

Segundo Parcial - Economía Matemática

Facultad de Economía

Universidad del Rosario

Profesores: Juan Carlos Martínez Escobar
Andrés Felipe Cárdenas Torres

2018-I

1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y - 9 \\ \dot{y} = 3x - 2y + 3 \end{cases}$$

- (a) Resuelvalo de forma explícita.
 - (b) Realise el diagrama de fase.
 - (c) Clasifique el punto de equilibrio.
2. Una firma tiene L unidades de trabajo disponibles y produce dos bienes x_1 y x_2 , los cuales vende a precios a_1 y a_2 por unidad. Producir x_i unidades del bien i requiere $b_i x_i^2$ unidades de trabajo. El problema de maximización del producto total puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = a_1 x_1 + a_2 x_2 \\ \text{s.t.} \quad & b_1 x_1 + b_2 x_2 \leq L \\ & x_i \geq 0 \text{ para cada } i = 1, 2 \end{aligned}$$

dónde los coeficientes a_1, a_2, b_1, b_2 son todos estrictamente positivos.

- (a) Escriba la lagrangiana y las condiciones necesarias para x^* .
 - (b) Halle la solución del problema (Ayuda: la restricción en el trabajo disponible está activa.)
 - (c) Exprese la función de máximo valor $V(L) = f(x^*(L))$, indicando la máxima cantidad de producto que puede ser alcanzada si hay L unidades de trabajo disponibles.
 - (d) Encuentre $\frac{\partial V}{\partial L}$ y verifique el teorema de la envolvente para este caso.
3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:
- (a) $(xy + 2x + y + 2)dx + (x^2 + 2x)dy = 0$
 - (b) $y^2 dx - (xy + x^2)dy = 0$
 - (c) $(2x^3 + xy^2) dx + (x^2 y + 2y^3) dy = 0$
 - (d) $(x + y^2) dx - 2xy dy = 0$