

$$\varphi_R = e^{\theta R} - e^{\delta s} e^{\theta s},\tag{3-18}$$

Como el gobierno siempre debe tener recursos disponibles al momento de la ocurrencia del evento se tiene que $\varphi_R > 0$.

4. Resultados y Conclusiones

4.1. Resultados

Para poder valorar el bono es necesario, en primer lugar, estimar la frecuencia y encontrar la función de pérdida que mejor se ajuste a las daños obtenidos a través de los datos históricos recopilados.

4.1.1. Estimación de la frecuencia

Respecto a la estimación de la frecuencia se estimo el valor de λ para el escenario colombiano, suponiendo que la ocurrencia de terremotos obedece un proceso de Poisson homogéneo (PPH). De esta manera se obtuvo que:

$$\hat{\lambda} = \frac{\# \text{ de sismos}}{\text{tiempo}} = \frac{31}{92} \simeq 0,337 \quad (4-1)$$

lo cual corresponde a 31 sismos ocurridos en Colombia con magnitud MMI superior 7 ocurridos desde 1917¹, no se consideran sismos más antiguos ya que de acuerdo a Cabrera (2003) la información sísmica de antes de 1900 es poco confiable. De acuerdo a Härdle y Cabrera (2010) una manera de verificar que los sismo efectivamente obedecen un proceso de Poisson homogéneo es mediante la gráfica de eventos acumulativo, la cual se muestra en la figura 4-1, en donde se puede observar un buen ajuste de los puntos a la línea. Por lo tanto es posible concluir que la ocurrencia de terremotos en Colombia obedece un proceso de Poisson homogéneo con una tasa de ocurrencia de 33,7 sismos cada 100 años.

¹Este corte se toma porque de acuerdo a la escala de daños esperados, los sismos de esta magnitud son los generadores de daños considerables

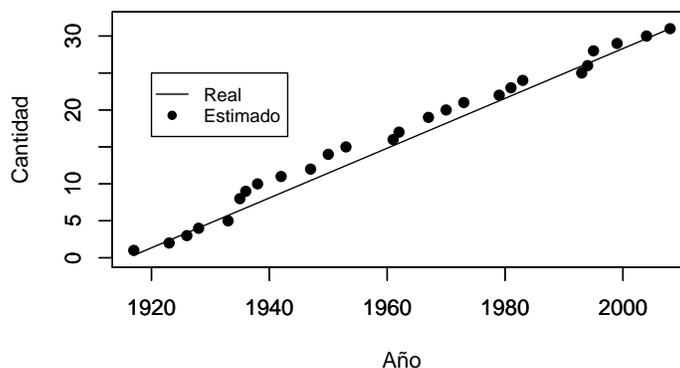


Figura 4-1.: Función acumulativa de eventos estimada vs real.

4.1.2. Estimación de la severidad

Ahora se debe ajustar la función de pérdidas para los daños esperados ocasionados por los sismos. De acuerdo con Ma y Ma (2013) un grupo de distribuciones que se ajustan a este tipo de datos son: log-normal, Weibull, Pareto y Burr. Para el ajuste de cada una de estas distribuciones se sigue en cada caso los siguientes pasos:

1. Ajuste de parámetros mediante máxima verosimilitud.
2. Con respecto a las distribuciones sin ecuaciones cerradas se usa el algoritmo de *simulated annealing* (SANN) para la estimación.
3. Los valores obtenido en el punto anterior se usan como valores iniciales para el algoritmo de maximización BFGS.

La tabla 4-1 compara el resultado de la estimación de las 4 distribuciones en términos de tres estadísticas de bondad de ajuste y dos criterios de bondad de ajuste. Como puede observarse en términos de AIC y BIC la distribución Log-normal es la que muestra mejor desempeño mientras que en las estadísticas, en particular en la estadística AD la distribución Burr muestra un mejor desempeño. La figura 4-2 muestra información adicional del ajuste por medio de los gráficos de densidad, q-q plot, densidad acumulada y p-p plot; como se puede ver las 4 distribuciones muestran en general un buen ajuste adaptándose a las colas pesadas mostradas por los datos. Finalmente la distribución que se selecciona como función de pérdidas es una log-normal de parámetros $\mu = 7,23$ $\sigma = 1,27$, esto debido a que en

Distribución	Log-normal $\mu = 7,23$ $\sigma = 1,27$	Pareto $\mu = 3,23$ $\sigma = 6520,9$	Weibull $\beta = 2614$ $\alpha = 0,79$	Burr $k = 1,06$ $c = 1,35$ $\lambda = 1480,8$
Kolmogorov-Smirnov	0.0861	0.1235	0.1367	0.0852
Cramer-von Mises	0.0635	0.1042	0.1593	0.0634
Anderson-Darling	0.4366	0.6118	1.0059	0.4145
AIC	910.92	913.69	918.62	913.58
BIC	914.79	917.55	922.48	919.38

Tabla 4-1.: Tabla de comparación de bondad de ajuste

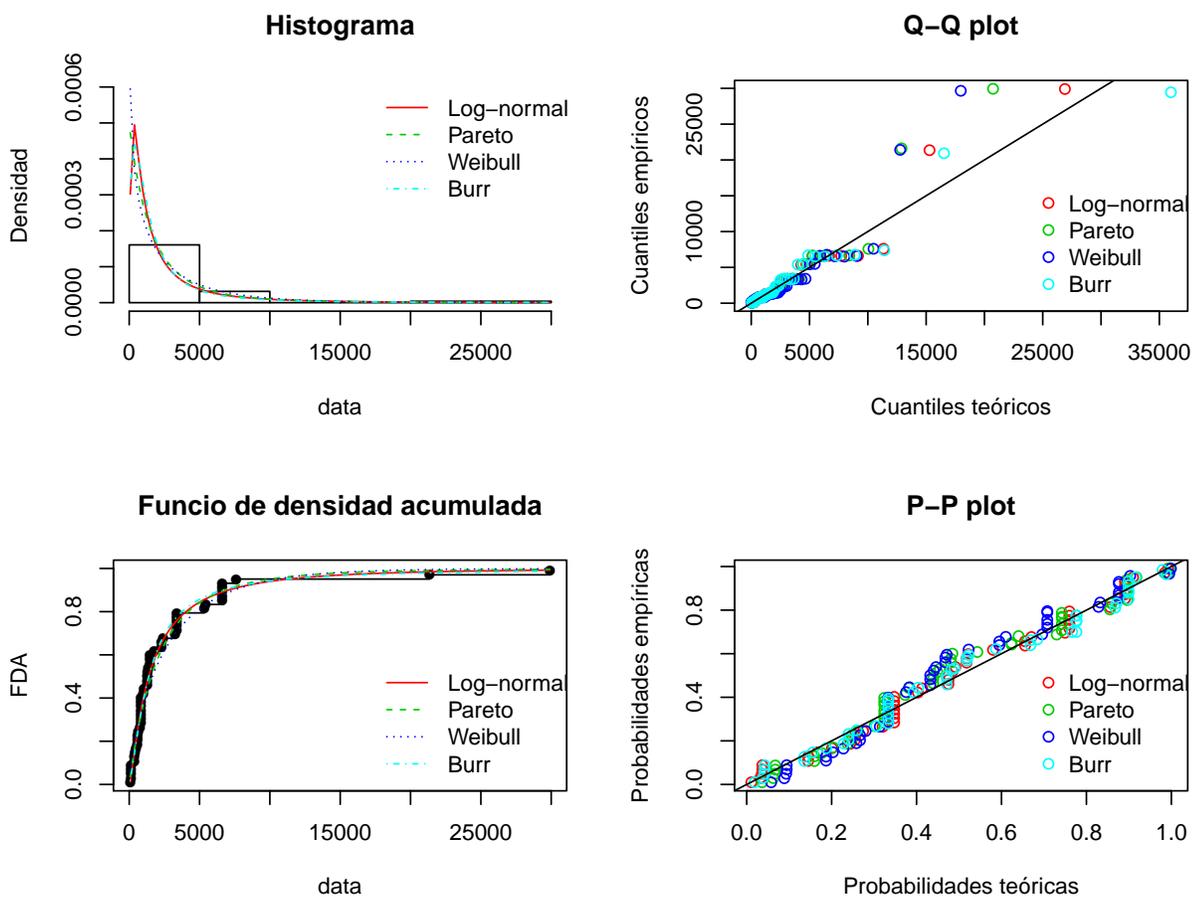


Figura 4-2.: Gráficos de bondad de ajuste

general la distribución muestra un buen ajuste y a que el parámetro λ de la distribución Burr presenta valores muy altos lo cual es un síntoma de alta sensibilidad a datos extremos.

4.2. Simulaciones

Una parte importante de este trabajo, es mostrar que la metodología propuesta para la valoración del bono CAT para terremotos en Colombia tiene un comportamiento asintóticamente equilibrado para las dos partes: gobierno e inversionistas. De esta manera se construyen varios escenarios de simulación con las siguientes características:

- Cada escenario consta de un millón de iteraciones de Montecarlo.
- Para cada iteración se simula un tiempo de espera con una distribución exponencial de parámetro $\lambda = 0,337$
- Se tomaron dos maduraciones para este análisis, una a un año con una tasa $\theta = 4,59\%$ y otra a 5 años con una tasa $\theta = 5,73\%$ como se vio en la sección 3.5.1.
- Si el tiempo de espera es inferior a un tiempo de maduración dado esto indicara que para esa simulación el evento sucede.
- La variable que se mide es el disponible para cada parte (inversionista y gobierno) por cada dolar invertido en el bono.

De esta manera la figura **4-3** muestra el promedio del comportamiento de los disponibles para diferentes valores de δ y diferentes tiempos de pago s . Como se puede ver los valores entre el disponible para inversionista y gobierno son prácticamente iguales en todos los escenarios. Para mas detalle las tablas **A-6** y **A-7** contienen los resultados exactos de la simulación en donde esta cada valor de la simulación con 8 decimales de precisión.

La figura **4-3** permite concluir algunas otras cosas como por ejemplo que a medida que δ crece los disponibles disminuyen, que a medida que el plazo s aumenta los disponibles aumentan y que finalmente un tiempo de maduración mas largo otorga marcadamente un mayor disponible ya que el riesgo de la ocurrencia del terremoto en el tiempo del bono aumenta.

De acuerdo a lo anterior es posible concluir por lo tanto que el bono resulta ser una apuesta asintóticamente justa.

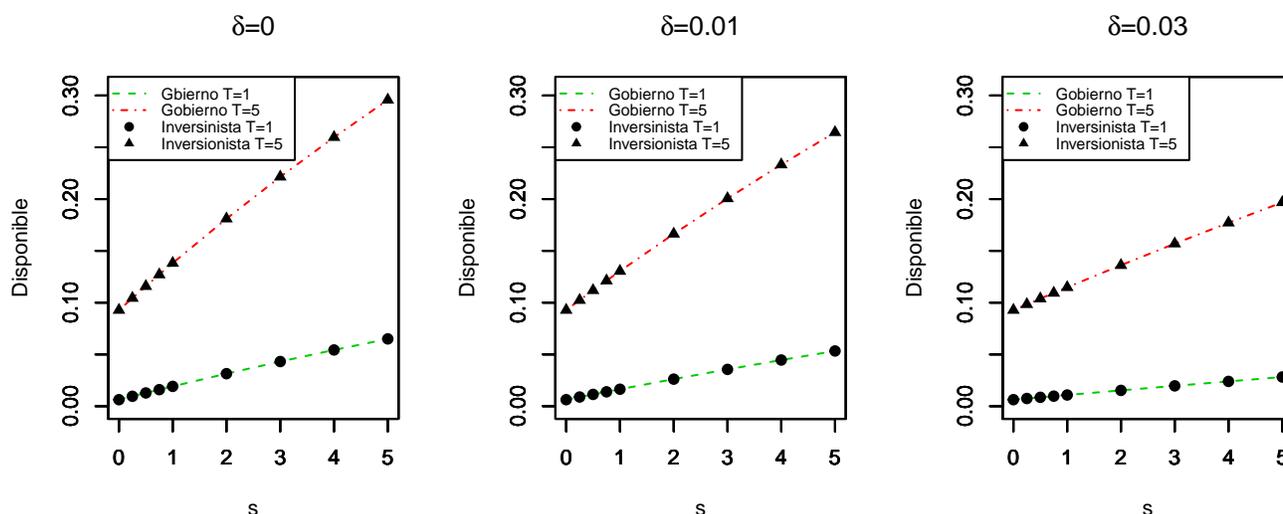


Figura 4-3.: Disponible Gobierno vs Inversinista

4.3. Conclusiones

La evidencia expuesta en esta tesis muestra la viabilidad de la implementación de instrumentos ligados a seguros en el contexto colombiano, en este caso particular de bonos CAT, considerando que Colombia es un país que se encuentra expuesto a diversos riesgos de la naturaleza que son de carácter catastrófico. Sin embargo en Colombia estos instrumentos financieros no han sido implementados, a pesar del creciente mercado de estos².

Teniendo en cuenta la vulnerabilidad sísmica del país, en este documento se considero la emisión de un bono CAT para terremotos. Este bono sería un mecanismo alternativo para el manejo integral y que mitigaría los efectos de eventos catastróficos. También este tipo de instrumentos integran la transferencia del riesgo entre los diferentes agentes participantes, en este caso gobierno e inversionistas, pero que no se limita solamente a estos agentes, si no a todos los demás que intervienen como compañías de seguros y reaseguradoras.

Basada en la información recopilada de sismos ocurridos en el territorio colombiano desde 1900 hasta 2015, se calculó la tasa ocurrencia que obedece a un proceso de Poisson homogéneo y es de 33,7 sismos cada 100 años. También de esta información se ajusto la función de pérdidas para los daños esperados ocasionados por el evento.

Con las simulaciones realizadas se pudo concluir que la metodología expuesta para la valoración del bono CAT para terremotos en Colombia es una apuesta justa. Adicionalmente,

²Por ejemplo la emisión de bonos CAT en México.

se mostró que este instrumento es atractivo para cada participante, ya que, en caso de ocurrencia del terremoto durante la vigencia del bono, el gobierno cuenta con los recursos para cubrir los daños y en caso de no ocurrencia los inversionistas obtienen tasas de intereses superiores a la tasa libre de riesgo.

4.4. Extensiones y variantes del documento

- Análisis del mercado secundario de este tipo de instrumentos, ya que esta tesis solo hace referencia al mercado primario. Ya que si existe una mayor confiabilidad de la valoración de los bonos CAT, estos serán mas atractivos en los mercados financieros.

Bibliografía

- Anderson, T. W. y Darling, D. A. (1952). Asymptotic theory of certain "goodness of fit" criteria based on stochastic processes. *The annals of mathematical statistics*, pages 193–212.
- Baryshnikov, Y., Mayo, A., y Taylor, D. (2001). Pricing of cat bonds. *preprint*.
- Braun, A. (2016). Pricing in the primary market for cat bonds: new empirical evidence. *Journal of Risk and Insurance*, 83(4):811–847.
- Burnecki, K. y Kukla, G. (2003). Pricing of zero-coupon and coupon cat bonds. *Applicationes Mathematicae*, 30:315–324.
- Burnecki, K., Kukla, G., y Taylor, D. (2005). Pricing of catastrophe bonds. In *Statistical Tools for Finance and Insurance*, pages 93–114. Springer.
- Cabrera, B. L. (2003). Valuación de bonos catastróficos para terremotos en México. Technical report, Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- Calderón, M. (2010). Bonos catástrofe. *Análisis financiero y propuesta de implementación en Argentina*.
- Cox, S. H. y Pedersen, H. W. (2000). Catastrophe risk bonds. *North American Actuarial Journal*, 4(4):56–82.
- Cummins, J. D. (2008). Cat bonds and other risk-linked securities: State of the market and recent developments. *Risk Management and Insurance Review*, 11(1):23–47.
- Fernández-Durán, J. J. y Gregorio-Domínguez, M. M. (2005). Valuación actuarial de bonos catastróficos para desastres naturales en México. *El trimestre económico*, pages 877–912.
- Härdle, W. K. y Cabrera, B. L. (2010). Calibrating cat bonds for Mexican earthquakes. *Journal of Risk and Insurance*, 77(3):625–650.

- Jarrow, R. A. (2010). A simple robust model for cat bond valuation. *Finance Research Letters*, 7(2):72–79.
- Lee, J.-P. y Yu, M.-T. (2002). Pricing default-risky cat bonds with moral hazard and basis risk. *Journal of Risk and Insurance*, pages 25–44.
- Lee, J.-P. y Yu, M.-T. (2007). Valuation of catastrophe reinsurance with catastrophe bonds. *Insurance: Mathematics and Economics*, 41(2):264–278.
- López, A. y Villacañas, J. (1999). Metodología simplificada para el análisis del riesgo sísmico. *Física de la Tierra*, 270(11):269–284.
- Ma, Z.-G. y Ma, C.-Q. (2013). Pricing catastrophe risk bonds: A mixed approximation method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2):243–254.
- Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of financial economics*, 3(1-2):125–144.
- Pérez-Fructuoso, M. J. (2012). La importación de los índices en la transferencia de riesgos del sector asegurador a los mercados de capital. análisis de los índices de pérdidas por catástrofes en el ramo no-vida. *Revista Ibero-Latinoamericana de Seguros*, 21(37).
- Shao, J., Papaioannou, A. D., y Pantelous, A. A. (2017). Pricing and simulating catastrophe risk bonds in a markov-dependent environment. *Applied Mathematics and Computation*, 309:68–84.
- Sterge, A. J. y van der Stichele, B. (2016). Understanding cat bonds. *The Journal of Alternative Investments*, 19(1):27–40.
- Unger, A. J. (2010). Pricing index-based catastrophe bonds: Part 1: Formulation and discretization issues using a numerical pde approach. *Computers & Geosciences*, 36(2):139–149.
- Vaugirard, V. E. (2003). Valuing catastrophe bonds by monte carlo simulations. *Applied Mathematical Finance*, 10(1):75–90.
- Vere-Jones, D. (1970). Stochastic models for earthquake occurrence. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 1–62.
- Vere-Jones, D. y Ozaki, T. (1982). Some examples of statistical estimation applied to earthquake data. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 34(1):189–207.

A. Anexos

	Clase A	Clase B	Clase C	Clase D
Riesgo	Terremoto	Huracanes del Pacífico	Huracanes del Pacífico	Huracanes del Atlántico
Importe \$USD Millones	140	50	50	50
Desencadenante	7,9;8.0 Mg	944 CP	944 CP	920 CP
Calificación S&P	B	B	B	BB-

Tabla A-1.: Términos y condiciones del bono de Mexico MultiCat 2009. Fuente: www.worldbank.org

Tipo de nota	Clase A	Clase B	Clase C
Emisor	BIRF	BIRF	BIRF
Fecha de cierre	24 de Julio de 2017	24 de Julio de 2017	24 de Julio de 2017
Importe \$USD Millones	150	100	110
Fecha de emisión	4 de Agosto de 2017	4 de Agosto de 2017	4 de Agosto de 2017
Fecha prevista de vencimiento	11 de Agosto de 2020	20 de Diciembre de 2019	20 de Diciembre de 2019
Cupón (por año)	USD Libor 6 meses+4,12 %	USD Libor 6 meses+8,92 %	USD Libor 6 meses+5,52 %
Margen de riesgo	4,5 %	9,3 %	5,9 %
Eventos cubiertos	Terremoto	Tormenta en el atlántico	Tormenta en el Pacífico %

Tabla A-2.: Términos y condiciones del bono catastrófico Mexicano emitido por el Banco Mundial. Fuente: www.worldbank.org

Intensidad	Descripción	Detalle
I	Muy débil	No se advierte sino por unas pocas personas y en condiciones de perceptibilidad especialmente favorables.
II	Débil	Se percibe sólo por algunas personas en reposo, particularmente las ubicadas en los pisos superiores de los edificios.
III	Leve	Se percibe en los interiores de los edificios y casas. Sin embargo, muchas personas no distinguen claramente que la naturaleza del fenómeno es sísmica, por su semejanza con la vibración producida por el paso de un vehículo liviano. Es posible estimar la duración del sismo.
IV	Moderado	Los objetos colgantes oscilan visiblemente. Muchas personas lo notan en el interior de los edificios aún durante el día. En el exterior, la percepción no es tan general. Se dejan oír las vibraciones de la vajilla, puertas y ventanas. Se sienten crujir algunos tabiques de madera. La sensación percibida es semejante a la que produciría el paso de un vehículo pesado. Los automóviles detenidos se mecen.
V	Poco fuerte	La mayoría de las personas lo percibe aún en el exterior. En los interiores, durante la noche, muchas despiertan. Los líquidos oscilan dentro de sus recipientes y aún pueden derramarse. Los objetos inestables se mueven o se vuelcan. Los péndulos de los relojes alteran su ritmo o se detienen. Es posible estimar la dirección principal del movimiento sísmico.
VI	Fuerte	Lo perciben todas las personas. Se atemorizan y huyen hacia el exterior. Se siente inseguridad para caminar. Se quiebran los vidrios de las ventanas, la vajilla y los objetos frágiles. Los juguetes, libros y otros objetos caen de los armarios. Los cuadros suspendidos de las murallas caen. Los muebles se desplazan o se vuelcan. Se producen grietas en algunos estucos. Se hace visible el movimiento de los árboles, o bien, se les oye crujir. Se siente el tañido de las campanas pequeñas de iglesias y escuelas.
VII	Muy fuerte	Los objetos colgantes se estremecen. Se experimenta dificultad para mantenerse en pie. El fenómeno es percibido por los conductores de automóviles en marcha. Se producen daños de consideración en estructuras de albañilería mal construidas o mal proyectadas. Sufren daños menores (grietas) las estructuras corrientes de albañilería bien construidas. Se dañan los muebles. Caen trozos de estucos, ladrillos, parapetos, cornisas y diversos elementos arquitectónicos. Las chimeneas débiles se quiebran al nivel de la techumbre. Se producen ondas en los lagos; el agua se enturbia. Los terraplenes y taludes de arena o grava experimentan pequeños deslizamientos o hundimientos. Se dañan los canales de hormigón para regadío. Tañen todas las campanas.

Tabla A-3.: Escala modificada Mercalli de intensidades de Sismos. Fuente: <http://www.shoa.cl/servicios/tsunami/escalas.htm>

Intensidad	Descripción	Detalle
VIII	Destruyivo	Se hace difícil e inseguro el manejo de vehículos. Se producen daños de consideración y aún el derrumbe parcial en estructuras de albañilería bien construidas. En estructuras de albañilería bien proyectadas y construidas sólo se producen daños leves. Caen murallas de albañilería. Caen chimeneas en casa e industrias; caen igualmente monumentos, columnas, torres y estanques elevados. Las casas de madera se desplazan y aún se salen totalmente de sus bases. Los tabiques se desprenden. Se quiebran las ramas de los árboles. Se producen cambios en las corrientes de agua y en la temperatura de vertientes y pozos. Aparecen grietas en el suelo húmedo, especialmente en la superficie de las pendientes escarpadas.
IX	Muy destruyivo	Se produce pánico general. Las estructuras de albañilería mal proyectadas o mal construidas se destruyen. Las estructuras de albañilería bien construidas se dañan y a veces se derrumban totalmente. Las estructuras de albañilería bien proyectadas y bien construidas se dañan seriamente. Los cimientos se dañan. Las estructuras de madera son removidas de sus cimientos. Sufren daños considerables los depósitos de agua, gas, etc. Se quiebran las tuberías (cañerías) subterráneas. Aparecen grietas aún en suelos secos. En las regiones aluviales, pequeñas cantidades de lodo y arena son expelidas del suelo.
X	Desastroso	Se destruye gran parte de las estructuras de albañilería de toda especie. Se destruyen los cimientos de las estructuras de madera. Algunas estructuras de madera bien construidas, incluso puentes, se destruyen. Se producen daños en represas, diques y malecones. Se producen grandes desplazamientos del terreno en los taludes. El agua de canales, ríos, lagos, etc. sale proyectada a las riberas. Cantidades apreciables de lodo y arena se desplazan horizontalmente sobre las playas y terrenos planos. Los rieles de las vías férreas quedan ligeramente deformados.
XI	Muy desastroso	Muy pocas estructuras de albañilerías quedan en pie. Los rieles de las vías férreas quedan fuertemente deformados. Las tuberías (cañerías subterráneas) quedan totalmente fuera de servicio.
XII	Catastrófico	El daño es casi total. Se desplazan grandes masas de roca. Los objetos saltan al aire. Los niveles y perspectivas quedan distorsionados.

Tabla A-4.: Escala modificada Mercalli de intensidades de Sismos. Fuente: <http://www.shoa.cl/servicios/tsunami/escalas.htm>

Estado de daño	Rango de daños	Valor central
1. No daño	0 %	0 %
2. Leve	0 %-1 %	0.5 %
3. Ligero	1 %-10 %	5 %
4. Moderado	10 %-30 %	20 %
5. Grave	30 %-60 %	45 %
6. Muy grave	60 %-100 %	80 %
7. Destrucción	100 %	100 %

Tabla A-5.: Matriz de probabilidad de daño para la escala MMI (Whitman, 1988).
Fuente: López y Villacañas (1999)

Escenario	T	s	δ	Disponible gobierno	Disponible inversionistas
1	1	0	0	0.00629706	0.00629301
2	1	0.25	0	0.00957164	0.00955820
3	1	0.5	0	0.01279239	0.01278612
4	1	0.75	0	0.01597020	0.01597720
5	1	1	0	0.01912926	0.01913185
6	1	2	0	0.03138864	0.03139447
7	1	3	0	0.04310385	0.04310672
8	1	4	0	0.05430689	0.05429331
9	1	5	0	0.06491651	0.06497782
10	5	0	0	0.09273965	0.09278889
11	5	0.25	0	0.10437466	0.10437866
12	5	0.5	0	0.11576959	0.11580353
13	5	0.75	0	0.12710856	0.12706583
14	5	1	0	0.13819772	0.13816787
15	5	2	0	0.18099866	0.18101866
16	5	3	0	0.22141825	0.22148212
17	5	4	0	0.25961801	0.25969123
18	5	5	0	0.29574784	0.29577161
19	1	0	0.01	0.00629672	0.00629301
20	1	0.25	0.01	0.00884676	0.00885033
21	1	0.5	0.01	0.01139661	0.01138479
22	1	0.75	0.01	0.01389615	0.01389659
23	1	1	0.01	0.01639993	0.01638593
24	1	2	0.01	0.02613887	0.02612276
25	1	3	0.01	0.03554554	0.03551604
26	1	4	0.01	0.04454817	0.04457790
27	1	5	0.01	0.05329617	0.05332004

Tabla A-6.: Simulaciones de Montecarlo para bono catastrófico de terremotos en Colombia (Parte 1).

Escenario	T	s	δ	Disponible gobierno	Disponible inversionistas
28	5	0	0.01	0.09285378	0.09278889
29	5	0.25	0.01	0.10239656	0.10236884
30	5	0.5	0.01	0.11185444	0.11183611
31	5	0.75	0.01	0.12114220	0.12119204
32	5	1	0.01	0.13045488	0.13043792
33	5	2	0.01	0.16632179	0.16634672
34	5	3	0.01	0.20057367	0.20059573
35	5	4	0.01	0.23326366	0.23326165
36	5	5	0.01	0.26438711	0.26441766
37	1	0	0.03	0.00629514	0.00629301
38	1	0.25	0.03	0.00742665	0.00742927
39	1	0.5	0.03	0.00855532	0.00856101
40	1	0.75	0.03	0.00968936	0.00968826
41	1	1	0.03	0.01080762	0.01081103
42	1	2	0.03	0.01525163	0.01525769
43	1	3	0.03	0.01962821	0.01963412
44	1	4	0.03	0.02392069	0.02394143
45	1	5	0.03	0.02818373	0.02818071
46	5	0	0.03	0.09277808	0.09278889
47	5	0.25	0.03	0.09834002	0.09833408
48	5	0.5	0.03	0.10386578	0.10384153
49	5	0.75	0.03	0.10936193	0.10931148
50	5	1	0.03	0.11475256	0.11474419
51	5	2	0.03	0.13613426	0.13610768
52	5	3	0.03	0.15690781	0.15689532
53	5	4	0.03	0.17707315	0.17712262
54	5	5	0.03	0.19680289	0.19680470

Tabla A-7.: Simulaciones de Montecarlo para bono catastrófico de terremotos en Colombia (Parte 2).