

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
FACULTAD DE ECONOMÍA

Taller 7 Teorema de la Envolvente- Aplicaciones

Septiembre de 2016

Profesores: Juan C. Zambrano y Andrés Felipe Cardenas

1. Sea $U(x_1, x_2) = \alpha \log(x_1 - \bar{x}_1) + (1 - \alpha) \log(x_2 - \bar{x}_2)$ $x_1 > \bar{x}_1$ $x_2 > \bar{x}_2$
 - (a) Solucione el problema $Max U(x_1, x_2)$ s.a $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$
 - (b) Interprete la solución.
 - (c) Calcule $V(p_1, p_2, m)$
 - (d) Calcule $\frac{\partial V}{\partial m}$ $\frac{\partial V}{\partial p_1}$ $\frac{\partial V}{\partial p_2}$ y verifique la validez de la identidad de Roy.
 - (e) Deduzca la función de Gastos y las funciones de demanda hicksianas para la función de utilidad dada.
2. Suponga que la despues del proceso de optimización se obtiene la función de Gasto

$$E(p, \bar{U}) = (\frac{1}{3}p_1 + \sqrt{p_1 p_2} + \frac{2}{3}p_2)\bar{U}$$

Obtenga de esta expresión :

$$x_1^h; x_2^h; x_1^*; x_2^* \text{ y } V(p, m)$$

3. Verifique el lema de Hotelling para el caso de una tecnología tipo Cobb-Douglas.
4. Una empresa produce un solo producto con ayuda de los factores de producción K y L , la función de producción viene dada por:

$$q = \log(K) + \text{Log}(L)$$

Los precios de K y L son respectivamente r y w .

- (a) Encuentre los niveles óptimos de K y L que minimizan los costos dado un nivel de producción q_0
 - (b) Muestre que las funciones de demanda óptima $K^*(w, r, q_0)$ y $L^*(w, r, q_0)$ son homogéneas de grado cero en r y w
 - (c) Calcule la función de costos óptima $C^*(w, r, q_0)$
 - (d) Muestre que si la empresa tiene una función de demanda $p = a - bq$ con $a, b > 0$ el nivel q^* que maximiza el beneficio es positivo si y solo si $a^2 > wr$
5. Compruebe la ecuación de Slutsky par la función de utilidad dada por:

$$U(x_1, x_2) = \alpha \log(x_1) + (1 - \alpha) \log(x_2)$$

6. La función de Utilidad en una industria es $U(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$, considere los siguientes problemas:

$$P1 : \text{Max } U(X) \text{ s.a } px = m \quad P \text{ vector de precios}$$

$$P2 : \text{Max } Px \text{ s.a } U(X) = \bar{U}$$

- (a) determine la relación entre: $\frac{\partial V_1(p, m)}{\partial m}$ y $\frac{\partial V_2(p, \bar{U})}{\partial \bar{U}}$

donde V_1 y V_2 son las funciones de máximo valor, con los multiplicadores de lagrange asociados a los problemas P_1 y P_2 respectivamente.

- (b) Se conoce que $V_2(p, \bar{U}) = -E(p, \bar{U})$ y que $E(p, V_1(p, m)) = m$ muestre que si λ_1 es el multiplicador para P_1 y λ_2 es el multiplicador para P_2 entonces $\lambda_1 \lambda_2 = -1$