

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

FACULTAD DE ECONOMÍA

Taller 11 Economía Matemática

Profesores: Andrea Atencio, Andrés F. Cárdenas, Juan C. Zambrano

ELEMENTOS DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA

1. Resolver el problema

$$\{u_t\} \sum_{t=0}^2 \left[1 - \frac{x_t}{4} - \frac{u_t^2}{2} \right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - u_t, \quad x_0 = 1$$

2. Resolver el problema

$$\{u_t\} \sum_{t=0}^2 \left[1 - x_t^2 - 2u_t^2 \right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - u_t, \quad x_0 \text{ dado}$$

3. Una compañía minera desea maximizar sus ganancias netas desde el período $t = 0$ hasta $t = T$. El precio del mercado del mineral que extrae esp. Sea y_t la producción (extracción) y x_t las reservas en el período t y sea $\frac{y_t^2}{2x_t}$ el costo de extracción. La cantidad inicial de reservas es $x_0 = 800$. Así, se desea resolver el problema

$$\{y_t\} \sum_{t=0}^T \left[py_k - \frac{y_t^2}{2x_t} \right] \quad s.a \quad x_{t+1} = x_t - y_t, \quad x_0 = 800$$

- (a) Como caso particular resuelva el problema suponiendo que $p = 1$ y $T = 2$.
- (b) Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados.
- (c) Plantear el problema usando el Lagrangiano, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados
- 4.

$$\{c_t\} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \quad s.a \quad w_{t+1} = (1+r)(w_t - c_t), \quad w_0 \text{ dado}$$

- (a) Resuelva el problema suponiendo que $U(c_t) = c_t^\alpha$ con $0 < \alpha < 1$
- (b) Resuelva el problema suponiendo que $U(c_t) = \ln(c_t)$
- (c) Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados.
- (d) Plantear el problema usando el Lagrangiano, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados

- (e) Encuentre las funciones w_t y c_t que maximizan la función de valor.
5. (Modelo de Ramsey sin depreciación) Considera el siguiente problema de maximización de la utilidad $u(c_t) = \ln(c_t)$, donde $c_t > 0$ y $k_t > 0$ son, respectivamente, el consumo y el capital en el período t , y α y β son constantes tales que $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$:

$$\text{Max}_{\{c_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t) \quad \text{s.a.} \quad k_{t+1} = k_t^\alpha - c_t, \quad k_0 \text{ dado}$$

Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados. Encuentre las funciones k_t y c_t que maximizan la función de valor.