Universidad del Rosario
Econometría Básica
Taller 3 - Mínimos Cuadrados Ordinarios

Fecha de entrega: 29 de Septiembre

Ejercicios Teóricos

1. Considere el siguiente modelo de regresión lineal:

$$\begin{array}{l} \hat{y}_t = -2.41 + 13.2 x_{1,t} - 2.9 x_{2,t} \\ \qquad\quad (0.21) \quad (8.1) \qquad (0.61) \end{array}$$

donde $n = 30$, $RSS = 27.4$, $R^2 = 0.76$, y las figuras en paréntesis denotan errores estándar.

(a) Realice pruebas de significancia individual para cada uno de los coeficientes.

(b) Calcule $\hat{\sigma}, \bar{R}^2, F(2, ?)$

(c) Calcule esta misma información cuando la variable x_2 es eliminada

(d) Qué puede decir acerca del $\bar{R}^2$ en (a) comparado con (b)? Explique la diferencia.

2. Considere la función de producción estándar tipo Cobb-Douglas de la forma:

$$Y = AL^{\beta_1} K^{\beta_2}$$

donde Y es el nivel de producción, L es el nivel de empleo y K el nivel de capital disponibles para el desarrollo del proceso productivo. El interés de la investigación conducida por un estudiante de la Universidad del Rosario radica en la estimación de los parámetros β_1 y β_2 que corresponden, en condiciones de equilibrio a los coefientes de utilización de los factores en el proceso de producción de la firma. Más particularmente, el estudiante esta focalizado en la verificación de la hipótesis de rendimientos constantes a escala, es decir, $\beta_1 + \beta_2 = 1$.
En este contexto, usted debe proceder a:

(a) Demuestre que la ecuación anterior se puede reescribir como un modelo de regresión lineal. Brinde una interpretación adecuada para cada uno de los paramentros, especialmente para el intercepto.

(b) Suponga que usted obtiene los resultados de estimar la ecuación anterior, es decir los coeficientes estimados y la matriz de varianza covarianza. Explique como construir una prueba de hipótesis de dos colas en relación a los rendimentos constantes a escala.

(c) La estimación del punto anterior brinda los siguientes resultados:

$$\hat{y}_t = \underset{(0.21)}{0.256} + \underset{(0.09)}{0.36} l_i + \underset{(0.23)}{0.68} k_i$$

$$N = 745 \qquad Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.03$$

Con base en esta información desarrolle la prueba de hipótesis de dos colas de rendimientos constantes a escala al 95%. Así mismo construya el intervalo de confianza al 99% de confianza.

3. Suponga que usted estimó un modelo de regresión lineal simple en una muestra aleatoria independiente e idénticamente distribuida y obtuvo el siguiente resultado:

$$\hat{y}_i = 2 + x_i$$

Si en la muestra: $Var(y_i) = 4Var(x_i)$

(a) Obtenga el coeficiente correlación muestral entre las dos variables.

(b) Halle el coeficiente R^2 de la regresión.

Ejercicio Práctico

4. El archivo elemapi.xls contiene información sobre el desempeño de colegios de primaria de varios colegios de primaria. Entre otras variables, la base tiene el desempeño promedio de los estudiantes (api00) de cada colegio i, el tamaño del salón de clases de preescolar a tercero (acs_p3), y la misma medida para los grados cuarto a quinto (acs_45); también incluye el porcentaje de profesores con un grado de licenciatura profesional (full), y el tamaño del colegio (enroll). Finalmente, también se incluye un identificador de distrito (dnum).

Estime por MCO el modelo:

$$api00_i = \beta_0 + \beta_1 acs\_p3_i + \beta_2 acs\_45_i + \beta_3 full_i + \beta_4 enroll_i + u_i$$

Utilizando un nivel de significancia estadística del 5%, (i) escribe la fórmula matricial del estadístico F para comprobar las siguientes hipótesis, (ii) calcula el valor de cada estadístico, su p-valor asociado, e **interprete los coeficientes a la luz de estos resultados**. (iii) Contraste de nueva estas hipótesis pero esta vez utilizando pruebas LM.

(a) $H_0 : \beta_1 = 0$

(b) $H_0 : \beta_1 = \beta_2$

(c) $H_0 : \beta_1 + \beta_2 = 10 \cdot \beta_4,\ \beta_1 = 0$

(d) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

Estime nuevamente el modelo anterior pero esta vez corriga por problemas de heterocedasticidad.

(e) Compruebe si los errores si distribuyen normales. ¿Importa este resultado? Explique

(f) Realice el test de Breuch-Pagan y el de White, para determinar si tiene sentido corregir su regresión por heterocedasticidad.

(g) Corrija los errores estándar para que sean robustos a la heteroscedasticidad.

(h) Calcule nuevamente los errores estándar con la técnica de bootstrapping.

(i) Ahora utilice una técnica que permita correlación entre los no observables de los colegios si se encuentran en un mismo distrito.

(j) Interprete y compare los resultados de (g) a (i). Explique por qué los coeficientes estimados no cambiaron, y si hubo algún cambio respecto al nivel de significancia de las variables consideradas.