UNIVERSIDAD DELROSARIO
FACULTAD DE ECONOMÍA
Parcial Final Economía Matemática Noviembre 23 de 2016
Profesores: Juan C. Zambrano- Andrés F. Cardenas

1. **(25 pts)** Encuentre la solución general del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales, determine los puntos de equilibrio, caraterícelos, y haga un diagrama de fase que describa el comportamiento de la solución al rededor de los puntos de equilibrio.

$$X'(t) = 2X + 3Y - 7$$
$$Y'(t) = -X - 2Y + 5$$

2. **(20 pts)** Encuentra un sistema lineal autónomo, de la forma $\overrightarrow{X} = A\overrightarrow{X} + \overrightarrow{B}$, cuya solución sea:

$$\overrightarrow{X(t)} = k_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t} + k_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t}$$

3. **(25 pts)** Considera el siguiente sistema lineal

$$\pi' = \beta\pi + y, \qquad y' = -\pi - \alpha, \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

   (a) Determina el intervalo de valores de β tales que el punto fijo es un espiral atractor.

   (b) Determina el intervalo de valores de β tales que el punto fijo es un punto de silla.

4. **(30 pts)** (Modelo de Ramsey sin depreciación) Considera el siguiente problema de maximización de la utilidad $u(c_t) = ln(c_t)$, donde $c_t > 0$ y $k_t > 0$ son, respectivamente, el consumo y el capital en el período t, y α y β son constantes tales que $0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1$:

$$\overset{Max}{\{c_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t ln(c_t) \quad s.a \quad k_{t+1} = k_t^{\alpha} - c_t, \quad k_0\, dado$$

   Plantear el problema usando la ecuación de Bellman, obtenga las ecuaciones de primer orden y la ecuación de Euler. Interprete los resultados. Encuentre la función k_{t+1}, dado que $k_{t+1} = \gamma k_t^{\alpha}$.

   Ayuda: Reemplaze el valor de k_{t+1}, en la derivada con respecto a k_t y use la condicion de primer orden.