

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO - FACULTAD DE
ECONOMÍA
Economía Matemática 2017-I - Taller 2

February 1, 2017



Universidad del Rosario

Profesores: Andrea Atencio, Juan C. Zambrano; Andrés F. Cárdenas

Ejercicios para entregar: 3,6,7b, 8, 10, 13,14,16a,17a, 18 en grupos de tres personas

1. Escriba por extensión cada uno de los conjuntos dados.

- (a) $A = \{x \mid x \text{ es una letra de la palabra agricultura}\}$
- (b) $B = \{x \mid x \text{ es un múltiplo entero de } -5\}$
- (c) $C = \{x \mid x \text{ es un país suramericano que posee costa en el océano pacífico}\}$
- (d) $D = \{x \mid x \text{ es un país suramericano que empieza por P}\}$

2. Escriba por comprensión los conjuntos dados.

- (a) $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- (b) $B = \{a,b,c,\dots,x,y,z\}$
- (c) $C = \{4,9,14,19,\dots\}$
- (d) $D = \{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

3. Dado el conjunto $A = \{2, 3, 5, 7, 9, 12\}$. Establezca el valor de verdad de cada uno de los enunciados, justificando su respuesta.

- (a) $5 \in A$ (b) $\{2\} \in A$ (c) $\{12, 3\} \subset A$ (d) $3 \subset A$
- (e) $\{\{3, 5, 7\}\} \in P(A)$ (f) $\{\{2, 9, 12\}\} \subset P(A)$

4. Determine si los conjuntos dados son vacíos. Justifique.

- (a) $X = \{x \mid x^2 = 9 \text{ y } 2x = 6\}$ (b) $Z = \{x \mid x + 8 = 8 \text{ y } 2x - 1 = 3\}$ (c) $Y = \{x \mid x \neq x\}$

5. Establezca cuáles de los siguientes conjuntos son finitos y cuáles son infinitos.
- $M = \{x \mid x \text{ es un mes del año}\}$
 - $A = \{x \mid x \text{ es un número entero positivo menor que } 10\}$
 - $A = \{x \mid x \text{ es un número real positivo menor que } 10\}$
 - El conjunto de los puntos de un segmento de recta
6. Establezca el valor de verdad de cada uno de los enunciados, justificando su respuesta.
- $x \in \phi$
 - $\phi \in \{1, 2\}$
 - $3 \in P(\{1, 3\})$
 - $\# P(\{1, 2, 5\}) = 8$
 - $((A')')' = U - A$
 - $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B)$
 - $P(\{\phi\}) = \{\phi\}$
7. Sean $U = \{x \mid x \text{ es un número natural menor que } 20\}$, $A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \{x \mid x \text{ es un número natural par menor que } 10\}$ y $C = \{1, 5, 9, 15, 17\}$. Determine:
- $A \cap B$
 - $(A - B) \cup (B - A)$
 - $(C - A) \cup B$
 - $(B - A) \cap C'$
 - $A' \cup B'$
 - $(A \cup B)' - C$
8. Sean A y B conjuntos tales que $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{a, c\}$, $A - B = \{d\}$. Halle A y B .
9. Sean A y B conjuntos hallar $A \cup B$ y $A \cap B$ si: (a) $A \subset B$ (b) $B \subset A$ (c) $A = B$
 (d) $A = \phi$ (e) $B = \phi$
10. Demuestre que:
- $A - B = A \cap B'$
 - $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
 - $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
 - $AX(B \cap C) = (AXB) \cap (AXC)$
 - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
 - $(A \cap B) - A = \phi$
11. Dado el conjunto $C = \{x \mid x \text{ es un color de la bandera de Colombia}\}$. Encuentre el conjunto potencia o partes de C .
12. Dado el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$. Encuentre el conjunto potencia o partes de C .
13. Sean A, B, C conjuntos, U el conjunto universal y ϕ el conjunto vacío Simplifique cada una de las expresiones dadas.
- $(A \cap U) \cup \phi$
 - $(A - U) \cap (B - \phi)$
 - $(B \cup U) \cap (A \cap U)$
 - $A \Delta U$
 - $[A \cup (A' \cap U)] \cup [B \cap (B' \cup \phi)]$
14. Considere los conjuntos: $A_1 = \{2, 3, 5\}, A_2 = \{1, 4\}, A_3 = \{1, 2, 3\}, A_4 = \{1, 3, 5, 7\}, A_5 = \{3, 5, 8\}, A_6 = \{1, 7\}, U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 Halle los conjuntos indicados:
- $\cup_{i=1}^6 A_i$
 - $\cup_{i=3}^5 A'_i$
 - $\cap_{i=4}^6 A_i$
 - $\cap_{i=2}^4 (A_i - A_{i+1})$
15. Sea E un subconjunto no vacío de un conjunto ordenado; suponga que α es la cota inferior de E y β es la cota superior de E . Demostrar que $\alpha \leq \beta$.

16. Demuestre que dado $x, y \in \mathbb{R}^k$ entonces :

(a) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$

(b) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 = 2\|\mathbf{x}\|^2 + 2\|\mathbf{y}\|^2$

17. Para $x, y \in \mathbb{R}$ pruebe si las siguientes funciones corresponden a una métrica:

(a) $d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq y \\ 0 & \text{si } x = y \end{cases}$

(b) $d(x, y) = (x - y)^2$

(c) $d(x, y) = |x - 2y|$

18. Demuestre que si $x \in \mathbb{R}^+$, $y \in \mathbb{R}$, y entonces existe un $n \in \mathbb{N}$, tal que $nx > y$

19. Si $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, y $x < y$ entonces existe un $p \in \mathbb{Q}$, tal que $x < p < y$

20. Sean A, B , dos conjuntos acotados de números Reales, con $\alpha = \text{Sup}A$, y $\beta = \text{Sup}B$. Sea $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$, entonces $\text{Sup}C = \alpha + \beta$