



**EFFECTO DE LA POLÍTICA FISCAL EN UN MODELO DE EQUILIBRIO
GENERAL DINÁMICO CON SECTOR INFORMAL: UNA APLICACIÓN
PARA COLOMBIA**

**Fernando Jaramillo
Mónica Gómez
Andrés García - Suaza**

SERIE DOCUMENTOS DE TRABAJO

No. 139

Agosto de 2013

Efecto de la política fiscal en un Modelo de Equilibrio General Dinámico con sector informal: una aplicación para Colombia

Fernando Jaramillo¹

Mónica Gómez²

Andres García-Suaza³

Febrero de 2013

¹Associated Professor, Department of Economics, Universidad del Rosario. Email address: fernando.jaramillo@urosario.edu.co. Corresponding author. Address: Calle 14 # 4 69, Bogotá - Colombia.

²Junior Researcher, Department of Economics, Universidad del Rosario. Email address: monica.gomezos@gmail.com

³Assitant Professor, Department of Economics, Universidad del Rosario. Email address: andres.garcia@urosario.edu.co.

Resumen

El presente trabajo estudia el efecto de la política fiscal sobre el empleo y la producción de los sectores formales e informales. En particular, se estudia cuáles tipos de impuestos son más eficientes para financiar el gasto público, en el contexto de una economía con un sector informal importante. El modelo puede ser usado para evaluar el efecto de políticas fiscales tendientes a reducir el tamaño del sector informal, como la recientemente adoptada en Colombia.

En este artículo se presenta un modelo dinámico con acumulación de capital y presencia del sector informal, con el fin de cuantificar el efecto de cambios en la política fiscal en un país con un sector informal importante, como Colombia. Para esto, se le introduce desempleo e informalidad a un modelo dinámico de crecimiento a la Ramsey–Cass–Koopmans con impuestos al consumo, al trabajo y al capital. A partir de esta estructura se construye un modelo Dinámico Estocástico de Equilibrio General (DSGE por su siglas en inglés) con fricciones en el mercado de trabajo a la Mortensen y Pissarides (1994) y con dos sectores productivos: el formal y el informal. Los resultados de los ejercicios confirman los resultados encontrados por Stiglitz en un modelo estático, en el sentido que el impuesto al consumo no necesariamente es más eficiente que otros impuestos que en la literatura tradicional son distorsionantes.

1. Introducción

Una de las características principales del mercado laboral colombiano, al igual que de la mayoría de países en vía de desarrollo, es el alto índice de informalidad. Gran parte de la población ocupada del país, alrededor del 56.1 %, está empleada, o más bien subempleada en el sector informal. De hecho, la economía colombiana es una de las economías en desarrollo con uno de los más altos índices de informalidad (OIT, 2010). La informalidad en el mercado tiene consecuencias importantes en el diseño de las políticas económicas. En particular, en el efecto de los diferentes tipos de impuestos sobre la producción, la inversión y el bienestar económico.

El presente trabajo estudia el efecto de la política fiscal sobre el empleo y la producción de los sectores formales e informales. En particular, se estudia cuáles tipos de impuestos son más eficientes para financiar el gasto público, en el contexto de una economía con un sector informal importante. El efecto de la política fiscal sobre la informalidad ha sido un tema de particular interés para las autoridades de política económica en América Latina. En el caso de Colombia, el gobierno introdujo una reforma que reduce en 13.5 %

el impuesto a la nómina, tendiente a reducir los costos labores del sector formal. En la exposición de motivos de la ley (Cárdenas, 2012), se utilizan los trabajos econométricos sobre el efecto del impuesto de la nómina sobre la informalidad en Colombia, los cuales se reseñaran más adelante, para predecir que la reducción del 13.5% en el impuesto a la nómina incrementará el empleo formal en 11 unidades porcentuales. Sin embargo, en dichos cálculos se tienen en cuenta únicamente efectos parciales y estáticos de la reforma. No se consideran los efectos de equilibrio general, y tampoco se considera el efecto adversos generados por la búsqueda de nuevas fuentes alternativas al impuesto a la nómina para financiar el gasto público y al sistema de seguridad social.

Aunque la reducción en el impuesto a la nómina tiende a incrementar el trabajo formal, la pregunta fundamental es cómo se financia dicho impuesto. Si se financia con un incremento en el impuesto a la renta, la acumulación de capital se ve afectada. Cuando se financia con un impuesto al consumo o al valor agregado (IVA), y el sector informal no paga dicho tipo de impuestos, entonces se genera un desplazamiento de la demanda relativa hacia la producción del sector informal. Por otro lado, si la reducción en el impuesto a la nómina se ve compensada con una caída en el gasto público, y este último demanda principalmente productos del sector formal, entonces cae la demanda relativa de bienes formales y disminuye el bienestar asociado al gasto público.

La teoría económica tradicional predice que en un modelo dinámico, el impuesto al ingreso genera más distorsiones que los impuestos al consumo y al trabajo. Además, se plantea el impuesto al consumo, como el que menos distorsiones genera. Sin embargo Emram y Stiglitz (2005) muestran que cuando existe un sector económico informal, el efecto de los impuestos al consumo, pueden ser muy diferentes a los predichos por la teoría tradicional.

En este trabajo se presenta un modelo dinámico con acumulación de capital y presencia del sector informal, con el fin de cuantificar el efecto de cambios en la política fiscal en un país con un sector informal importante, como Colombia. Para esto, se le introduce desempleo e informalidad a un modelo dinámico de crecimiento a la Ramsey-Cass-Koopmans con impuestos al consumo, al trabajo y al capital. A partir de esta estructura se construye un modelo Dinámico Estocástico de Equilibrio General (DSGE por su siglas en inglés) con fricciones en el mercado de trabajo a la Mortensen y Pissarides(1994) y con dos sectores productivos: el formal y el informal.

La primera dificultad que surge en la elaboración de un modelo describa una economía con una presencia importante de un sector informal es el concepto mismo de informalidad. En la literatura económica no existe un consenso generalizado para definir la informalidad, según la Organización Internacional del Trabajo (OIT) los trabajadores informales son catalogados como el grupo de asalariados cuya relación de trabajo, de derecho y de hecho, no está sujeta a la legislación laboral nacional, al impuesto sobre la renta, a la protección social ni a determinadas prestaciones relacionadas con el empleo (preaviso al despido, indemnización por despido, vacaciones anuales pagadas, etc.) (OIT, 2006).

Dada las múltiples definiciones, muchos trabajos se enfocan en aspectos distintos sobre la informalidad, dependiendo de la problemática que se plantean y de las políticas económicas cuyo efecto se está estudiando. En algunos casos, la informalidad es usada para denotar las actividades de baja productividad, otras veces sirve para abarcar a las empresas productivas que operan en condiciones de ilegalidad, y en ocasiones se refiere a los individuos que en sus actividades productivas no disfrutan de los beneficios de un sistema de seguridad social, entre otras interpretaciones (Guzmán, 2007).

Si bien la definición del concepto de informalidad puede abordarse desde diferentes puntos de vista, el impacto que ésta tiene sobre el desempeño económico del país no genera controversia alguna. El sector informal está ampliamente caracterizado por el uso intensivo de la mano de obra y el escaso (en la mayoría de los casos prácticamente nulo) nivel de capitalización en el proceso productivo, situación que trae consigo unos niveles de productividad laboral considerablemente bajos. Muchos de estos trabajadores no tienen un trabajo estable, ninguna clase de beneficios y las tasas de remuneración son muy bajas, comparadas con los beneficios y las remuneraciones que se reciben en el sector formal. En este sentido, la escasez de capital humano y físico, junto con unas precarias condiciones laborales, trae consigo grandes problemas socioeconómicos al país, puesto que gran parte del mercado laboral colombiano está conformado por trabajadores informales.

Por otro lado, la presencia de niveles altos de informalidad afecta el crecimiento económico, debido a una mala asignación de los factores capital y trabajo. Una economía con un sector informal importante puede llevar a reducción en la acumulación de capital, lo cual afecta el crecimiento y la producción de largo plazo.

Por consiguiente, es de gran importancia entender la naturaleza de la informalidad

laboral y su relación con la economía formal, con el fin de diseñar e implementar políticas públicas orientadas a combatir este fenómeno y encaminar a la economía hacia unos niveles de crecimiento y bienestar más elevados. A pesar de la importancia del sector informal mencionada anteriormente, en Colombia no existen hasta el momento modelos de Equilibrio General Dinámicos y Estocásticos (DSGE) que analicen, caractericen y cuantifiquen el comportamiento del sector informal, usando como marco de análisis las teorías contemporáneas del mercado de trabajo.

El presente documento provee un trabajo teórico que evalúa el efecto de la estructura tributaria sobre el ajuste del mercado de trabajo en una economía con sector informal, usando un Modelo de Equilibrio General dinámico Estocástico. En nuestro propósito, el mercado de trabajo tienen una segmentación particular que define al sector formal como la parte del mercado de trabajo en el cual los trabajadores tienen un costo de búsqueda de empleo y pagan impuestos, pero reciben unos salarios más altos. Por su parte, el sector informal presenta unos niveles inferiores de productividad que implican salarios más bajos. Adicionalmente, se presenta un análisis sobre los el efecto de los mecanismos de financiación de la política fiscal (reducción del gasto público, incremento del impuesto al consumo (IVA), aumento en el impuesto a la renta de capital). Es decir, se analiza el efecto de una disminución en los costos no salariales.

Ha existido mucha discusión sobre el efecto de la reforma tributaria en Colombia sobre la informalidad, pero hasta el momento no existe un modelo de equilibrio general dinámico que estudie el impacto de la reforma. Aunque el objetivo del presente modelo no es cuantificar el efecto de dicha reforma, el presente estudio puede dar una primera aproximación a los efectos de la misma¹

¹La reforma tributaria reduce, al mismo tiempo, el impuesto a la nómina de los trabajadores no calificados en un 13.5 % y el impuesto a la renta de las sociedades en 8 % (de 33 % a 25 %.) Sin embargo, esta reducción a la renta se reemplaza con un nuevo impuesto sobre la renta para la equidad del 8 %, el cual tiene como destinación específica la financiación de las entidades que se financian con el impuesto a la nómina (Sena, ICBF, Salud, etc). Es decir, la tasa de impuesto a la renta pagado por las sociedades permanece prácticamente constante. Por otro lado, se incrementa el impuesto a la renta de las personas naturales, se modifica la estructura del IVA y se crea un impuesto al consumo de algunos productos. En la exposición de motivos de la ley se muestra que el recaudo generado por el impuesto al consumo y a las sociedades aumenta levemente, y que el grueso de los cambios se asocian con un incremento al impuesto a la renta de los trabajadores de altos ingresos (Cárdenas, 2012). En resumen la reforma tributaria disminuye el impuesto a la nómina, lo cuál es financiado con un impuesto al capital humano.

De acuerdo a la teoría de la incidencia fiscal, en un modelo de equilibrio general el efecto de un

El presente trabajo consta de las siguientes secciones: la presente introducción, la sección 2 en la que se presenta el estado del arte a nivel nacional e internacional. La sección 3 presenta el modelo teórico; en la sección 4 se explica la calibración de los parámetros del modelo. La sección 5 presenta las simulaciones del modelo mediante una versión determinística y otra estocástica del modelo. Por último, en la sección 6, se presentan las conclusiones.

2. Estado del Arte

La introducción del concepto de informalidad fue hecha por Keith Hart en un estudio sobre Kenia en 1970, que después fue publicado por la OIT en 1972. En este estudio el sector informal se define como aquella parte creciente de la población que, al no ser incorporadas en los sectores más productivos de la economía debe desempeñarse en actividades de baja productividad y mal remunerados. A partir de este estudio, el Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe (PREAL) de la OIT empezó a trabajar intensamente con los institutos de estadística de la región para medir y analizar la heterogeneidad del mercado laboral. Al mismo tiempo, la OIT definió como sector informal a los trabajadores cuenta propia o independientes no profesionales, a los trabajadores familiares no remunerados, a los empleadores y trabajadores del sector privado que trabajen en empresas de cinco o menos ocupados y a los trabajadores de servicio doméstico (Guzmán, 2007). Más adelante la OIT incluiría en su definición de sector informal a aquellas empresas que no estaban legalmente constituidas y no hacían impuesto a la nómina es independiente de si se le cobra al trabajador o a la empresa. Por otro lado, el impuesto a las rentas laborales y a los ingresos no laborales de los trabajadores más calificados debería incrementar el trabajo informal de estos últimos. De esta manera la reducción en la informalidad de los trabajadores no calificados se ve compensado por el incremento en la informalidad de los calificados. El éxito de la reforma en relación a la reducción en el grado de informalidad dependerá no sólo de la reducción en la informalidad de los trabajadores no calificados, sino también de los efectos de los impuestos al empleo formal de los trabajadores calificados y sobre la acumulación de capital humano. Debido a que la reforma tributaria que entró en vigor en Colombia en 2013 se financia con un impuesto a los ingresos salariales de los trabajadores altamente calificados. y en nuestro modelo no hay acumulación de capital humano, no se analizará directamente el efecto de dicha reforma. En un modelo de crecimiento con capital humano, el impuesto a los trabajadores más calificados juega un papel similar al impuesto al capital físico de nuestro modelo.

aportes a la seguridad social de sus trabajadores.

Con una medición más clara del sector informal y con datos que daban cuenta de la importancia que tenía este sector en los países en vías de desarrollo, empezaron a surgir diversos estudios que intentaban explicar el fenómeno de la informalidad, y de algún modo aportar soluciones a esta problemática. Sin embargo, dada la heterogeneidad de las actividades que se consideraban como informales, algunos trabajos utilizan definiciones diferentes de informalidad. Tokman (1982) por ejemplo, caracterizó el sector informal como aquel donde los trabajadores tienen bajos niveles de productividad y no tiene la capacidad de acumular capital a gran escala; en general estos trabajadores son llamados cuenta propia. De Soto (1989), por su parte define, al sector informal como el conjunto de empresas que no cumplen con las regulaciones impuestas por el gobierno, tales como el pago de impuestos de renta y aportes a la seguridad social de sus empleados. Adicionalmente, Levenson y Maloney (1998) caracterizan el mercado informal con base al tamaño de las firmas, donde las empresas que emplean a cinco o menos trabajadores son consideradas como informales.

Los trabajos mencionados anteriormente utilizan diferentes definiciones del sector informal. Sin embargo, todos coinciden en la idea de que el sector informal difiere del formal en la medida en que este último tiene una productividad agregada más alta y es más regulado por parte del gobierno. Trabajos como el de Fortin et al. (1997) y Agénor y Aizenman (1999) analizan los efectos de las políticas del mercado laboral en sector formal, informal y en el salario. Fortín et al. estudian el efecto de los impuestos y las rigideces salariales en las economías en desarrollo con sector informal. Para esto, construyen un Modelo de Dinámico de Equilibrio General con firmas heterogéneas, basados en la idea que el costo marginal de evasión de la regulación y de impuestos incrementa con el tamaño de la firma. Por su parte, Agénor y Aizenman analizan los efectos macroeconómicos de la política laboral en las economías pequeñas y abiertas con un amplio sector informal y fuerza de trabajo heterogénea, la cual se divide entre calificada y no calificada. En general, se muestra que un incremento en el salario mínimo disminuye el salario del sector informal, ya que se reduce la demanda de trabajadores calificados en el sector formal y se aumenta la oferta de trabajo en el sector informal.

Trabajos más recientes han utilizado Modelos de Equilibrio General en los que se introduce las teorías modernas del mercado de trabajo y la informalidad. Estos estudios ex-

tienden los modelos de búsqueda y emparejamiento (Matching) de Mortensen-Pissarides (1994). Trabajos como el de Cook y Nosaka (2005), Bosch y Pretel (2006), Satchi y Temple (2009) y Albrecht et al. (2009) utilizan modelos de equilibrio general con búsqueda y emparejamiento en el sector formal para analizar los efectos de las regulaciones al mercado laboral sobre la composición de la mano de obra en economías en desarrollo, las cuales se caracterizan por tener un amplio sector informal. Esta literatura ha empezado a identificar vínculos fuertes entre los costos no salariales y la composición del empleo en el mercado laboral.

Para el caso colombiano, el sector informal lleva muchos años siendo estudiado. A finales de los años setenta Bourguignon (1979) y Fields (1980), introducen la informalidad para explicar las consecuencias del fenómeno de las migraciones rurales sobre la composición del empleo en las ciudades. En estos primeros trabajos se muestra evidencia sobre la segmentación del mercado de trabajo y el comportamiento anti-cíclico del mercado informal.

Años más tarde surgen otros estudios sobre el fenómeno de la informalidad en Colombia. Trabajos como el de Alm y Lopez (2002), en donde se utiliza un Modelo de Equilibrio General Computable, encuentra que una reducción de 9 puntos porcentuales en los parafiscales genera una disminución del 1% en el empleo del sector informal y un aumento del 3% en el empleo del sector formal. Recientemente Hernández, G. (2011) encuentra que la eliminación de los impuestos parafiscales tiene un efecto moderado sobre el desempleo y la informalidad, cuando estos últimos son reemplazados por otros impuestos. Sin embargo, estos modelos no son dinámicos. Por su parte, Núñez (2002) mediante un modelo microfundamentado, y estimaciones econométricas, encuentra que el impuesto a la renta sobre el ingreso laboral incentiva a los individuos a participar en el sector informal con el fin de evadir estas cargas fiscales. En estos dos trabajos se caracteriza el sector informal como aquel en donde las empresas y trabajadores no están sujetas a la reglamentación del gobierno. Sin embargo, estos no son modelos de equilibrio general.

En Mejía y Posada (2007) se caracteriza al sector informal como el conjunto de actividades productivas que no acatan, ex ante, las normas y regulaciones estatales. En este trabajo se desarrolla un modelo de equilibrio general para demostrar la existencia de un nivel óptimo de imposición estatal y de una pena óptima para quien las viole.

Más adelante, Kugler y Kugler (2008) Cardena (2008), Mondragón et al. (2010) usan métodos microeconómicos para estimar el efecto que tienen las regulaciones al mercado laboral sobre el tamaño del sector informal. Kugler y Kugler (2008) utilizan datos entre 1982 y 1996 de la Encuesta Anual Manufacturera para analizar el efecto de los impuestos a la nómina sobre la composición del mercado laboral entre los años 80 y 90. Sus resultados indican que un incremento en los impuestos a la nómina en un 10 % disminuye el empleo informal entre 4 % y 5 %.

Por su parte Cárdenas (2008) utiliza información trimestral hasta 2004 de la Encuesta de Hogares y encuentra que un aumento del 1 % en los costos no salariales aumenta la relación informal/formal en 1.4 %. Más adelante, Mondragón et al. (2010), utilizan datos de la Encuesta de Hogares para el periodo de 1984-2006 para estudiar el efecto de un incremento en los costos no salariales y el salario mínimo, en el tamaño del sector informal. Éstos encuentran que un aumento de estas rigideces incrementa la probabilidad de transición hacia el sector informal, lo que genera un aumento del tamaño de dicho sector. Adicionalmente, se encuentra que los trabajadores informales de baja calificación están excluidos del sector formal.

Trabajos más recientes como el de Hamann y Mejía (2011) utilizan un modelo de Equilibrio Parcial Dinámico de empresas que escogen establecerse en el sector formal o en el informal. Esta decisión es resultado de un análisis de costo beneficio estáticos y dinámicos asociados a operar en cada uno de los sectores que incluyen los costos salariales, las tasas impositivas, los costos de crear y liquidar una empresa formal y la posibilidad de acceder al sistema financiero. En este trabajo se encuentra, entre otros resultados, que reducciones en los costos asociados a operar en el sector formal pueden conducir a aumentos considerables en el tamaño relativo del sector formal.

Como se puede ver, la literatura nacional reciente se ha preocupado ampliamente por entender el funcionamiento del mercado laboral colombiano y analizar el impacto de las rigideces en el mercado laboral, como son los altos costos no salariales y el salario mínimo, sobre la recomposición de la mano de obra entre sector formal e informal. Sin embargo la mayoría de estos trabajos son análisis de equilibrio parcial, y no tienen en cuenta el efecto que la política fiscal tiene sobre todo el conjunto de la economía y que por lo tanto podría generar efectos indirectos sobre el mercado laboral.

Numerosos estudios han mostrado que las implicaciones de política económica derivadas

de modelos de equilibrio parcial pueden ser muy diferentes cuando se considera un modelo de equilibrio general (Cahuc y Lemman, 2000). En este sentido, es de gran importancia realizar un análisis de equilibrio general, en el que se tenga en cuenta los efectos de la política económica sobre la oferta y demanda de trabajo formal e informal, pero también se considere la oferta y demanda relativa de bienes formales e informales. Es decir, un modelo en el que los precios y salarios relativos sean endógenos. A diferencia de los modelos de equilibrio parcial, estos modelos tienen en cuenta el efecto de estos costos sobre la demanda a través de la retroalimentación del precio de la producción y sobre la oferta a través del precio del consumidor. (Santamaría et al., 2009)

3. El Modelo

Se utiliza un modelo dinámico estocástico de equilibrio general (DSGE por sus siglas en inglés) con un mercado de trabajo dualista y emparejamiento en el sector formal. Con el fin de evitar trabajar con hogares heterogéneos, en donde el stock de capital de un hogar depende de su historia laboral, se seguirá la estrategia utilizada por (Andolfatto, 1996) que se ha vuelto estándar en los modelos DSGE con mercados de trabajo no walrasianos. Ésta consiste en suponer que los hogares comparten el riesgo de manera perfecta (risk sharing), ya sea porque existen mercados financieros completos (Andolfatto, 1996), o mecanismos informales que llevan a que los hogares compartan el riesgo entre ellos².

Se considera una economía cerrada en la cual hay tres tipos de agentes: un hogar representativo, las firmas y el gobierno. El hogar representativo deriva su utilidad del consumo de bienes formales e informales y del ocio. Las firmas se dividen en formales e informales, en donde las firmas formales producen bienes de consumo e inversión usando capital y trabajo y fijan los salarios mediante una negociación con los trabajadores formales. Por su parte, las firmas informales producen bienes de consumo, usando solo trabajo informal y la remuneración a sus trabajadores es igual a su productividad marginal. El gobierno de esta economía cobra impuestos al sector formal, transfiere recursos a los hogares y realiza un gasto improductivo en bienes formales.

²La existencia de mecanismos informales para mutualizar el riesgo (risk sharing) en países en vías de desarrollo ha sido ampliamente estudiada en la literatura. La evidencia empírica muestra que sí existe un alto grado de mutualización del riesgo (risk sharing) entre los hogares, pero ésta no es perfecta. Una muy buena revisión de la literatura se encuentra en Townsend (1995).

3.1. Emparejamiento con Mercado de Trabajo Dualista

Se supone una economía con un mercado de trabajo dualista en el que los agentes pueden estar trabajando en el sector formal, en el informal o desempleados. La oferta total de trabajo (L_t^*) es exógena e igual al tamaño de la población que crece a una tasa exógena

$$\frac{L_{t+1}^*}{L_t^*} = \varkappa_n$$

El equilibrio en el mercado de trabajo implica:

$$L_t^* = L_t^i + L_t^f + L_t^u \Rightarrow$$

o de manera equivalente

$$1 = l_t^i + l_t^f + l_t^u, \quad (1)$$

en donde

$$l_t^i = \frac{L_t^i}{L_t^*}, \quad l_t^f = \frac{L_t^f}{L_t^*}, \quad l_t^u = \frac{L_t^u}{L_t^*},$$

L_t^i es la cantidad de trabajadores del sector informal, L_t^f los trabajadores del sector formal y L_t^u el número de desempleados.

La mano de obra empleada en el sector formal es resultado de un proceso de emparejamiento (*matching process*). La firma y el trabajador entablan una relación de empleo después de pasar por un proceso de búsqueda en el mercado de trabajo, donde las firmas ponen vacantes en búsqueda de trabajadores desempleados. El número de personas contratadas (emparejamientos) en el sector formal en el periodo t es igual a

$$\mathbb{N}_t = M (v_t)^\mu \left(e_t^f l_t^u \right)^{1-\mu}, \quad (2)$$

donde v_t es el número de vacantes disponibles en el sector formal, e_t^f es el esfuerzo hecho por los desempleados para buscar trabajo formal, y l_t^u es el número de personas desempleadas (todas las variables están medidas en términos per cápita). Los agentes que trabajan en el sector informal no pueden migrar directamente al sector formal; tienen que estar desempleados para poder buscar trabajo en este sector. Para simplificar el análisis se supone que una persona empleada no puede buscar un nuevo trabajo.

La probabilidad q_t de que una vacante sea llenada durante un periodo es igual a el

número de personas contratadas, dividido el número de vacantes en cada periodo, lo cual implica

$$q_t = \frac{M(v_t)^\mu \left(e_t^f l_t^u\right)^{1-\mu}}{v_t} = M(\theta_t)^{\mu-1}, \quad (3)$$

en donde $\theta_t = \frac{v_t}{e_t^f l_t^u}$ representa la estrechez del mercado formal.

Siguiendo a Fredriksson y Holmlund (2003) y Cahuc y Lemman (2000) la probabilidad de que un desempleado particular j consiga trabajo formal depende del número total de emparejamientos (\mathbb{N}_t) y de su esfuerzo e_{jt}^f en relación al de los demás desempleados $e_t^f L_t^u$

$$\frac{e_{jt}^f}{e_t^f l_t^u} M v_t^\mu \left(e_t^f l_t^u\right)^{1-\mu} = e_{jt}^f q_t \theta_t.$$

En el sector informal no existe un proceso de matching. Sin embargo, para encontrar una oportunidad de trabajo informal los desempleados deben esforzarse. En efecto, la probabilidad de que un desempleado encuentre una oportunidad de empleo informal es igual a ξe_{jt}^i , donde ξ es un parámetro exógeno y e_{jt}^i es el esfuerzo hecho por un desempleado para buscar trabajo en el sector informal.

Se supondrá que las tasas de destrucción de empleo formal (σ) e informal (Ω) son exógenas. Por lo tanto, la evolución del empleo formal es igual a

$$\varkappa_n l_{t+1}^f = e_t^f q_t \theta_t l_t^u + (1 - \Omega) l_t^f. \quad (4)$$

y la del informal a

$$\varkappa_n l_{t+1}^i = e_t^i \xi l_t^u + (1 - \Omega) l_t^i. \quad (5)$$

3.2. Hogares

Siguiendo a Walsh (2005) se supone que el hogar maximiza una función de utilidad intertemporal que depende del consumo y el ocio

$$\max_{k_{t-1}, c_t} E_t \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{(\mathbb{C}_t)^{1-\frac{1}{\psi}} - 1}{1 - \frac{1}{\psi}} \right] L_t^*, \quad (6)$$

en donde β es la tasa de descuento intertemporal, ψ la elasticidad de sustitución inter-

temporal³, g_t es el gasto público y \mathbb{C}_t es la suma del índice de consumo per cápita del hogar (c_t) y la utilidad neta del ocio (h_t)

$$\mathbb{C}_t = c_t + h_t,$$

en donde h_t es igual a 0 si el agente trabaja y a

$$h_t = \varsigma - \frac{1}{\kappa^f} (e_t^f)^{\kappa^f} - \frac{1}{\kappa^i} (e_t^i)^{\kappa^i}, \quad \kappa^f > 1, \quad \kappa^i > 1,$$

si está desempleado. En esta ecuación ς representa un parámetro que mide la utilidad del tiempo libre en unidades de consumo equivalente, κ^f y κ^i representan el costo para el agente desempleado de buscar trabajo en el sector formal e informal, respectivamente.

El índice de consumo agregado de los hogares (c_t) es un agregador del consumo de bienes formales e informales

$$c_t = \left[a (c_t^f)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (1-a) (c_t^i)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

en donde c^f es el consumo formal, c^i es el consumo informal.

En el hogar hay un continuo de agentes que pueden estar desempleados, empleados en el sector formal, o trabajando en el sector informal. El ingreso laboral de un trabajador formal e informal es w_t^f y w_t^i , respectivamente.

Los hogares son dueños de las firmas y del capital (k_t). En cada periodo reciben ingresos por su trabajo, por el capital que rentan a las firmas a una tasa R_t y por los dividendos (Div_t) que generan las firmas. Adicionalmente, los hogares financian el gasto improductivo del gobierno mediante el pago de impuestos al consumo formal τ_t^c , al

³En realidad la utilidad inter-temporal del hogar depende no solamente del consumo privado \mathbb{C}_t , $\frac{(\mathbb{C}_t)^{1-\frac{1}{\psi}}-1}{1-\frac{1}{\psi}}$ sino también del consumo público per cápita (g_t). Si el gasto público provee utilidad, la función a maximizar sería

$$\max_{k_{t-1}, c_t} E_t \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{(\mathbb{C}_t)^{1-\frac{1}{\psi}}-1}{1-\frac{1}{\psi}} + U(g_t) \right] L_t^*.$$

Si las utilidades generadas por el gasto público y el consumo privado son separables, la utilidad generada por el bien público no afecta al equilibrio macroeconómico, puesto que las condiciones de primer orden del programa del consumidor no depende de $U(g_t)$..

ingreso salarial de los trabajadores formales τ_t^w , al ingreso no salarial τ_t^π . El gobierno también cobra impuestos al salario pagados por las firmas y otorga un subsidio (si_t) a la inversión. Los hogares también pueden vender o comprar bonos libres de riesgo a una tasa de interés r_t . El sector informal no paga impuestos.

Dada esta estructura de impuestos, los hogares maximizan su función de utilidad intertemporal (6), sujetos a las siguientes restricciones presupuestales

$$(1 - \tau_t^w)w_t^f l_t^f + w_t^i l_t^i + (1 - \tau_t^\pi)(R_t k_t + Div_t) + (1 + (1 - \tau_t^\pi)r_{t-1})b_{t-1} = P_t c_t + (1 - si_t)p_t^f i_t + b_t - T_t^f l_t^f - T_t^i l_t^i - T_t^u l_t^u, \quad (7)$$

$$\varkappa_n k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t, \quad (8)$$

en donde τ_t^{ew} es un impuesto a la nómina pagado por las firmas formales, τ_t^w es un impuesto al salario pagado por los trabajadores formales, τ_t^π es un impuesto a al ingreso, k_t es el stock de capital, i_t es el nivel de inversión, δ es la tasa de depreciación, \varkappa_n la tasa de crecimiento de la población, r_{t-1} es la tasa de interés, b_{t-1} los activos financieros, P_t es el índice general de precios y p_t^f es el precio de los bienes formales. Las variables T_t^f , T_t^i y T_t^u son transferencias de suma fija a los trabajadores formales, informales y a los desempleados, respectivamente, si_t es un subsidio a la inversión. En la ecuación (7) Div_t representa los dividendos recibidos por los hogares.

El lagrangiano del problema del consumidor es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \varepsilon_t \frac{(c_t + h_t)^{1 - \frac{1}{\psi}} - 1}{1 - \frac{1}{\psi}} + \beta^t \lambda_t \left\{ (1 - \tau_t^w)w_t^f l_t^f + w_t^i l_t^i \right. \\ \left. + (1 - \tau_t^\pi)(R_t k_t + Div_t) + (1 + (1 - \tau_{t-1}^\pi)r_{t-1})b_{t-1} \right. \\ \left. - P_t c_t - (1 - si_t)p_t^f i_t - b_t + T_t \right\} + \beta^t \Lambda_t \left\{ (1 - \delta)k_t + i_t - \varkappa_n k_{t+1} \right\}, \end{aligned}$$

en donde $T_t = T_t^f l_t^f + T_t^i l_t^i + T_t^u l_t^u$ son las transferencias totales.

Las condiciones de primer orden de este problema implican:

$$\varepsilon_t (c_t + h_t)^{-\frac{1}{\psi}} = (1 + (1 - \tau_t^\pi)r_t) \beta E_t \varepsilon_{t+1} (c_{t+1} + h_{t+1})^{-\frac{1}{\psi}} \quad (9)$$

$$(1 - si_t)p_t^f \varepsilon_t c_t^{-\frac{1}{\psi}} = \beta E_t \left\{ \varepsilon_{t+1} c_{t+1}^{-\frac{1}{\psi}} \left[(1 - \tau^\pi)R_{t+1} + (1 - si_{t+1})p_{t+1}^f (1 - \delta) \right] \right\}. \quad (10)$$

La ecuación (9) se conoce como la ecuación de Euler, que relaciona el consumo en el periodo t y $t + 1$.

Adicionalmente, en cada periodo el consumidor debe escoger cuántas unidades de consumo formal e informal va a consumir. La demanda de consumo formal e informal se puede encontrar mediante el siguiente programa de minimización intra-temporal

$$\begin{aligned} \min_{c_t^i, c_t^f} & p_t^i c_t^i + (1 + \tau_t^c) p_t^f c_t^f \\ \text{s.a. } c_t &= \left[a(c_t^f)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (1-a)(c_t^i)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \end{aligned}$$

La solución de este programa implica que la demanda de bienes de consumo formales es igual a

$$c_t^f = a^\gamma \left(\frac{P_t}{(1 + \tau_t^c) p_t^f} \right)^\gamma c_t = a^\gamma \left(\frac{1}{(1 + \tau_t^c) p_t^f} \right)^\gamma c_t, \quad (11)$$

y la de bienes de consumo informales a

$$c_t^i = (1-a)^\gamma \left(\frac{P_t}{p_t^i} \right)^\gamma c_t = (1-a)^\gamma \left(\frac{1}{p_t^i} \right)^\gamma c_t. \quad (12)$$

en donde el índice de precios de la economía (P_t) se normaliza a 1

$$P = 1 = \left[a^\gamma \left((1 + \tau_t^c) p_t^f \right)^{1-\gamma} + (1-a)^\gamma (p_t^i)^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}. \quad (13)$$

En estas ecuaciones se observa que el consumo formal e informal depende de los precios relativos al consumidor de los bienes formales e informales. Tomando como dado el consumo total (c_t), un incremento al impuesto al consumo disminuye el consumo de bienes formales.

3.3. Firms

Existen dos tipos de firmas en esta economía. Las formales, que utilizan trabajo formal y pagan impuestos, y las informales que utilizan trabajo informal y no pagan ningún tipo de impuestos.

3.3.1. Producción informal

El sector informal es competitivo y tiene una baja productividad. Durante cada periodo, son utilizadas l_t^i unidades de trabajo para producir y_t^i unidades de bienes informales, las cuales se venden a un precio p_t^i . Dados estos supuestos, la producción agregada del sector informal se puede escribir de la siguiente manera

$$y_t^i = z_t b^i l_t^i, \quad (14)$$

en donde z_t es un índice de desarrollo tecnológico del país y b^i es la productividad relativa del sector informal. Como se mencionó anteriormente, el sector informal no paga impuestos, y el salario recibido es igual al ingreso marginal:

$$w_t^i = p_t^i z_t b^i. \quad (15)$$

Por lo tanto, los salarios informales están dados por una productividad exógena ($z_t b^i$) y unos precios endógenos (p_t^i).

En equilibrio, toda la producción informal es consumida, lo cual implica

$$y_t^i = c_t^i. \quad (16)$$

3.3.2. Firmas del sector formal

Las empresas formales crean vacantes a un costo c_v por periodo. El valor presente descontado de mantener una vacante J_t^v es

$$J_t^v = -(1 - \tau_t^\pi) p_t^f c_v + E_t [\Gamma_{t+1} (q_t J_{t+1}^o + (1 - q_t) J_{t+1}^v)],$$

en donde $p_t^f c_v$ es el costo bruto de crear una vacante es. Dicho costo disminuye las utilidades brutas, y por ende el impuesto al ingreso en la magnitud $(\tau_t^\pi p_t^f c_v)$. Por lo tanto, $(1 - \tau_t^\pi) p_t^f c_v$ representa el costo neto de una vacante. Al siguiente periodo, la vacante es llenada con una probabilidad q_t , obteniendo J_{t+1}^o , que representa el valor presente de tener un puesto ocupado. Sin embargo, con un probabilidad $(1 - q_t)$ la vacante no se llena y el empresario continúa con una vacante cuyo valor en el periodo

$t + 1$ está representado por J_{t+1}^v . Como existe libre entrada, en equilibrio $J_t^v = 0$, lo cual implica

$$(1 - \tau_t^\pi) p_t^f c_v = E_t [\Gamma_{t+1} (q_t J_{t+1}^o)], \quad (17)$$

en donde Γ_{t+1} es la tasa de descuento estocástica

$$\Gamma_{t+1} = \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\psi}}$$

Cuando una vacante se llena, el trabajador contratado, junto con k_{jt} unidades de capital, produce

$$y_{jt}^f = (k_{jt})^\alpha (z_t)^{1-\alpha}, \quad k_{jt} = \frac{k_t}{l_t^f}.$$

A partir de la maximización de la ganancias de la empresa formal se deduce la demanda de capital

$$R_t = \alpha p_t^f \left(\frac{k_{jt}}{z_t} \right)^{\alpha-1},$$

donde R_t es el costo de alquiler del capital. Las ganancias por trabajador empleado, después de haber pagado el arriendo del capital, son:

$$\Pi_t = (1 - \alpha) p_t^f \left(\frac{k_{jt}}{z_t} \right)^\alpha z_t - (1 - \tau^{ew}) w_t^f,$$

en donde τ^{ew} es el impuesto a la nómina pagado por las empresas.

Por otro lado, los dividendos que reciben los hogares son iguales a la suma de estas ganancias menos el costo de las vacantes. Es decir:

$$Div_t = \Pi_t l_t^f - p_t^f c_v v_t.$$

El valor presente de tener un puesto ocupado es:

$$J_t^o = (1 - \tau^\pi) (\Pi_t) + E_t [\Gamma_{t+1} (\sigma J_{t+1}^v + (1 - \sigma) J_{t+1}^o)], \quad (18)$$

lo que implica que en el periodo t las empresas obtienen $(1 - \tau^\pi) (\Pi_t)$ por tener un puesto ocupado, y en el periodo $t + 1$, con una probabilidad σ este puesto de trabajo es destruido y la empresa obtendrá J_{t+1}^v ; de lo contrario, con probabilidad $(1 - \sigma)$ el puesto continúa ocupado y la empresa obtendrá J_{t+1}^o . Dado que en equilibrio $J^v = 0$,

la ecuación (18) se puede simplificar de la siguiente manera

$$J_t^o = (1 - \tau^\pi) (\Pi_t) + E_t [\Gamma_{t+1} ((1 - \sigma) J_{t+1}^o)], \quad (19)$$

Por último, se tienen que la producción agregada del sector formal es:

$$y_t = y_{jt} l_t^f = k_t^\alpha \left(z_t l_t^f \right)^{1-\alpha}, \quad (20)$$

la cual es una función de producción estándar con rendimientos constantes a escala.

3.4. Trabajadores

Como se mostró anteriormente, un agente desempleado puede encontrar trabajo en el sector informal con un probabilidad ξe_t^i y en el formal con una probabilidad $e_t^f q_t \theta_t$. Se supone que los trabajadores informales deben convertirse en desempleados si quieren buscar trabajo en el sector formal.

Cuando un trabajador es contratado en el sector formal, éste recibe un salario después de impuestos igual a $(1 - \tau_t^w) w_t^f$. En el siguiente periodo éste permanece empleado con probabilidad $(1 - \sigma)$, en cuyo caso obtiene un valor esperado de Q_{t+1}^f de seguir empleado. Con probabilidad σ el trabajador se convertirá en desempleado y obtendrá un valor esperado de Q_{t+1}^u . De este modo, el valor presente de estar empleado en el sector formal es:

$$Q_t^f = (1 - \tau_t^w) w_t^f + T + E_t \left[\Gamma_{t+1} \left(\sigma Q_{t+1}^u + (1 - \sigma) Q_{t+1}^f \right) \right] \quad (21)$$

Por su parte, el valor presente de estar empleado en el sector informal es:

$$Q_t^i = w_t^i + T + E_t \left[\Gamma_{t+1} \left(\Omega Q_{t+1}^u + (1 - \Omega) Q_{t+1}^i \right) \right]. \quad (22)$$

En este caso, el trabajador empleado en el sector informal recibe w_t^i por su trabajo, en el próximo periodo con probabilidad Ω se convertirá en desempleado y obtendrá Q_{t+1}^u , de lo contrario, con probabilidad $(1 - \Omega)$ permanecerá empleado en el sector informal y obtendrá Q_{t+1}^i .

Por último, un agente desempleado obtiene un valor esperado de:

$$\begin{aligned}
Q_t^u &= T + \left(\varsigma - \frac{1}{\kappa^f} (e_t^f)^{\kappa^f} - \frac{1}{\kappa^i} (e_t^i)^{\kappa^i} \right) \\
&\quad + E_t \left[\Gamma_{t+1} \left(e_t^f q_t \theta_t Q_{t+1}^f + \xi e_t^i Q_{t+1}^i + \left(1 - e_t^f q_t \theta_t - \xi e_t^i \right) Q_{t+1}^u \right) \right].
\end{aligned} \tag{23}$$

En este caso, los agentes obtienen una utilidad de ς por el tiempo libre, e incurren en un costo $\frac{1}{\kappa^f} (e_t^f)^{\kappa^f}$ y $\frac{1}{\kappa^i} (e_t^i)^{\kappa^i}$ por buscar trabajo en el sector formal e informal, respectivamente. En el siguiente periodo, con probabilidad $e_t^f q_t \theta_t$ encuentran trabajo en el sector formal y obtienen Q_{t+1}^f , con probabilidad ξe_t^i consiguen trabajo en el sector informal y obtienen Q_{t+1}^i , y con probabilidad $(1 - e_t^f q_t \theta_t - \xi e_t^i)$ seguirán siendo desempleados.

Adicionalmente, cada periodo los agentes escogen el esfuerzo realizado para buscar trabajo en el sector formal e informal, e_t^f, e_t^i , de modo que maximicen el valor presente de estar desempleados. De este modo, como las variables q_t y θ_t dependen del esfuerzo agregado, cada desempleado toma $q_t \theta_t$ como exógena, por lo tanto, las condiciones de primer orden que implican la maximización de Q_t^u son:

$$\begin{aligned}
- (e_t^f)^{\kappa^f-1} + E_t \left[\Gamma_{t+1} \left(Q_{t+1}^f - Q_{t+1}^u \right) q_t \theta_t \right] &= 0 \\
- (e_t^i)^{\kappa^i-1} + E_t \left[\Gamma_{t+1} \left(Q_{t+1}^i - Q_{t+1}^u \right) \xi \right] &= 0.
\end{aligned}$$

De acuerdo a estas ecuaciones, los agentes escogen un esfuerzo tal que el costo marginal de buscar trabajo formal e informal son iguales a su beneficio marginal. El beneficio marginal de buscar trabajo en el sector forma es igual al incremento marginal en la probabilidad de encontrar trabajo ($q_t \theta_t$) multiplicado por la diferencia entre el valor de estar empleado en el sector formal (Q_{t+1}^f), en relación a la de estar desempleado (Q_{t+1}^u). Como la persona va a estar empleada en el periodo $t+1$ hay que descontar a los beneficios futuros a la tasa Γ_{t+1} . En cuanto al sector informal, el incremento marginal en la probabilidad de encontrar trabajo informal es igual a ξ y la diferencia del valor de estar empleado en el sector informal, en relación al de estar desempleado es igual a $(Q_{t+1}^i - Q_{t+1}^u)$.

3.5. Salarios en el sector formal

Debido a los problemas de información ligados al *matching*, en el sector formal hay rentas monopólicas. Dada estas rentas monopólicas, el trabajador y la firma negocian el salario de acuerdo a la solución de Nash. En efecto, si el poder de negociación de los trabajadores es igual a ϕ y dado que $J_t^v = 0$, los empresarios y los trabajadores formales escogen el salario que resuelve el siguiente problema:

$$\max_{w_t^f} \Phi = (J_t^o - J_t^v)^{1-\phi} (Q_t^o - Q_t^u)^\phi$$

La condición de primer orden de este problema de maximización

$$\phi(1 - \tau_t^w)J_t^o = (1 - \phi)(1 - \tau_t^\pi)(1 + \tau_t^{ew})(Q_t^f - Q_t^u), \quad (24)$$

implica que el salario depende del valor para la empresa de un puesto ocupado (J_t^o), el valor para el trabajador de un trabajo formal (Q_t^f), el valor de estar desempleado (Q_t^u) y los impuestos al ingreso y al trabajo pagados por los empresarios y los trabajadores:

3.6. Gobierno

Se supone un sector público con presupuesto equilibrado. En cada periodo, el gobierno realiza transferencias de suma fija a los hogares (T_t) y realiza un consumo improductivo en bienes formales. De este modo, la restricción presupuestal del gobierno se puede escribir de la siguiente manera:

$$p_t^f g_t + T_t + s i_t p_t^f i_t = (\tau_t^w + \tau_t^{ew}) w_t^f l_t^f + \tau_t^\pi (R_t k_t + Div_t l_t^f) + \tau_t^c p_t^f c_t^f, \quad (25)$$

en donde $T_t = T_t^f l_t^f + T_t^i l_t^i + T_t^u l_t^u$.

3.7. Equilibrio Macroeconómico

En equilibrio, los activos financieros agregados son iguales a cero, $b_t = 0$. Esta condición, más la restricción presupuestal del gobierno, (25), y la de los hogares, (7) implican el

equilibrio macro entre el la producción y el gasto agregado de la economía

$$p_t^f y_t^f + p_t^i y_t^i - p_t^f c_v v_t = p_t^f c_t^f + p_t^i c_t^i + p_t^f i_t + p_t^f g_t,$$

4. Calibración

En esta sección se describirán los supuestos bajo los cuales el modelo es calibrado. Específicamente, es necesario escoger el valor de los parámetros para α , β , δ , γ , ψ , μ , σ , ξ , Ω , κ^f , κ^i , ς , c_v , b^i , a y \varkappa_n . Adicionalmente es necesario calcular las tasas efectivas de impuestos para τ_t^w , τ_t^{ew} , τ_t^π y τ_t^c . Algunos de estos parámetros son estándares en la literatura, y son fijados con base en estudios anteriores realizados para la economía colombiana o, en algunos casos, para las economías en vías de desarrollo. Con base en el trabajo de Bonaldi et al. (2004), la participación del capital dentro de la función de producción es fijada como $\alpha = 0,4$, la elasticidad intertemporal de sustitución como $\psi = 2/3$ y la tasa de descuento en $\beta = 0,986$. Puesto que para la economía colombiana no se cuentan con estudios ni datos con los que se pueda obtener el valor de estos parámetros, se fijan $a = 0,5$ y $\mu = 0,5$ con base en el trabajo de Blanchard y Diamond (1989). La tasa de crecimiento de la población fue fijada en $\varkappa_n = 1,0037$ con base en la tasa de crecimiento proyectada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

De otro lado, las tasa efectivas de impuestos τ_t^w , τ_t^{ew} , τ_t^π y τ_t^c se calcularon con base en Cuentas Nacionales y la Matriz de Contabilidad Social (MCS) con informalidad del Departamento Nacional de Planeación (DNP). Para el cálculo de las tasas de impuesto, se utilizó la misma metodología de Fergusson (2003), Hamman et al. (2011) y Mendoza et al. (1994), con la diferencia que la base tributaria fue el consumo formal (no el total), el salario formal y las ganancias del sector formal, las cuales se pudieron calcular con la MCS con informalidad del DNP. Los resultados obtenidos muestran una tasa efectiva de impuesto al consumo de $\tau^c = 19,7\%$, a los salarios de $\tau_t^{ew} = 21,4\%$, y $\tau_t^w = 11,3$, y al ingreso de $\tau_t^\pi = 20\%$. El subsidio a la inversión se supone inicialmente igual a cero ($si = 0$).

De este modo, los parámetros que se fijan en el modelo se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1. Parámetros fijados en la calibración	
Parámetros fijados	Valor
Participación del capital en la producción (α)	0.4
Elasticidad intertemporal de sustitución (ψ)	2/3
Tasa de descuento (β)	0.986
Parámetro utilidad del consumo (a)	0.5
Elasticidad de la función de Matching (μ)	0.5
Tasa de crecimiento de la población (\varkappa_n)	1.0037
Impuesto al consumo (τ^c)	0.197
Impuesto al salario pagado por los empresarios (τ^{ew})	0.214
Impuesto al salario pagado por los trabajadores (τ^w)	0.113
Impuesto al ingreso formal (τ^π)	0.2

Habiendo fijado estos parámetros, se utilizan las ecuaciones de estado estacionario del modelo para calibrar el resto de los parámetros, los cuales deben replicar la estructura productiva y laboral de la economía colombiana. Basados en Cuentas Nacionales de 2007 y la MCS (excluyendo el sector agrícola para trabajar con el mercado laboral urbano) se intenta reproducir los siguientes agregados macroeconómicos:

$$\frac{l^i}{(l^i + l^f)} = 55,6$$

$$l^f = 0,385, l^i = 0,483, l^u = 0,132$$

$$\frac{G}{PIB} = 14,6$$

$$\frac{I}{PIB} = 18,9$$

$$p^i c^i = y^i \text{ obtenido de la MCS}$$

$$w^i l^i + w^f l^f = \text{Masa salarial según la MCS}$$

Adicionalmente se intenta reproducir algunos datos adicionales del mercado laboral. En primer lugar, los resultados encontrados en el trabajo de Ramos, Duque y Surinach (2009), donde se encuentra que los trabajadores informales con la misma educación, experiencia, y otras variables de control, ganan un 30 % menos que los formales. En segundo lugar, se utiliza el trabajo de Lasso (2011), donde calcula una probabilidad trimestral de que un desempleado consiga trabajo en el sector formal de 9,2 %, y en el sector informal de 5,4 %. Por último, con base en el observatorio laboral del SENA, se encuentra que la probabilidad de que una vacante se llene en un trimestre (en 2007) fue de 46 % (actualmente es de 69 %).

Los resultados obtenidos con la calibración del modelo en estado estacionario se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros calibrados con base en las ecuaciones de estado estacionario

Parámetros Calibrados	Valor
Tasa de destrucción de empleo formal (σ)	0.028
Tasa de destrucción de empleo informal (Ω)	0.011
Parámetro asociado a la prob. de que un desempleado	
Probabilidad que un desempleado encuentre empleo informal (ξ)	0.07
Elasticidad de sustitución entre consumo formal e informal (γ)	9
Costo de las vacantes (c_v)	58.2
Tasa de depreciación (δ)	0.02
Poder de negociación de los trabajadores (ϕ)	0.4
Factor de escala de la función de matching (M)	0.16
Utilidad del tiempo libre (ς)	2
Elasticidad del costo de buscar trabajo formal (κ^f)	1.5
Elasticidad del costo de buscar trabajo informal (κ^i)	5
Productividad del sector informal (b)	0.82
Productividad total de la economía (z)	7.3

5. Simulaciones

En esta sección se analizará el efecto de la política fiscal sobre el mercado de trabajo. De un lado, mediante una versión determinística del modelo, se analiza el efecto de una disminución permanente en los costos no salariales (τ^{ew}) y de un subsidio a la inversión, financiados con variaciones en el gasto público, o con incrementos en los otros impuestos. En este análisis se tendrán en cuenta los efectos de corto plazo (1 año), mediano plazo (5 y 10 años) y largo plazo (25 años). También se tendrá en cuenta el efecto de estas políticas sobre el bienestar, el cual se mide en términos nivel equivalente de consumo permanente, y por lo tanto, los cambios en el bienestar se miden como el cambio porcentual en dicho nivel de consumo permanente equivalente.

De otro lado, mediante una versión estocástica del modelo, se analiza el efecto de un choque en la productividad (z_t) sobre las principales variables del mercado de trabajo. Para este caso se supone que z_t sigue un proceso auto regresivo de orden 1, de modo que:

$$\ln(z_t) = (1 - \rho_z) z_\infty + \rho_z \ln(z_{t-1}) + e_{zt},$$

en donde

$$e_z \sim N(0, \sigma_z^2)$$

Basados en el trabajo de Hamann et al. (2004) se utilizaron los valores de $\rho_z = 0,83$ y $\sigma_z = 0,0162$.

5.1. Efecto de una disminución en los costos no salariales

En primer lugar, se analiza en efecto de una disminución de 13.5 puntos porcentuales (pp.) en los costos no salariales, financiado con una disminución en el gasto público. Específicamente, se desea analizar el efecto de corto, mediano y largo plazo de esta política sobre el mercado de trabajo, la producción y el bienestar de los agentes, este último se mide en términos de cambios porcentuales en el consumo permanente. Como se puede ver en la Tabla 3, el impacto en el largo plazo (Estado estacionario-*EE*) de una disminución en τ^{ew} en 13,5 pp., financiado con una disminución en el gasto público, reduce el trabajo informal en 11,9 pp. aumenta el formal en 12,4 pp, aumenta

el producto en 15,9 y permite un aumento del gasto publico de 21.3 %. El gasto público inicialmente cae un 18 % el primer año, en los años siguientes, debido a que la reforma genera un aumento del producto y en el número de empleados que pagan impuestos, la caída en el gasto es menor, hasta que en el largo plazo (25 años aprox.) el gasto publico aumenta. Adicionalmente, se puede ver que esta política aumenta el valor presente de la utilidad en un 3,1 %. Este incremento en el bienestar debe ser comparado con los costos, en términos de bienestar, que puede generar la caída en el gasto público, el cual no se mide en este modelo. También, se puede ver cómo a lo largo del tiempo el efecto se va haciendo cada vez mayor, sin embargo, en el caso del desempleo, la variación es muy pequeña y permanece constante a lo largo del tiempo.

Tabla 3. Efecto de una disminución en τ^{ew} en 13.5 pp. financiado con Gasto público

	1 año	5 años	10 años	25 años	EE*
Trabajo informal (l^i)	-1 pp.	-3.1 pp.	-4.9 pp.	-8.2 pp.	-11.9 pp.
Trabajo formal (l^f)	1.5 pp.	3.7 pp.	5.5 pp.	8.7 pp.	12.4 pp.
Desempleo (l^u)	-0.65 pp.	-0.63 pp.	-0.5 pp.	-0.5 pp.	-0.56 pp.
Producto (Δ %)	-1.3 %	2 %	4.5 %	9.7 %	15.9 %
Gasto público (Δ %)	-18.5 %	-11 %	-5.5 %	6.6 %	21.3 %
Utilidad (Δ %)	3.1 %				
Fuente: cálculos propios.	*Estado Estacionario				

Por su parte, la Tabla 4. muestra el efecto de una disminución en τ^{ew} del 13.5 pp., financiado con un aumento del impuesto al consumo. En ésta se puede ver que el efecto sobre el mercado de trabajo y el producto es menor, en este caso en el largo plazo (25 años) el trabajo informal solo disminuye 1.9 pp., el trabajo formal aumenta 1.6 pp. y el producto disminuye 5.3 %. Con el fin de mantener el ingreso del gobierno constante, el impuesto al consumo debe aumentar en 12.3 pp. para financiar la caída en los costos no salariales. A diferencia de la política anterior, la reducción de τ^{ew} financiado con un impuesto al consumo reduce el producto en todos los periodos y el bienestar de los consumidores, lo que indica que con una presencia importante del sector informal el impuesto al consumo no siempre es óptimo.

Tabla 4. Efecto de una disminución en τ^{ew} en 13.5 pp.

	financiado con τ^c				
	1 año	5 años	10 años	25 años	EE*
Trabajo informal (I^i)	-0.13 %	-0.53 pp.	-0.9 pp.	-1.4 pp.	-1.9 pp.
Trabajo formal (I^f)	0.3 %	0.7 pp.	1 pp.	1.6 pp.	2.1 pp.
Desempleo (I^u)	-0.16 %	-0.16 pp.	-0.13 pp.	-0.14 pp.	-0.16 pp.
Impuesto al consumo (τ^c)	12.3 pp	12.3 pp	12.3 pp	12.3 pp	12.3 pp.
Producto (Δ %)	-7 %	-6.5 %	-6.1 %	-5.3 %	-4.4 %
Utilidad (Δ %)					-1.4 %
Fuente: cálculos propios	*Estado Estacionario				

Por su parte, en la Tabla 5 se puede ver que una disminución en los costos no salariales del 13,5,pp. financiado con un impuesto al ingreso, disminuye el desempleo y la informalidad en el corto plazo, en 10 años el empleo informal cae 1.6 pp. y el formal aumenta 1.6 pp.; sin embargo, en el largo plazo estos aumentan debido a la caída en la acumulación de capital. Para mantener el ingreso del gobierno constante, el impuesto al ingreso debe aumentar alrededor de 12 pp. para financiar la caída de 13.5 pp. en los costos no salariales. La producción de la economía disminuye tanto en el corto como en el largo plazo, al igual que el bienestar de los consumidores que disminuye en un 1,5 %.

Tabla 5. Efecto de una disminución en τ^{ew} en 13.5 pp.

	financiado con τ^π				
	1 año	5 años	10 años	25 años	EE*
Trabajo informal (I^i)	-0.53 pp.	-1.6 pp.	-1.6 pp.	0.004 pp.	2.2 pp.
Trabajo formal (I^f)	1.5 pp.	2.1 pp.	1.5 pp.	-0.5 pp.	-3 pp.
Desempleo (I^u)	-1 pp.	0.49 pp.	0.11 pp.	0.45 pp.	0.54 pp.
Impuesto al ingreso (τ^π)	12 pp	12 pp	11.9 pp	11.9 pp.	11.9 pp.
Producto (Δ %)	-2.4 %	-2.3 %	-6.1 %	-7.8 %	-11.2 %
Utilidad (Δ %)					-1.5 %
Fuente: cálculos propios	*Estado Estacionario				

En este sentido, se puede ver que una reforma tributaria que pretenda aumentar el empleo formal y reducir el informal, debe tener en cuenta el mecanismo de financiación, para generar cambios significativos en el mercado de trabajo de una economía con un amplio sector informal. Una disminución de los costos no salariales financiado con un aumento en el impuesto al consumo no solo reduce el bienestar de la población, sino que también genera un aumento pequeño en el empleo formal. Si se quiere tener un

cambio significativo en la composición del empleo formal e informal, inicialmente se debe sacrificar gasto público.

5.2. Efecto de un subsidio a la inversión

El análisis del efecto de un subsidio a la inversión sobre las principales variables macroeconómicas del modelo se hace, al igual que en el ejercicio anterior, considerando formas alternativas de financiación del subsidio, especialmente mediante la disminución del gasto público, el aumento en el impuesto al consumo y el aumento en el impuesto al ingreso. Los resultados muestran que un subsidio a la inversión disminuye la informalidad y el desempleo en el largo plazo, mientras que en el corto y mediano plazo su efecto sobre el mercado de trabajo y el bienestar, depende del método de financiación.

En la Tabla 6. se muestra el efecto de un subsidio a la inversión de un 11,3 %, financiado con gasto público. Se puede ver que tanto en el corto como en el mediano y largo plazo, la informalidad y el desempleo disminuyen, y el bienestar de los agentes aumenta. En el caso de la producción y del gasto del gobierno, estos disminuyen en el corto plazo; sin embargo, en el largo plazo el producto aumenta, gracias al aumento en la acumulación de capital. Además, aumenta la base impositiva del gobierno, lo cual le permite aumentar su gasto.

Tabla 6. Efecto de un subsidio a la inversión de 11,3 %, financiado con Gasto público

	1 año	5 años	10 años	25 años	EE*
Trabajo informal (l^i)	-0.17 pp.	-1 pp.	-2.4 pp.	-6.7 pp.	-10.5 pp.
Trabajo formal (l^f)	0.05 pp.	1.3 pp.	3.0 pp.	7 pp.	11.5 pp.
Desempleo (l^u)	-0.13 pp.	-0.3 pp.	-0.6 pp.	-0.8 pp.	-1 pp.
Gasto público (Δ %)	-18 %	-11 %	-3.0 %	14.2 %	34 %.
Producto (Δ %)	0.6 %	3.7 %	7.3 %	14.6 %	23 %
Utilidad (Δ %)			1.8 %		

Fuente: cálculos propios *Estado Estacionario

Adicionalmente, en la Tabla 7 se observa que el subsidio a la inversión de 11,3 % financiado con un impuesto al consumo disminuye la informalidad y el desempleo en el largo plazo, aunque en menor proporción que cuando se financia con una caída del gasto

público. Sin embargo, en el corto plazo la informalidad y el desempleo aumentan debido a la caída en el producto. En este caso, el bienestar de los consumidores se reduce en un 1 %.

Tabla 7. Efecto de un subsidio a la inversión de 11,3 %, financiado con τ^c

	1 año	5 años	10 años	25 años	EE*
Trabajo informal (l^i)	0.13 pp.	0.4 pp.	-0.1 pp.	-2.1 pp.	-4.8 pp.
Trabajo formal (l^f)	-0.7 pp.	-0.5 pp.	0.4 pp.	2.6 pp.	5.4 pp.
Desempleo (l^u)	0.6 pp.	0.15 pp.	-0.3 pp.	-0.5 pp.	-0.65 pp.
Impuesto al consumo (τ^c)	8.5 pp.	7.6 pp.	7.5 pp.	7.3 pp.	7.1 pp.
Producto (Δ %)	-3.6 %	-2 %	0.2 %	4.5 %	9.5 %
Utilidad (Δ %)			-1 %		
Fuente: cálculos propios	*Estado Estacionario				

6. Conclusiones

En el presente artículo se analizó el crecimiento económico de corto y largo plazo mediante un modelo dinámico y estocástico de crecimiento económico con un mercado de trabajo dualista y acumulación de capital. Se hicieron ejercicios de simulación para cuantificar los efectos de cambios en la política fiscal sobre el crecimiento económico, el grado de informalidad y el bienestar en Colombia.

Los resultados de los ejercicios confirman los resultados encontrados por Stiglitz en un modelo estático, en el sentido que el impuesto al consumo no necesariamente es más eficiente que otros impuestos que en la literatura tradicional son distorsionantes.

En particular, se encontró que el efecto de una reducción de los impuestos a la nómina depende mucho de la manera en que se financian. Si se financian con impuestos al consumo y al ingreso, sus efectos sobre la producción formal generan una caída en la producción total y en el bienestar.

Los subsidios a la inversión pueden incrementar la producción y el empleo formal en el largo plazo. Sin embargo, su efecto sobre la demanda de trabajo formal en el corto

plazo y las distorsiones que se pueden generar por los incrementos en los impuestos a la nómina o al consumo generan una caída en el bienestar.

Los ejercicios de impulso respuestas muestran que el modelo puede explicar el carácter procíclico del empleo formal, y el contracíclico del informal y del desempleo. Sin embargo, los efectos de los choques en productividad sobre el empleo formal son inferiores a los observados en la vida real. Esto se puede deber a que en el modelo no existen rigideces nominales que permitan incorporar el efecto de choques de demanda sobre el comportamiento de corto plazo en el empleo. Una posible extensión del presente modelo, es la introducción de un dichas rigideces y de la política monetaria sobre las fluctuaciones económicas de corto plazo.

Por otro lado, también se podría introducir acumulación de capital humano en el modelo para analizar el efecto de políticas salariales diferenciales para los trabajadores calificados y no calificados, tales como las adoptadas en la reciente reforma tributaria en Colombia. Finalmente se podría introducir interrelaciones adicionales entre el sector formal e informal a partir de los consumos intermedios de los dos sectores, lo cual ha sido uno de las posibles in-eficiencias del impuestos al IVA analizadas por autores como Emran, M; Stiglitz, J. (2005) y Jaramillo ().

7. Bibliografía

Albrecht, J; Navarro, L; Vroman, S. (2009). The effects of labor market policies in an economic with an informal sector. *The Economic Journal*, 119 (July), 1105-1129.

Alm, J; López, H. (2002). Payroll Taxes in Colombia - Mission on Public Income. Bogotá: Fedesarrollo.

Andolfato, D. (1996). Business cycle and labor-market search. *American Economic Review*. No. 1. pp. 112-132.

Agénor, P; Aizeman, J. (1999). Macroeconomic adjustment with segmented labor markets. *Journal of Development Economics*, Vol. 58, pp. 277-296.

Blandchard, O; Diamond, P. (1989). The Beveridge Curve, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1989:1, 1-76.

Bosch, M (2006). Job creation and job destruction in the presence of informal labour markets. CEP Discussions Paper, No 76, Centre for Economic Performance.

Bourguignon, F. (1979). Pobreza y Dualismo en el Sector Urbano de las Economías en Desarrollo: El Caso de Colombia,”. *Desarrollo y Sociedad*, No. 1, Universidad de los Andes.

Cárdenas, M. (2008). Introducción a la economía colombiana. Bogotá: Alfaomega.

Cárdenas, M. (2012). Exposición de Motivos al Proyecto de Ley “Por Medio de la se Expiden Normas en Materia Tributaria y se Dictan Otras Disposiciones”

Cahuc, P; Lemman, E. (2000). Should Unemployment Benefits Decrease with the Unemployment Spell?. *Journal of Public Economics*, vol. 77, p.135-53.

Cook, D; Nosaka, H. (2005). Dual labor market and business cycles. Working Paper Series, Federal Reserve Bank of San Fransisco, No. 36.

Emran, M; Stiglitz, J. (2005). On selective indirect tax reform indeveloping countries. *Journal of Public Economics*, vol.89, p. 599- 623, Elsevier.

De Soto, H (1989). The Other Path. Harper & Row, New York

Fergusson, L. (2003). Tributación, crecimiento y bienestar: el caso colombiano (1970-1999). Documento CEDE 2003:2.

- Fields, G. (1980). How Segmented is the Bogotá Labor Market. World Bank Staff Working Paper, No 434, oct.
- Fortin, B; Marceau, N; Savard L. (1997). Taxation, wage controls and the informal sector. *Journal of Public Economic*, No 66, pp.293-312.
- Fredriksson, P; Holmlund, B. (2003). Optimal Unemployment Insurance Design: Time Limits, Monitoring, or Workfare?. Manuscript, Department of Economics, Uppsala University.
- Guzmán, R. (2007). La informalidad en el Mercado Laboral Urbano de la República Dominicana. Banco Central de la República Dominicana y Banco Mundial.
- Hamann, F; Julio, J; Restrepo, P; Riascos, A. (2004). Inflation targeting in a small open economy: the colombian case. Borradores de Economía, No. 308. Banco de la República.
- Hamann, F; Mejía, L. (2011). Formalizando la Informalidad Empresarial en Colombia. Seminarios CEDE.
- Hamann, F; Lozano, I; Mejía L. (2011). Sobre el impacto macroeconómico de los beneficios tributarios al capital. Borradores de Economía, No. 668. Banco de la República.
- Harris, J; Todaro, M. (1970). Migration, Unemployment and Development: A two Sector Analysis. *American Economy review*. No. 40, p. 126-142.
- Hernández, G. (2011). Impuestos parafiscales y mercado laboral: Un análisis de Equilibrio General Computable. Archivos de Economía. Documento 378, de septiembre.
- Jaramillo, C; Tovar, J. (2007) Reflexiones sobre la teoría y la práctica del IVA en Colombia, REVISTA DE ECONOMÍA DEL ROSARIO, UNIVERSIDAD DEL ROSARIO.
- Kugler, A; Kugler, M. (2008). Labor Market Effects of Payroll Taxes in Developing Countries: Evidence from Colombia. NBER Working Paper Series (13855).
- Lasso, F. (2011). La dinámica del desempleo urbano en Colombia. Borradores de Economía No. 667. Banco de la República.
- Levenson, A; Maloney, W. (1998). The Informal Sector Firm, Dynamics and institutional participation. Policy Research Working Papers, No. 1988. The World Bank.
- Mendoza, E; Razin, A; Tesar, L. (1994). Effective tax rates in macroeconomics: cross-country estimates of tax rates on factor income and consumption. *Journal of Monetary Economics*, No. 34(3), 297-323.

- Mejia, D; Posada, E. (2007). Informalidad: Teoría e Implicaciones de Política”, Borradores de Economía, No 455, Banco de la República, Bogotá.
- Mondragon, C; Peña, X; Wills, D. (2010). Labor Market Rigidities and Informality in Colombia. Documentos CEDE, No.7.
- Mortensen, D; Pissarides, C. (1994). Job creation and job destruction in the theory of Unemployment. *Review of economic Studies*, No. 61. pp 367.
- Organización Internacional del Trabajo, OIT (2010). Panorama laboral 2010: América Latina y el Caribe. Oficina Regional para América Latina y el Caribe, Lima. Núñez, J. (2002). “Empleo Informal y Evasión Fiscal en Colombia”, Archivos de Economía, DNP, Documento No. 210, Octubre.
- Organización Internacional del Trabajo, OIT (2006). Panorama Laboral 2006. Oficina Regional para América Latina y el Caribe, Lima.
- Organización Internacional del Trabajo (1972). Incomes, Employment and Equality in Kenya, ILO.
- Ramos, R; Duque, J; Surinach, J. (2009). Is the wage curve formal or informal? Evidence for Colombia. *Economics Letters*, vol. 109, pp. 63-65.
- Santamaría, M; Gracia, F; Mujica, A. (2009). Los costos no salariales y el mercado laboral: impacto de la reforma a la salud en Colombia. Fedesarrollo, No. 43.
- Satchi, M; Temple, J. (2009). Labor markets and productivity in developing countries. *Review of Economics Dynamics*, No. 12, pp. 183-204.
- Tokman, V. (1982). Unequal Development and the Absorption of Labor: Latin America 1950-1980, *CEPAL Review*, No. 35. Santiago de Chile.
- Townsend, R. (1995). Consumption Insurance: An Evaluation of Risk-Bearing Systems in Low-Income Economies. *Journal of Economic Perspectives*, 9, 83-102.
- Walsh, C. (2005). Labor market search, sticky prices, and interest rate policies. *Review of Economic Dynamics*, vol. 8, 829-849.