UNIVERSIDAD DELROSARIO
FACULTAD DE ECONOMÍA
Segundo Parcial Economía Matemática Octubre 28 de 2016
Profesores: Juan C. Zambrano- Andrés F. Cardenas

1. (20puntos) La función de utilidad de un consumidor es $U(x,y) = x^{1/3}y^{1/2}$ Determine los niveles óptimos (x^*, y^*) de los bienes consumidos para U sujeto a la condición $p_1x + p_2y = M$ donde p_1 y p_2 son los precios de cada uno de los bienes y M es la cantidad de dinero que el individuo va a gastar en la adquisición de ambos bienes.
   (a) Enuentre las demandas óptimas de los dos bienes.
   (b) Halle la función de valor óptimo
   (c) Use el teorema de la envolvente para probar que un aumento de M produce un incremento de la utilidad máxima.
   (d) pruebe la identidad de Roy .

2. (20puntos) Resuelva el problema de optimización y justifique su respuesta:

$$Max - x^2 - 3y^2 + 3xy + x + y$$

   S.a.

$$2x + y \leq 2 \quad -x + y \geq -1 \; para \; x, y \geq 0$$

3. (20puntos) En cierto modelo la inflación esperada π satisface la siguiente ecuación (K es constante):

$$\pi^{''} - \pi^{'} - 6\pi = -18 \qquad \pi(0) = 5, \quad \pi^{'}(0) = K$$

   (a) Resuelva la ecuacón para las condiciones iniciales dadas.
   (b) ¿Para qué valores de K la solución converge a largo plazo? ¿A que valor converge?

4. (40puntos) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.
   (a) $(2xsiny + y^3e^x)\,dx + (x^2cosy + 3y^2e^x)\,dy = 0$
   (b) $y^{'} + \frac{2x+1}{x}y = e^{-2x}$
   (c) $y^{'} + y = xy^3$
   (d) $y^{''} - 2y^{'} - 3y = 2e^x - 10senx$

5. (Bono)
   Suponga una ecuación diferencial no exacta $M(t,x)dt + N(t,x)dx = 0$, al multiplicarla por $\mu(t)$ (factor integrante) la ecuación se transforma en una ecuación exacta $\mu(t)M(t,x)dt + \mu(t)N(t,x)dx = 0$.

   Demuestre que $\mu(t) = e^{\int \left(\frac{\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial t}}{N} \right) dt}$