Universidad del Rosario - Facultad de Economía

Microeconomía III - 2016-II

Taller 7 - Bienes públicos

Profesor: Darwin Cortés.

Monitor: *Daniel Gómez V.*

1. Con motivo de las fiestas, la alcaldía de Fusagasugá se platea la posibilidad de ofrecer gratuitamente a los vecinos dos tipos de actividades: conciertos de música popular en la plaza mayor (en la que tienen cabida todos los vecinos), que se escuchan además desde cualquier parte de Fusagasugá, y elaboración de una lechona gigante a consumir en la plaza municipal. Dados los recursos disponibles, el número de actuaciones, x, y el número de raciones de lechona, y, que puede ofrecer como máximo la alcaldía viene definido por la siguiente curva de posibilidades de producción, $4x^2 + y^2 = 2000$. En Fusagasugá conviven cien vecinos, con preferencias idénticas sobre estas actividades representables por la función: $U_i = x_i y_i^4$ para $i = 1, ..., 100$ donde i denota cada vecino.

   (a) Determine los niveles totales óptimos de actuaciones y raciones de lechona que debería ofrecer la alcaldía.

      i. Explique las condiciones que se deben cumplir en el óptimo.

      ii. Encierre su respuesta en un recuadro

   (b) ¿Qué pasa si el concierto se vuelve un bien privado?

      i. Encuentre los nuevos niveles de actuaciones y raciones de lechona.

      ii. Compare sus resultados con el literal anterior.

2. Considere una economía con dos consumidores y dos bienes, el primero público y el segundo privado. Las funciones de utilidad de los consumidores son $u^i(x) = x_1 x_2^i$ con $i = 1,\ 2$. Se sabe además que la frontera de posibilidades de producción de la economía es $q_2 + 2q_1 = 90$.

   (a) Obtenga las asignaciones eficientes resolviendo el problema de un planificador central.

      i. Especifique claramente el problema de maximización y resuélvalo.

      ii. Muestre que en la asignación eficiente se cumple la condición de Samuelson. Explique intuitivamente esta condición.

   (b) Halle la asignación que haría un mercado perfectamente competitivo.

      i. Explique cuál condición se cumple en el equilibrio.

      ii. Muestre que el equilibrio difiere de la asignación eficiente.

3. Suponga 4 individuos, cuya demanda por un bien público viene dada por: $P_i = \frac{1}{i}(120 - Q)$ con $i = 1, 2, 3, 4$ donde i representa a cada individuo

   (a) Determine la demanda por el bien público.

      i. Explique intuitivamente cada paso del procedimiento.

      ii. Encierre su respuesta.

   (b) Si el costo marginal de proveer el bien público es \$25, determine la cantidad óptima a ser provista del bien público.

      i. Describa la condición que debe cumplirse con el costo marginal.

      ii. Encuentre el nivel óptimo.

   (c) Si en lugar de ser este un bien público, se tratase de un bien privado. Determine la demanda por este bien privado.

      i. Escriba la función de demanda si el bien fuese privado.

      ii. Explique la diferencia de las condiciones que se deben cumplir respecto al literal anterior.

      iii. Compare sus resultados.

4. Asuma que hay 3 personas que consumen un bien público (x) y un bien privado (y). El precio de ambos bienes es \$1 y las dotaciones iniciales de bienes privados para los agentes son $(M_1, M_2, M_3) = (10, 10, 10)$ Las tres personas tienen las siguientes funciones de utilidad:

$$U_1 = ln(x) + y_1$$

$$U_2 = 2ln(x) + y_2$$

$$U_3 = 3ln(x) + y_3$$

   Donde y_i representa el consumo del bien privado y_i por el agente i.

   (a) Halle la asignación eficiente del bien público aplicando directamente la condición de optimalidad de Samuelson.

      i. Comente por qué la solución de Samuelson no se alcanza en un mercado competitivo.

   (b) Suponga ahora que el gobierno cobrará a cada persona una tarifa diferente para financiar el bien público (precios de Lindahl). Halle cuánto deberá pagar cada agente.

      i. Defina el equilibrio de Lindahl.

      ii. Muestre que cualquiera de los agentes puede mejorar su utilidad si miente al gobierno sobre sus preferencias.
      (Ayuda: suponga que un agente cualquiera afirma que el bien público no le proporciona nada de utilidad).

      iii. Explique qué problema de los bienes públicos se evidencia en esta situación.

5. En una economía compuesta por tres individuos, la función de utilidad está dada por

$$U^i = 2\left[C^i + \theta^i ln\,(G)\right]^{\frac{1}{2}}$$

para $i = 1, 2, 3$, donde C^i es el nivel de consumo del bien privado (Numerario), G el nivel del bien público y θ^i es un parámetro que caracteriza las preferencias por el bien público correspondientes al individuo i. El ingreso del individuo i está dado por y^i, el costo unitario de producir G es constante e igual a 2 y se sabe que $\theta^1 = 5$, $\theta^2 = 25$ y $\theta^3 = 10$, $y^1 = 100$, $y^2 = 200$ y $y^3 = 300$.

(a) ¿Cuál es el nivel social óptimo de G?

i. Explique el proceso para encontrar el nivel social óptimo.

ii. Encierre su respuesta en un recuadro.

(b) Ahora suponga que el precio del bien público se reparte simétricamente entre los tres individuos. ($\tau^i = 1/3$ para cada individuo i, donde τ^i es la fracción del costo de G que asume el individuo i). ¿Cuál es el nivel de bien público G escogido bajo la regla de votación mayoritaria?

i. Explique intuitivamente si es eficiente la repartición simétrica.

(c) Ahora suponga que las contribuciones individuales son repartidas de manera proporcional al ingreso: el invididuo 1 paga la fracción $\tau^1 = 1/6$ del costo del bien público, el individuo 2 paga la fracción $\tau^2 = 1/3$ y el individuo 3 paga $\tau^3 = 1/2$. ¿Cuál es el nivel de bien público G escogido bajo esta regla?

i. Compare su resultado con el del literal anterior y con el óptimo social.

ii. Explique en qué reside la diferencia.

(d) De acuerdo con Lindahl, el nivel óptimo de G puede ser alcanzado escogiendo apropiadamente los niveles de τ^i (que cada individuo escoja su nivel preferido de G, dada su contribución τ^i). Determine los niveles individuales de contribución.

i. Explique las condiciones que se deben cumplir en el equilibrio de Lindahl.

ii. Realice el proceso matemáticamente.

iii. Interprete su respuesta y compare con los literales b y c.

6. En el Reino de Nueva Granada habitan H habitantes todos con la función de utilidad

$$U^h = log\left(x^h\right) + log\,(G)\,,$$

donde x^h denota el consumo de azadones y G denota el consumo de una carretera para el transporte de las mercancías que se ofrecen en la plaza central. Cada habitante cuenta con un azadón y cada metro de la carretera se construye a través de la siguiente función $G = f\,(x) = x$. Note que la utilidad de cada habitante puede escribirse como $U^h = log\left(x^h\right) + log\left(g^h + \sum_{h' \neq h} g^{h'}\right)$, y que el equilibrio debe ser simétrico.

(a) Encuentre el equilibrio del mercado.

i. Escriba el problema de maximización.

ii. Resuélvalo siendo claro con el procedimiento.

iii. Encierre su respuesta en un recuadro.

(b) Calcule el óptimo social para una función de bienestar utilitarista.

i. Describa la función de bienestar utilitarista.

ii. Encuentre y explique intuitivamente el óptimo social.

(c) Si el rey de Nueva Granada decidiera cobrar a cada habitante una contribución individual para la construcción de la carretera, ¿cuál seria el monto de dicha contribución?

   i. Explique el proceso a llevar a cabo.

   ii. Compare su resultado con los literales anteriores.

7. **Examen final 2016-1**

   La ciudad de Bogotá tiene n hogares, cada uno es dueño de un carro. A los residentes en Bogotá solo les interesa dos cosas en la vida: conducir sus carros y consumir maíz. Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i\left(x^i, y^i\right) = y^i + v^i(x^i) - a^i H$$

   Donde y^i denota el consumo de maíz, x^i denota las millas conducidas, y H denota el nivel de hidrocarburos en el aire. Los autos usan maíz como gasolina, cada milla conducida usa c unidades de maíz, pero la quema de maíz genera b unidades de hidrocarburos en el aire por cada milla conducida. En otras palabras, $H = (x^1 + x^2 + \ldots + x^n)b$. Vamos a denotar como A la suma de todos los parámetros a^i en la población y X el total de millas conducidas por toda la población. La función $v^i(x^i)$ es estrictamente creciente y cóncava. Considere solamente asignaciones en las que cada x^i y cada y^i es positivo. Cada hogar tiene una asignación positiva de maíz.

   (a) Escriba las n condiciones marginales que caracterizan el equilibrio. Interprételas con palabras.

      i. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

      ii. Use máximo cinco líneas.

      iii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

   (b) En comparación con la asignación eficiente, determine si todas las familias conducen en exceso; o conducen muy poco; o una conducen mucho y otras muy poco, según los datos del problema.

      i. Explique el concepto que soporta su respuesta en el contexto planteado usando máximo cinco líneas.

      ii. Use frases cortas con sujeto y predicado.

   (c) Escriba las n condiciones marginales que caracterizan las asignaciones eficientes. Interprételas con palabras.

      i. Escriba la condición de primer orden.

      ii. Explique intuitivamente la diferencia de esta condición con la del punto a.

      iii. Escriba su respuesta y enciérrela en un recuadro.

Cuestiones teóricas

Responda cada una de las siguientes preguntas, teniendo en cuenta que debe:

- Seleccionar la respuesta correcta.
- Justificar analítica y gráficamente su resultado.

1. Para que la sociedad obtenga el máximo beneficio de un bien público, el bien debe ser provisto hasta el punto en el cual:

   (a) El costo marginal es igual al beneficio marginal.
   (b) Cada miembro de la sociedad obtiene el mismo beneficio del bien.
   (c) El costo marginal excede el beneficio marginal.
   (d) El beneficio marginal excede el costo marginal.

2. El mercado falla en proveer bienes públicos porque:

   (a) No hay demanda por esos bienes.
   (b) Las firmas privadas no pueden restringir los beneficios de esos bienes a los consumidores que quieran pagar por ellos.
   (c) Las empresas públicas pueden producir esos bienes a un costo menor que las empresas privadas.
   (d) La producción de bienes públicos afecta la distribución del ingreso.

3. Pedro, Juan y Diego son pastores, y cada uno posee un rebaño de 10 cabras. Ellos estan pensando en la posibilidad de comprar un predio entre los tres para hacer pastar sus cabras. Si compran el predio, ¿A que problema se podrán ver enfrentados?

4. En presencia de bienes públicos puros una manera de recuperar la eficiencia es mediante un tipo de intervención pública, consistente en considerar el bien público como un bien distinto para cada consumidor, de modo que, aunque las cantidades consumidas son necesariamente las mismas, este bien público puede tener un precio diferente para cada consumidor (precio personalizado). Bajo esta premisa, es cierto que:

   (a) Igual que el procedimiento de suscripción voluntaria, se obtiene una producción insuciente de bienes públicos.
   (b) La suma de relaciones marginal de transformación entre el bien público y el bien privado debe ser igual a la relación marginal de sustitutición entre bien público y bien privado.
   (c) El equilibrio corresponde a un equilibrio de Nash de un juego no cooperativo, y existe bajo las condiciones habituales.
   (d) En el equilibrio existe un vector de precios personalizados, que permite que todos los efectos externos sean internalizados.