

# Universidad del Rosario - Facultad de Economía

## Microeconomía III - 2021-I

### Taller 5 - Bienes públicos

**Profesores:** Darwin Cortés y Daniel Gómez V.

**Monitoras:** Ivonne Lara y Daniela Martínez.

1. La Sra. Alpha y el Sr. Beta se acaban de divorciar. Ellos han acordado que el Sr. Beta criará a su único hijo, el pequeño José Alpha-Beta. Los padres no guardan rencor alguno por el otro, y cada uno está preocupado sobre el bienestar del pequeño José. Sus preferencias están dadas por las funciones de utilidad:

$$u^A(x, y_A) = x^\alpha y_A$$

$$u^B(x, y_B) = x^\beta y_B$$

Donde  $y_A$  y  $y_B$  denotan los miles de dólares consumidor directamente por el padre respectivo en un año, y  $x$  denota miles de dólares por año consumidor por José (por ejemplo, si  $\beta = 1/3$  y el Sr. Beta consume \$30.000 él mismo y José consume \$27.000, luego  $x = 27$ ,  $y_B = 30$ , y  $u^B(x, y_B) = 90$ .)

El consumo de José es la suma de las contribuciones de apoyo de su mamá y papá,  $s_A + s_B$ , también en miles de dólares. Estas contribuciones son voluntarias, asuma que  $\alpha = 1/4$  y  $\beta = 1/3$ .

- (a) Suponga que la mamá de José no puede contribuir nada a la manutención de José, luego el Sr. Beta debe contribuir, de su ingreso anual de \$ 40.000 para su consumo propio,  $y_B$  y el consumo de José,  $x$ . Exprese la restricción presupuestal del Sr. Beta analítica y gráficamente. Determine la tasa marginal de sustitución entre  $x$  y  $y_B$  y la elección que él va a hacer. ¿Cuáles niveles de  $x$  y  $y_B$  escogerá el Sr. Beta?
- (b) Ahora, la Sra. Alpha va a aportar a la manutención de José. pero ella va a observar la contribución del Sr. Beta,  $s_B$  y luego escogerá su contribución,  $s_A$ . Suponga que el Sr. Beta hace lo mismo. Si el ingreso anual de la Sra. Alpha es \$48.000, ¿cuáles serán las contribuciones de equilibrio al sostenimiento de José?
- (c) Determine las ecuaciones que caracterizan la asignación óptimo-Paretiana
- (d) Indique alguna de las dificultades que encontraría una tercera persona al intentar implementar algún método para llegar a las asignaciones óptimas de Pareto.

#### 2. Examen final 2016-II

La ciudad de Bogotá tiene  $N$  hogares. Las preferencias de los hogares dependen de la cantidad del bien privado que consumen ( $x^i$ ) y el metro de la ciudad ( $y$ ). Cada hogar tiene una función de utilidad de la siguiente forma:

$$u^i(x^i, y) = x^i + \theta \ln(y)$$

Donde  $y$  denota la cantidad de metro construido,  $x^i$  denota la cantidad de bien privado consumido. Cada hogar tiene una dotación de 10 unidades del bien privado (únicamente). La tecnología de producción del metro está dada por

$$y = f(q) = q$$

Donde  $q$  es la cantidad total del bien privado usado para construir el metro.

- (a) ¿Cuáles son las asignaciones óptimo paretianas? ¿Cómo cambia la respuesta si cambia  $N$ ? (considere un cambio marginal en  $N$ ).
- (b) Si cada hogar contribuye *simultáneamente* parte de su dotación a la construcción del metro, ¿cuál es la contribución voluntaria de cada hogar en el equilibrio de Nash? ¿En qué se diferencia de la solución del punto anterior?
- (c) ¿Qué alternativa de política puede usar para que en equilibrio se obtenga una asignación eficiente? Mencione una y explíquela.

### 3. Segundo parcial 2017-I

El consejo estudiantil de la Facultad quiere hacer una fiesta para recoger fondos para las becas de la universidad. Para tal fin se propone recoger contribuciones voluntarias, todo el que contribuya puede ir a la fiesta independientemente de la contribución que haga. Suponga que hay dos tipos de estudiantes: unos ricos que no les gustan mucho las fiestas y otros pobres que les gustan mucho las fiestas.

Los estudiantes de tipo 1 (los ricos) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado:

$$U^1(x_1^1, y) = x_1^1 y, \quad w^1 = 20$$

Donde  $x_1^1$  es el consumo del bien privado, e  $y$  es la fiesta del consejo.

Los estudiantes de tipo 2 (los pobres) tienen las siguientes preferencias y dotación del bien privado

$$U^2(x_1^2, y) = x_1^2 y^2, \quad w^2 = 10$$

Donde  $x_1^2$  es el consumo del bien privado, e  $y$  es la fiesta del consejo.

Las contribuciones voluntarias de cada tipo de estudiante las podemos denotar como  $z^1$  y  $z^2$ , respectivamente. El bien público se produce con el privado siguiendo la siguiente función de producción:  $y = z^1 + z^2$

- (a) Encuentre el equilibrio de contribuciones voluntarias. Interprete.
- (b) Encuentre la asignación eficiente. Compare con los resultados del punto a) e interprete.
- (c) Suponga que la universidad tiene 10 unidades del bien privado y está pensando en asignárselos a alguno de los tipos de estudiantes (o a ambos) con el objetivo de maximizar las contribuciones voluntarias a la fiesta. ¿A quién se los daría? Justifique su respuesta.

### 4. Segundo parcial 2018-I

Alexandra y Bernardo viven juntos. Cada uno se preocupa por el nivel de limpieza de la casa que comparten y por el nivel de ocio de cada uno. Sin embargo, a Alexandra le preocupa más el aseo que a Bernardo. Así, siendo  $x$  el nivel de limpieza del hogar,  $y^A$  y  $y^B$  el nivel de ocio que hacen Alexandra y Bernardo, respectivamente, las funciones de utilidad vienen dadas por:

$$U^A(x, y^A) = \min\{2x, y^A\}$$

$$U^B(x, y^B) = \min\{x, y^B\}$$

La única manera de convertir ocio en limpieza es a la tasa de una hora de ocio por una hora de limpieza. Si no se destina ninguna hora de ocio en limpieza de la casa, el nivel de limpieza sería  $x = 0$ . Alexandra y Bernardo cuentan con una dotación total de 120 horas.

- (a) Catalina, la mamá de Alexandra, dice conocerlos bien y les propone distintas asignaciones de tiempo. Sin embargo, Alexandra no está segura si esas asignaciones serían eficientes para ella y para Bernardo. Las asignaciones son:

$$I(x, y^A, y^B) = (30, 60, 30)$$

$$\text{II } (x, y^A, y^B) = (60, 20, 40)$$

$$\text{III } (x, y^A, y^B) = (40, 50, 40)$$

$$\text{IV } (x, y^A, y^B) = (36, 40, 36)$$

¿Usted sabe si estas asignaciones son eficientes en términos de Pareto? Determine cuál o cuáles asignaciones son Pareto-eficientes y en cada caso explique por qué lo es o por qué no.

Para los literales b) y c), asuma que las 120 horas disponibles se dividen por igual entre Alexandra y Bernardo.

- (b) ¿Podría la asignación I mantenerse en un equilibrio de contribuciones voluntarias? Responda Si o No. En caso afirmativo, encuentre el nivel de contribuciones que debería hacer cada uno.
- (c) Existe un equilibrio de Lindahl que mantenga la asignación I? Responda Si o No. En caso afirmativo, encuentre el equilibrio de Lindahl. Compare sus resultados con los obtenidos en el literal b).

### 5. Segundo parcial 2018-II

La cebolla cabezona es la segunda hortaliza más consumida en Colombia, después del tomate. En el país se producen cerca de 200.000 toneladas anuales, de las cuales 36.000 provienen del municipio de Aquitania, en el departamento de Boyacá. En este municipio sólo hay dos residentes dispuestos a vivir en los límites de la cabecera municipal, Carlos y Sergio. Un vendedor está de visita en el municipio y ofrece un dispositivo que toma como insumo el olor de la cebolla y expulsa aire limpio. Las preferencias de Carlos y Sergio por el aire limpio ( $L$ ) y el consumo en todos los otros bienes privados ( $x^i$ ) vienen dadas por:

$$U^i(x^i, L) = 5 \ln(x^i) + \ln(L) \quad \text{para } i = C, S.$$

La provisión total de aire limpio está dada por la suma de las compras individuales:  $L = L^C + L^S$ . Carlos cuenta con un ingreso de \$480 mientras que Sergio cuenta con un ingreso de \$360. Adicionalmente, el precio del aire limpio es de 2 mientras que el precio de los bienes privados es la unidad.

- (a) Encuentre la cantidad de aire limpio que querrán Carlos y Sergio de acuerdo al equilibrio de contribuciones voluntarias. ¿Esta asignación es eficiente? Explique su respuesta.  
Suponga que la alcaldía de Aquitania está preocupada por el olor a cebolla, por lo cual decide imponer un nivel determinado de aire limpio que será financiado por medio de un modelo de financiamiento pagado por Carlos y Sergio.
- (b) ¿Cuál es el nivel de aire limpio que determinará la alcaldía? ¿Cómo debe ser la asignación de financiamiento entre Carlos y Sergio?
- (c) Si la alcaldía de Aquitania decide no intervenir, ¿pueden Carlos y Sergio alcanzar el nivel de aire limpio que desea determinar la alcaldía? ¿Podría existir algún problema para alcanzar esta asignación?

### 6. Segundo parcial 2019-1

La concesión VÍA 40 EXPRESS está encargada de la construcción del tercer carril en la vía Bogotá-Girardot. Para la ampliación de la vía, es necesario comprar algunos predios que se encuentran en las cercanías de la carretera. Sin embargo, algunos dueños de las propiedades a la vía se rehúsan a vender sus predios por los precios que ofrece la concesión (los cuales están basados en un avalúo catastral). Al enfrentarse a esta problemática, la mesa directiva de la concesión decidió contratar a un analista para que les ayudara a entender por qué sucede este problema y a encontrar soluciones. Los resultados del estudio que llevó a cabo el analista arrojaron que esta

situación se debe a que algunos propietarios consideran innecesario la obra e incluso se rehúsan a vender sus predios, sin importar la oferta que les hagan por su predio. Los miembros de la mesa directiva no quedaron satisfechos con el estudio realizado por el analista y decidieron ponerse en contacto con Darwin y Daniel porque buscan un estudiante que haya visto el curso de micro 3 con ellos, ya que, según sus profesores, ellos tienen muy buena fama a la hora de hacer análisis de bienestar y fallas de mercado.

- (a) ¿Cómo se puede analizar la falla de mercado en la situación que se expone? Explique por qué es una falla de mercado y considere todos los agentes que se ven involucrados.
- (b) Plantee una solución para la falla de mercado. Explique intuitivamente por qué es una solución.

Suponga que algunos miembros de la mesa directiva de la concesión proponen renegociar el valor que ofrecieron inicialmente por los predios y en lugar de basarse en el avalúo catastral de cada predio (y la complejidad de llevar a cabo un avalúo), consideran manejar el mismo precio para todos los predios, sin distinción alguna.

- (c) ¿Considera que esta propuesta es viable? Responda Si o No. Explique su respuesta incluyendo el análisis de todos los agentes involucrados.

#### 7. Segundo parcial 2019-2

En la vereda de Chimbe en Guayabal de Siquima (Cundinamarca) necesitan construir un tramo del acueducto veredal. Los vecinos están pensando en la mejor solución. La junta comunal ha podido hacer cotizaciones de cuánto vale el trabajo y por tanto tienen una idea clara de su costo. Como la vereda tiene distintos tipos de vecinos están pensando armar una alcancía comunal y que cada quien ponga lo que bien pueda.

- (a) ¿Cuál falla del mercado tenemos en este problema? Explique
- (b) Si tuviera las funciones de utilidad de cada vecino y le pidieran encontrar el equilibrio de contribuciones voluntarias, ¿qué haría? Explique (Nota: puede usar funciones generales de utilidad)
- (c) En una reunión de la junta comunal de la vereda, un vecino propone que, como se sabe el costo de construir el acueducto, se divida el costo entre el número de vecinos y se cobre por partes iguales. Mencione la ventaja y la desventaja que usted considera más importantes al comparar esta propuesta con la de la alcancía comunal. Explique