



Colaboraciones asimétricas en i+d entre universidades

Autor

Daniel Ricardo Torralba Barreto

**Trabajo presentado como requisito para optar por el
título de Magíster en Economía**

Director, Tutor

Guillem Roig Roig

Facultad de Economía

Maestría en Economía

Universidad del Rosario

Bogotá - Colombia

2021

Colaboraciones asimétricas en i+d entre universidades

Daniel Ricardo Torralba Barreto

Universidad del Rosario

daniel.torralba@urosario.edu.co

2021-09-13

Abstract

Este artículo contribuye a la literatura desde la perspectiva del análisis de las colaboraciones entre universidades con capacidades de investigación heterogéneas. Consideramos el problema de transferencia de conocimiento en un entorno competitivo y de coordinación de esfuerzos. Los resultados muestran que las capacidades de investigación tienen impactos distintivos en las decisiones de las universidades. Se destaca que en un entorno competitivo con transferencia de conocimiento, las tasas de cambio del esfuerzo son inversos a los niveles de asimetría existentes. Donde se evidencia que el máximo nivel de esfuerzo esperado se genera cuando las universidades compiten con universidades que cuentan con las mismas capacidades de investigación. A mayores asimetrías de las capacidades de investigación en universidades, inducen a menores esfuerzos. Así mismo, la transferencia de conocimiento en los modelos de no coordinación de esfuerzos, genera mayores beneficios esperados. Además mejoras en los acuerdos de transferencia de conocimiento entre universidades asimétricas, generan mayores beneficios para la universidad con menores capacidades de investigación. Un hallazgo clave, es que en la coordinación de esfuerzos solo es beneficioso para universidades con altas capacidades de investigación y con acuerdos de transferencia de conocimientos altos.

Keywords: Cooperación; Transferencia de conocimiento

1 Introducción

La competencia entre universidades por la obtención de licitaciones estatales se ha posicionado como estrategia fundamental para la visibilidad y reputación, dado que por medio de esta se generan señales de calidad y pertinencia de sus agendas de investigación, como de articulación en los procesos productivos y sociales, además de evidenciar la calidad de su recurso humano.

Por otro lado, estos concursos de licitación generan incentivos para participar y ganar dado que la universidad que obtenga la licitación se beneficiará por el proceso de implementación, dado que este impacta de forma directa en las habilidades y capacidades de su recurso humano, nivel de experiencia, capacidad para generar nuevos recursos financieros, mejorar las probabilidades de ganar nuevos concursos, entre otros.

Sin embargo, se debe reconocer que la competencia entre universidades parte de una amplia asimetría en sus capacidades de investigación y la forma en que estas se relacionan, repercutiendo en los incentivos a participar de las universidades con capacidades inferiores, impactando en la capacidad de transformación y pertinencia de sus agendas de investigación, lo cual a su vez limita las condiciones estructurales del ecosistema de investigación, y sus capacidades de apropiación y generación de nuevo conocimiento.

Dentro de la literatura se destaca la cooperación, como estrategia para corregir las distorsiones o fallas de mercado generadas por dichas asimetrías (Martin y Eisenhardt, 2010). No obstante, encontrar aliados estratégicos se convierte en una tarea desalentadora, dado la capacidad del posible aliado y los resultados obtenidos de estas posibles alianzas (Lhuillery and Pfister 2009).

Es posible identificar en la literatura diversos autores que analizan los mecanismos de la cooperación en I+D en diferentes contextos, estudiando ampliamente los roles esenciales y sus estrategias de cooperación, desde el nivel de gobierno (Bae and Lee 2020; Nishimura and Okamuro 2016; Okamuro and Nishimura 2018), el nivel de las empresas (Baggio, Wegner, and Dalmarco 2018; Elyoussoufi Attou et al. 2019 ; Nepelski and Piroli 2018 ; Wu et al. 2016), y a nivel académico (Canhoto et al. 2016; Kobarg, Stumpf-Wollersheim, and Welp 2018; Leyden and Link 2017; Liefner, Si, and Schäfer 2019).

Donde se destacan los hallazgos de Cassiman and Veugelers (2002), donde analizaron los efectos de flujos de información entre organizaciones, determinando que a mayores flujos de información se aumentan las probabilidades de cooperar en proyectos de I+D. Así mismo, por su parte, Zeng, Xu, and Bi (2017), demostraron que ante aumentos de flujos de conocimientos entrantes los beneficios netos aumentan y se genera un comportamiento cooperativo. Por el contrario, a medida que aumenta el nivel transferencia de conocimiento salientes de una empresa, tiende a tener un comportamiento no cooperativo ya que hacen que las empresas pierdan conocimientos de investigación y generen menores beneficios netos esperados.

Sin embargo, la mayoría de los estudios se han basado en el supuesto de simetría en las capacidades de investigación de todos los agentes involucrados. Por lo cual resulta natural la pregunta, ¿cómo la asimetría en las capacidades de investigación limitan las estrategias de alianzas cooperativas?

Para responder a esta pregunta, se hace necesario comprender los mecanismos de transmisión que permitan reducir las asimetrías observadas y evidenciar posibles escenarios orientados a garantizar las alianzas. Es por lo anterior que se propone como punto

de partida analizar las formas en que se relacionan las universidades con capacidades de investigación asimétricas en la participación de un concurso de licitación estatal, por medio de un modelo de concurso tipo Tullock. Este modelo incluye el esfuerzo por ganar el concurso, las asimetrías en las capacidades de investigación y los efectos de transmisión del conocimiento.

Para comprender los efectos de estos mecanismos, elaboramos un juego simplificado, donde consideramos dos tipos de universidad que tienen interés de participar un concurso. Cada universidad cuenta con unas capacidades iniciales, las cuales son conocidas por todos. Y finalmente las universidades pueden generar o no acuerdos para compartir y transferir conocimiento técnicos y tecnológicos.

Con el objetivo de analizar el juego, hemos planteado tres escenarios. El primer escenario, analizamos los efectos de no establecer ningún tipo de alianza, donde la universidad decide avanzar desde sus capacidades de investigación. Para ello reconocemos que las dos universidades se encuentran en un entorno competitivo, y deciden desarrollar sus agendas de investigación de forma aislada, en otras palabras, cada tipo de universidad trabaja con sus propias capacidades de investigación y no comparten conocimiento ni tecnología con las demás. Además, deciden participar en un concurso de licitación estatal, por lo cual escogen independientemente su nivel de esfuerzo con que van a participar en la licitación.

El segundo escenario, las universidades tienen un convenio para compartir capacidades de investigación y tecnología, más no para coordinar esfuerzos en la participación de un concurso de licitación, es decir comparten conocimiento y tecnología, pero no existen acuerdos para concursar de forma articulada en procesos de investigación o de licitaciones. Un ejemplo de este tipo de alianzas es la convocatoria de fortalecimiento de Instituciones de Educación Superior (IES) públicas que realiza el Ministerio de Ciencia y Tecnología de Colombia, que incentiva a la cooperación entre mínimo dos IES públicas de la misma región geográfica, con el objetivo de incentivar el fortalecimiento institucional y de adecuación de infraestructura y equipamiento para el desarrollo de actividades de Ciencia, Tecnología e Innovación.

Finalmente, en el tercer escenario, analizamos el beneficio social de las universidades, las cuales coordinan sus niveles de esfuerzos y comparten capacidades de investigación. En otras palabras crean un convenio para unir esfuerzos y capacidades con el objetivo de presentarse de forma conjunta a concursos de licitación estatal. Un ejemplo de este escenario es el programa nacional Ecosistema científico en Colombia, donde incentiva a los participantes a conformar alianzas entre instituciones con capacidades homogéneas e instituciones con capacidades heterogéneas.

Este artículo contribuye a la literatura sobre cómo las capacidades de investigación, las transferencias de conocimiento y el nivel de esfuerzo afectan la decisión de posibles alianzas de cooperación. Los resultados muestran que las capacidades de investigación tienen impactos distintivos en los niveles de esfuerzo a generar por parte de las universidades.

Se destaca que en un entorno competitivo con transferencia de conocimiento, los niveles de esfuerzo son inversos a los niveles de asimetría existentes. Donde se evidencia que el máximo nivel de esfuerzo esperado se genera cuando las universidades compiten con universidades que cuentan con las mismas capacidades de investigación. A mayores asimetrías de las capacidades de investigación en universidades, inducen a menores esfuerzos.

Este hallazgo nos permite evidenciar como las universidades de capacidades bajas se benefician de las mejoras de las universidades mayores capacidades, dado que esto les permite acceder a nuevas tecnologías y formas de conocimiento, que por sus dotaciones iniciales no podrían acceder o aprovechar de mejor forma

Así mismo, la transferencia de conocimiento en los modelos de no coordinación de esfuerzos, genera mayores beneficios esperados. Además mejoras en los acuerdos de transferencia de conocimiento entre universidades asimétricas, generan mayores beneficios para la universidad con menores capacidades de investigación

Un hallazgo clave se observa en el beneficio social, donde a mayores niveles de transferencia de conocimiento y con acuerdos de compartir conocimiento superiores al 0.5, induce a generar un espacio de coordinación del esfuerzo principalmente para universidades de altas capacidades de investigación. Mientras que bajos niveles de transferencia de conocimiento induce a beneficios sociales esperados iguales a cero.

Esta dinámica corresponde principalmente a las capacidades de absorción y apropiación de la transferencia de conocimiento, donde se evidencia que solo universidades con capacidades similares y dada una estructura de coordinación de esfuerzo, estas logran interactuar de forma más directa con mayor sincronía al recibir y coordinar el esfuerzo.

2 Modelo

Consideramos un juego con dos universidades, el cual estudiamos por medio de tres posibles escenarios, la forma en que deciden los esfuerzos óptimos cada tipo de universidad. En el primer escenario analizamos el caso en el cual cada tipo de universidad escoge de forma independiente sus niveles de esfuerzos y además decide previamente el no compartir conocimiento. En el segundo escenario se analiza cuando ambas universidades deciden de forma independiente sus niveles de esfuerzos y compartir conocimiento. Finalmente en el tercer escenario analizamos los efectos del beneficio social.

El modelo parte del supuesto de la existencia de solo dos universidades, y además de la existencia de una licitación estatal, del cual ambas tienen incentivos para su desarrollo. Asumimos que ambas universidades tienen interés en participar, además cuentan con los conocimientos y capacidades de investigación para su elaboración.

Adaptando la función de Tullock (Chowdhury and Sheremeta 2011), donde la universidad i selecciona su nivel de esfuerzo e_i y de forma simultánea lo hace la universidad j ,

selecciona su nivel de esfuerzo e_j , así como de forma exógena establecen acuerdos para transferencia de conocimiento y tecnología. El beneficio que obtendrá la universidad i por participar en el concurso esta dado por la siguiente ecuación.

$$V_i(e_i, e_j) = A * Y(e_i, e_j) - C(e_i, e_j) \quad (1)$$

Donde A es la proporción del concurso que esperan obtener. $Y(e_i, e_j)$ es el pago esperado de ganar el concurso para la universidad i , y está definida como:

$$Y(e_i) = \left(\frac{e_i}{e_i + e_j} \right) \quad (2)$$

Se debe destacar que el nivel de esfuerzo de una universidad no es ilimitado, este se distribuye en sus diversas actividades, por lo cual el nivel de esfuerzo tomará valores entre 0 y 1. Siendo 0, ningún esfuerzo y siendo 1 una dedicación exclusiva.

Por otro lado $C(e_i, e_j)$ es un función de costo.

$$C(e_i) = \frac{e_i}{k_i} - \beta e_j^2 \quad (3)$$

Donde k_i es el parámetro que captura la capacidad relativa de la universidad i frente al universo de universidades observadas. Este parámetro busca crear dentro del ecosistema de forma comparativa un ranking de capacidades de investigación, permitiendo reconocer un orden jerárquico y la brecha existente de las asimetrías en las capacidades de las universidades. Esto implica que si la universidad i cuenta con las mayores capacidades del entorno, tomará un valor de 1 y la universidad con menores capacidad toma valores cercanos a cero.

Además dado que las universidades no parten de un vacío del conocimiento, sino por el contrario debe tener por lo menos nociones sobre el concurso a participar e infraestructura para su desarrollo, por lo tanto su capacidad de investigación relativa será estrictamente positiva $k_i > 0$.

El nivel de transferencia de conocimiento, β , de la universidad i a la universidad j . Para este parámetro asumimos simetría en la absorción de la transferencia, lo cual implica que el nivel de conocimiento que se transfiere de la universidad i a la universidad j , será el mismo nivel de conocimiento que se transfiere de la universidad j hacia la universidad i .

Con el objetivo de cuantificar la proporción de transferencias de conocimiento, se acotarán entre 0 y 1, donde 1 significa que la universidad i transfiere el 100% de su conocimiento a la universidad j , de manera análoga, 0 significa que la universidad i no transfiere nada de su conocimiento a la universidad j . Así mismo se destaca que la transferencia de conocimiento no es ilimitada, esta dependerá de su conocimientos, capacidades de investigación y acuerdos generados previamente para transferencia de

conocimiento.

Además, los esfuerzos generados por la universidad j que interactúan con la transferencia de conocimiento βe_j^2 , no se apropian de forma perfecta, generando ritmos de apropiación diferenciales, los cuales dependerán de los acuerdos de transferencias y de las capacidades de quien reciba.

Por lo tanto, el problema de optimización del cual se desprende la función de mejor respuesta para la universidad i será:

$$V_i(e_i, e_j) = A \left(\underbrace{\frac{e_i}{e_i + e_j}}_{\text{Probabilidad de ganar}} \right) - \left(\frac{e_i}{k_i} - \underbrace{\beta e_j^2}_{\text{Transferencia de conocimiento}} \right) \quad (4)$$

De manera análoga para la universidad j :

$$V_j(e_i, e_j) = A \left(\underbrace{\frac{e_j}{e_i + e_j}}_{\text{Probabilidad de ganar}} \right) - \left(\frac{e_j}{k_j} - \underbrace{\beta e_i^2}_{\text{Transferencia de conocimiento}} \right) \quad (5)$$

En los juegos simultáneos tipo Tullock, el equilibrio de Nash se encuentra cuando se selecciona una estrategia de mejor respuesta a la mejor respuesta del otro jugador, es decir, cuando ambos jugadores maximizan su valor esperado del concurso (Fonseca 2009).

Al resolver simultáneamente, obtenemos en la siguiente proposición la caracterización de los equilibrios de Nash únicos para cada universidad.

Proposición 1:

En el escenario sin coordinación de esfuerzo, la transferencia de conocimiento no condiciona la elección del esfuerzo generado por las universidades.

El esfuerzo de equilibrio de Nash para la universidad i es:

$$e_i^* = \frac{Ak_i^2 k_j}{(k_i + k_j)^2} \quad (6)$$

El esfuerzo de equilibrio de Nash para la universidad j es:

$$e_j^* = \frac{Ak_i k_j^2}{(k_i + k_j)^2} \quad (7)$$

Finalmente, al incluir los esfuerzos de equilibrio en cada una de las funciones de beneficio por participar en el concurso, obtenemos el beneficio esperado de la universidad i y j , caracterizado en la siguiente proposición:

Proposición 2:

Beneficio óptimo para la universidad i :

$$V_i^* = \frac{\beta A^2 k_i^2 k_j^4}{(k_i + k_j)^4} - \frac{A k_i k_j}{(k_i + k_j)^2} + \frac{A k_i}{(k_i + k_j)} \quad (8)$$

Beneficio óptimo para la universidad j :

$$V_j^* = \frac{\beta A^2 k_i^4 k_j^2}{(k_i + k_j)^4} - \frac{A k_i k_j}{(k_i + k_j)^2} + \frac{A k_j}{(k_i + k_j)} \quad (9)$$

2.1 Esfuerzo no cooperativo sin transmisión de conocimiento.

A partir de los resultados obtenidos en las proposiciones 1 y 2, analizamos los efectos de no establecer ningún tipo de alianza de cooperación, es decir $\beta = 0$, donde la universidad decide avanzar desde sus capacidades de investigación. Para ello reconocemos que las dos universidades se encuentran en un entorno competitivo, y deciden desarrollar sus agendas de investigación de forma aislada. En otras palabras, cada una trabaja con sus capacidades de investigación y no comparten conocimiento ni tecnología. Además, deciden participar en un concurso de licitación estatal, por lo cual escogen independientemente su nivel de esfuerzo con que van a participar en la licitación.

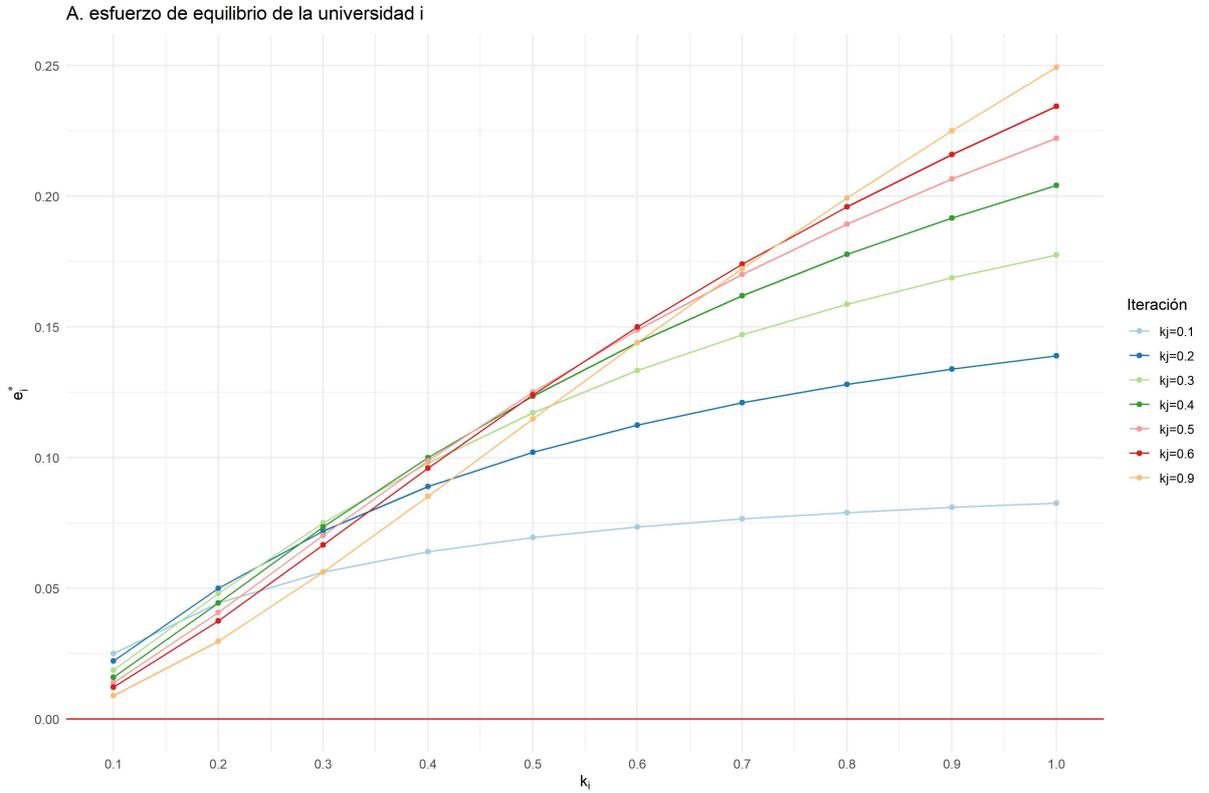


Figure 1: Esfuerzo de equilibrio de la universidad i , según cambios en las capacidades de investigación. Simulación basada en la ecuación 8, con $A=1$

Al observar la dinámica de los esfuerzos de equilibrio de la figura 1, se evidencia que el nivel de esfuerzo de equilibrio que establece la universidad i , se encuentra condicionado de forma escalonada por el nivel de las capacidades de la universidad j , donde se evidencia que la universidad i realiza su máximo esfuerzo cuando la universidad j tiene las mismas capacidades. Esto ocurre por la forma en la universidad i percibe la competencia de la universidad j , donde al contar con las mismas capacidades, estas se encuentran en el mismo nivel de competencia, generando incentivos a competir y dar su máximo nivel de esfuerzo.

En caso contrario, cuando las capacidades de la universidad j son las menores o mayores su nivel de esfuerzo será menor y dependerá de la dirección de la brecha de capacidades existentes. Es decir, la forma en que la universidad i percibe su competencia, en el caso que la universidad i tenga capacidades bajas, por ejemplo $k_i = 0.1$ y compite con la universidad j , la cual tiene capacidades altas, genera desincentivo para la que la universidad i en el uso de su esfuerzo, induciéndolos a dar su mínimo esfuerzo.

Proposición 3: Efectos de las capacidades de investigación en los niveles de esfuerzo

(P.3.1.) El máximo nivel de esfuerzo se genera cuando las universidades compiten con universidades que cuentan con las mismas capacidades de investigación.

(P.3.2.) A mayores asimetrías de las capacidades de investigación en universidades, inducen menores esfuerzos.

(P.3.3.) El nivel de esfuerzo de las universidades con capacidades altas es mayor que el nivel de esfuerzo generado por las universidades con capacidades bajas.

Por medio del uso del análisis de estática comparativa, evidenciamos por medio de la ecuación 8, que la transferencia de conocimiento no incide en los niveles de esfuerzos que genera la universidad i . Lo cual ocurre principalmente porque la propia dedicación de esfuerzo como el esfuerzo del rival, se percibe como el principal instrumento para la formulación de la propuesta para el concurso. Es por esto que el nivel de transferencia de conocimiento no interactúa en la decisión del nivel de esfuerzo.

Al observar las posibles variaciones en el esfuerzo que puede generar la universidad i , causada por mejorar sus capacidades de investigación k_i en la ecuación 8, y los resultados de la simulación en la figura 2.A, se evidencia los siguientes resultados:

$$\frac{\partial e_i^*}{\partial k_i} = \frac{2Ak_i k_j^2}{(k_i + k_j)^3} \quad (10)$$

Aumentos en las capacidades de investigación de la universidad k_i genera variaciones positivas en su esfuerzo. Sin embargo, la razón de cambio del esfuerzo varía respecto a la brecha entre las capacidades de investigación.

Se evidencia que cuando ambas universidades presentan capacidades bajas, la uni-

versidad i tiene incentivos para realizar mayores esfuerzos, respecto a los esfuerzos que realiza cuando existen amplias asimetrías. Por ejemplo en la figura 2.A, se observa que si la universidad j cuenta con capacidad de investigación alta ($k_j = 0.9$) y la universidad i presenta una capacidad baja ($k_i = 0.1$), se evidencia que la tasa de cambio en el esfuerzo es baja, sin embargo a medida que compite con universidades más homogéneas, se encuentra más dispuesta a realizar mayor esfuerzo.

Se destaca que en el caso de la universidad i tiene capacidades altas (por ejemplo $k_i = 0.9$) y la universidad j capacidades bajas (por ejemplo $k_j = 0.1$), presentan una mayor tasa de esfuerzo de forma comparativa al caso contrario, es decir, no deslegitima los esfuerzos que puede generar la universidad j .

Al observar los efectos de las capacidades de investigación de la universidad j frente al esfuerzo de la universidad i (Figura 2b), se evidencia que:

$$\frac{\partial e_i^*}{\partial k_j} = \frac{Ak_i^2(k_i - k_j)}{(k_i + k_j)^3} \quad (11)$$

- i) Cuando las capacidades de investigación de la universidad i son inferiores a las capacidades de la universidad j , es decir, $k_i < k_j$, la tasa de cambio del esfuerzo es negativa, lo cual implica desincentivo a mejorar el nivel de esfuerzo.
- ii) Cuando las capacidades de investigación de la universidad i son superiores a las capacidades de la universidad j , es decir, $k_i > k_j$, se evidencia que la tasa de cambio es positiva, donde se generan incentivos a mejorar su esfuerzo, con mayores tasas de cambio en los casos que compite con universidades que presentan mayores asimetrías. En caso contrario, cuando la asimetría en capacidades es pequeña la tasa de cambio del esfuerzo es menor.
- iii) Cuando las capacidades de investigación de la universidad i son iguales a las capacidades de la universidad j , es decir, $k_i = k_j$, se evidencia que la tasa de cambio en los esfuerzos no varía.

Respecto a la función de beneficio de la universidad i , al observar la ecuación 10, donde no existe intercambios de conocimiento ($\beta = 0$), los beneficios dependen de las capacidades de la universidad j , donde se evidencia que el máximo beneficio esperado se da cuando compite con una universidad j que presenta menor capacidad de investigación. Además se observa que mejora su beneficio a medida que aumenta sus propias capacidades.

Al observar las posibles variaciones en el beneficio que puede generar la universidad i , causada por mejorar sus capacidades de investigación (ecuación 14), se evidencia que en el caso que las capacidades de la universidad i sean menores que las capacidades de la universidad j , y entre mayor sea la asimetría entre ambas universidades, se espera una menor tasa de cambio en el beneficio.

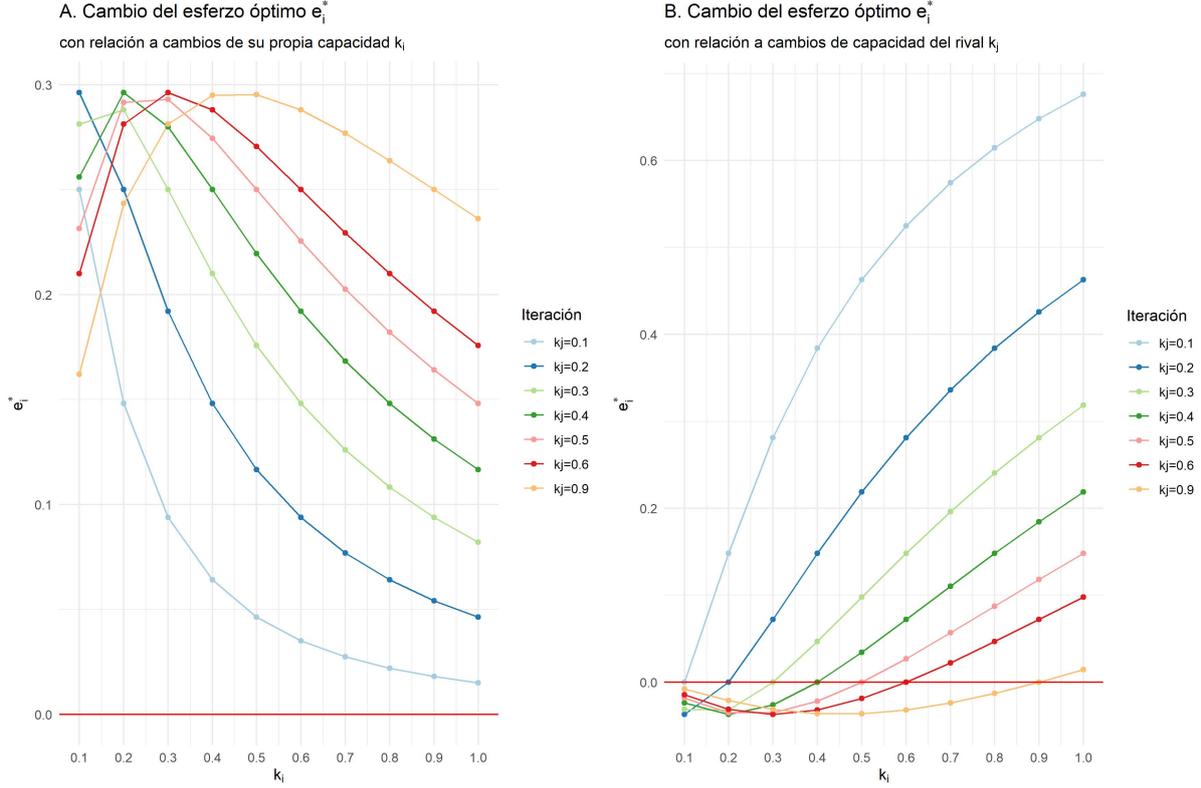


Figure 2: Cambios en el esfuerzo óptimo de la universidad i , según cambios en las capacidades de investigación. Simulación basada en las ecuaciones 12 y 13 respectivamente, con $A=1$

$$\frac{\partial V_i^*(e_i, e_j)}{\partial k_i} = \frac{2Ak_i k_j (-A\beta k_i k_j^3 + A\beta k_j^4 + k_i^2 + 2k_i k_j + k_j^2)}{(k_i + k_j)^5} \quad (12)$$

De forma análoga los mismos análisis aplican para la universidad j .

2.2 Esfuerzo no cooperativo con transmisión de conocimiento.

En esta sección, tomamos como punto de partida los resultados obtenidos en las proposiciones 1 y 2, analizamos los efectos de establecer alianza de cooperación basadas en transferencias de conocimiento, es decir $\beta > 0$. Además, deciden participar en un concurso de licitación estatal, por lo cual escogen independientemente su nivel de esfuerzo con que van a participar en la licitación.

Basados en los resultados de la proposición 1, donde se evidencia que el parámetro β afecta a la estructura del beneficio de las universidades i y j , por lo tanto el análisis del esfuerzo del escenario anterior aplica para este escenario.

Al analizar los efectos de la transferencia de conocimiento, se observa que este actúa como un ponderador del beneficio, donde a medida que aumentan los niveles de transferencia, el beneficio también será mayor. Lo cual implica que al compartir capacidades de investigación, éstas podrán acceder a nuevas capacidades técnicas y tecnológicas, permitiéndoles ser más eficientes en el uso de sus esfuerzos, lo cual repercute en un mayor beneficio esperado.

Adicionalmente se observa que el beneficio esperado es más significativo cuando los acuerdos de transferencia de conocimiento se dan entre universidades con altas capacidades de investigación. Esto ocurre principalmente porque las universidades con mayores capacidades de investigación se espera cuenten con las infraestructuras técnicas y tecnológicas de vanguardia. Así mismo se espera que las universidades con capacidades de investigación bajas cuenten tecnológicas en procesos de obsolescencia.

Por otro lado, al observar como las variaciones del beneficio esperado, a medida que mejoran las capacidades de la universidad i , su beneficio variara a tasas de cambio diferenciales, las cuales dependen las capacidades de su competencia.

Siempre que las capacidades de las universidad i sean menores que las capacidades de las universidad j , su máximo beneficio esperado se dará cuando las universidad i compita con la universidad j que presenten las mayores capacidades. En caso contrario, ($k_i > k_j$) el competir con universidades que presentan menores capacidades produce reducciones en el beneficios esperado. Y en caso que sean iguales la variación en el beneficio es nula.

Este hallazgo nos permite evidenciar siempre que exista un acuerdo de transferencia de conocimiento, como las universidades de capacidades bajas se benefician de las mejoras de las universidades mayores capacidades, dado que esto les permite acceder a nuevas formas tecnologías y de conocimiento, que por sus dotaciones iniciales no podrían acceder o aprovechar de mejor forma.

Proposición 4: Efectos de la transferencia de conocimiento en el beneficio esperado

(P.4.1.) Mayores niveles de transferencia de conocimiento, genera mayores beneficios esperados.

(P.4.2.) Mejoras en los acuerdos de transferencia de conocimiento entre universidades asimétricas, generan mayores beneficios para la universidad con menores capacidades de investigación.

De forma análoga los mismos análisis aplican para la universidad j .

2.3 Beneficio social

De forma análoga que los escenarios anteriores, se realiza una adaptación a la función de Tullock (Chowdhury and Sheremeta 2011), donde las universidades i y j coordinan sus niveles de esfuerzo, así como los niveles para transferencia de conocimiento y tecnología. El beneficio que se obtendrá de dicha coordinación estará dado por la siguiente ecuación.

$$V_s = V_i + V_j \quad (13)$$

$$V_s = \left(\frac{Ae_j}{e_i + e_j} \right) - \left(\frac{e_j}{k_j} - \beta e_i^2 \right) + \left(\frac{Ae_i}{e_i + e_j} \right) - \left(\frac{e_i}{k_i} - \beta e_j^2 \right) \quad (14)$$

Simplificando la ecuación anterior:

$$V_s = \left(\frac{Ak_i k_j + \beta e_i^2 k_i k_j + \beta e_j^2 k_i k_j - e_i k_j - e_j k_i}{k_i k_j} \right) \quad (15)$$

Solucionando de forma equivalente al modelo anterior, obtenemos los siguientes esfuerzos de equilibrio social, y el beneficio social esperado, caracterizada en la siguiente proposición.

Proposición 5: Define $\tilde{\beta} : \frac{k_i^2 + k_j^2}{(2\sqrt{A}k_i k_j)^2}$ entonces

(P.5.1.): Para el nivel de transferencia de conocimiento $\beta > \tilde{\beta}$, el nivel de esfuerzo social es de:

$$e_i^s = \frac{1}{2\beta k_i} \quad (16)$$

$$e_j^s = \frac{1}{2\beta k_j} \quad (17)$$

lo cual genera un beneficio social de

$$V_s^* = \frac{4A\beta k_i^2 k_j^2 - k_i^2 - k_j^2}{4\beta k_i^2 k_j^2} \quad (18)$$

(P.5.2.): Para un nivel de transferencia de conocimiento $\beta \leq \tilde{\beta}$, el nivel de esfuerzo social es de $e_i^s = e_j^s = 0$, generando un beneficio social de cero, $V_s^* = 0$

Por medio del análisis de estática comparativa se observa para el esfuerzo generado por la universidad i , depende exclusivamente de los niveles de transferencia de conocimiento y de sus capacidades de investigación, donde a medida que aumentan alguna de estas dos variables, el nivel de esfuerzo disminuye.

$$\frac{\partial e_i^s}{\partial k_i} = -\frac{1}{2\beta k_i^2} \quad (19)$$

Respecto al bienestar social, se evidencia que los efectos generados por sus capacidades causan efectos positivos, siempre que exista transferencia de conocimiento y $k_i > k_j$.

$$\frac{\partial V_s}{\partial k_i} = \frac{k_i - k_j}{2\beta k_i^3 k_j} \quad (20)$$

De forma análoga se observan los mismos resultados para la universidad j .

Al observar la estructura del beneficio con coordinación de esfuerzos, se evidencia que el beneficio social óptimo, se da cuando la universidad i , se articula con la universidad que cuenta con mejores capacidades de investigación. Sin embargo el tamaño del beneficio esperado, depende del nivel de transferencia de conocimiento, así como del grado y dirección de asimetría de las capacidades de las universidades.

Por medio de la figura 3, se observan que las alianzas son especialmente beneficiosas para las universidades que cuentan con acuerdo de conocimientos superiores a 0.5, evidenciando que acuerdos de conocimientos con valores superiores permiten asociaciones beneficiosas para un grupo más amplio de universidades con capacidades altas.

Esta dinámica corresponde principalmente a las capacidades de absorción y apropiación de la transferencia de conocimiento, donde se evidencia que solo universidades con capacidades similares y dada una estructura de coordinación de esfuerzo, estas lograrán

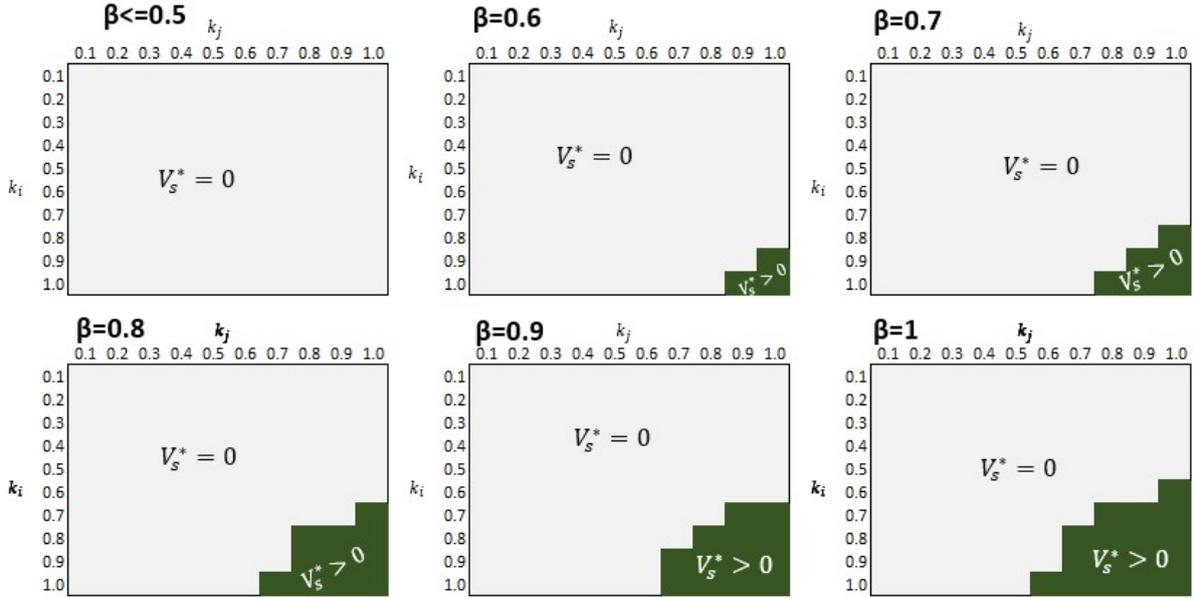


Figure 3: Beneficio social de la universidad i , según cambios en las capacidades de investigación. Simulación basada en la ecuación 20 con $A=1$

interactuar de forma más directa con mayor sincronía al recibir y coordinar el esfuerzo.

Por otro lado, se evidencia que las universidades ampliamente asimétricas con capacidades de investigación bajas presentan beneficios sociales iguales a cero, lo cual ocurre principalmente por la transferir conocimiento, se genera para la universidad con bajas capacidades una restricción para el desarrollo e integración de otras universidades, dado que debe incurrir en mayores capacitaciones o el limitar el alcance de sus objetivos.

Así mismo para la universidad de bajas capacidades, el recibir mayores niveles de transferencia, les implica mayores niveles de apropiación de los cuales posiblemente no se encuentran preparados para recibir.

Proposición 6: Efectos de la transferencia de conocimiento en el beneficio social esperado

(P.6.1.1) Mayores niveles de transferencia de conocimiento y con acuerdos de compartir conocimiento superiores al 0.5, induce a generar un espacio de coordinación del esfuerzo principalmente para universidades de altas capacidades de investigación.

(P.6.2.1) Bajos niveles de transferencia de conocimiento induce beneficios sociales iguales a cero.

2.4 Diferencias entre beneficios

Al comparar los beneficios esperados entre los escenarios de coordinar o no esfuerzos, y considerando los resultados presentados en la proposición 2 y 3, se evidencia que para

las universidades i y j , siempre es más beneficioso no coordinar sus esfuerzo.

$$(V_i + V_j) - V_s \quad (21)$$

Sin embargo al observar los niveles de beneficio esperado de acuerdo con sus capacidades de investigación, se evidencia que a medida que aumentan sus capacidades de investigación y los acuerdos de transferencias de conocimiento, los beneficios esperados en los diferentes escenarios, se tienden a igualar. En el caso de universidades con altas capacidades de investigación su beneficio comparativo es cercano a cero, es decir, estas universidades con los mayores niveles pueden estar indiferentes en cualquiera de los escenarios analizados.

$$(V_i + V_j) - V_s = \frac{4A^2\beta^2 k_i^4 k_j^4 (k_i^2 + k_j^2) - 8A\beta k_i^3 k_j^3 (k_i + k_j)^2 + (k_i + k_j)^4 (k_i^2 + k_j^2)}{4\beta k_i^2 k_j^2 (k_i + k_j)^4} \quad (22)$$

3 Conclusión

Durante la elaboración de este estudio, surgieron algunos puntos de discusión alrededor de la propuesta de modelo, los resultados derivados de la propuesta y las nociones de capacidad de investigación consideras. Se evidencio que el modelo requiere de una mejor aproximación para comprender como los esfuerzos sistemáticos pueden mejorar el grado de apropiación de la transferencia de conocimiento, generando mejoras en sus capacidades de investigación. Además de reconocer que una parte de las capacidades es acumulativa por trayectoria de la institución y de sus investigadores, y otra parte se configura dentro de un proceso dinámico, que reconoce desde una perspectiva espaciotemporal el fortalecimiento o perdida de capacidades de cada universidad.

Otro aspecto clave que requiere de nuevas aproximaciones, es la comprensión de un modelo de coordinación de esfuerzos, que permita reconocer los efectos de una mayor competencia entre las universidades que deciden coordinar sus esfuerzos y universidades que no coordinen sus esfuerzos en el proceso del concurso.

Este estudio muestra los efectos causados por el grado de asimetría en capacidades de investigación entre las universidades, entendida como la distribución desigual de insumos y resultados con los que cuenta cada universidad. Evidenciando que las estructuras de competencia en la participación de un concurso generan incentivos diferenciales a generar mayores esfuerzos dependiendo contra quien participaran en el concurso.

En términos de los resultados derivados de la aplicación del modelo propuesto, se evidencian distancias significativas en los niveles de esfuerzos dispuestos a generar cada tipo de universidad, de acuerdo con sus capacidades y de su competencia. Donde los esfuerzos mayores se generan cuando se compite entre universidades con mayores capacidades de

investigación. Lo cual induce a que las mejores propuestas pueden ser presentadas por las universidades que mayor esfuerzo realicen, produciendo asignación de estos concursos a universidades de altas capacidades. Esta dinámica genera que las universidades de bajas capacidades no logren acceder a estos recursos que les permiten mejorar sus capacidades de investigación, configurando así mayores niveles de asimetría.

En este sentido, las universidades que lideran los sistemas nacionales de Ciencia y tecnología establecen los umbrales de nivel de esfuerzo a competir y en la calidad como alcance de las propuestas que tendrán impacto en el desarrollo económico y social.

Por lo tanto, los instrumentos de política orientados a fortalecer los sistemas de ciencia, tecnología e innovación, así como las acciones de las universidades deben focalizarse de acuerdo con el nivel de desarrollo de cada tipo de universidad. Al reconocer la heterogeneidad y particular de las capacidades de investigación de cada universidad se podrán adoptar mecanismo diferenciales y efectivos.

De lo anterior se deduce que el eje central para el fortalecimiento de las capacidades de investigación no solo se ve influenciado por los mecanismo e instrumentos, sino también de la forma en la cual sus actores comprenden e interactúan, es decir, el desarrollo científico y tecnológico debe comprenderse como un proceso que garantice la interacción de todos sus actores. Por lo tanto, se debe propender en la creación de escenarios cuyo principal objetivo sea se encuentre en la creación y desarrollo de capacidad colectiva.

Como línea de trabajo futura, se pretende tener en cuenta otras formas de investigación en universidades, dado que aproximación propuesta en este documento consideró a cada universidad como unidad análisis y no se analizó los vínculos institucionales y relaciones existentes que contribuyen a la conformación de clúster de investigación, que fortalecen las capacidades existentes.

Referencias bibliográficas

- Bae, Sung Joo, and Hyeonsuh Lee. 2020. “The Role of Government in Fostering Collaborative R&D Projects: Empirical Evidence from South Korea.” *Technological Forecasting and Social Change* 151: 119826.
- Baggio, Daniela, Douglas Wegner, and Gustavo Dalmarco. 2018. “Coordination Mechanisms of Collaborative R&D Projects in Small and Medium Enterprises.” *RAM. Revista de Administração Mackenzie* 19 (2).
- Canhoto, Ana Isabel, Sarah Quinton, Paul Jackson, and Sally Dibb. 2016. “The Co-Production of Value in Digital, University–Industry R&D Collaborative Projects.” *Industrial Marketing Management* 56: 86–96.
- Cassiman, Bruno, and Reinhilde Veugelers. 2002. “R&D Cooperation and Spillovers: Some Empirical Evidence from Belgium.” *American Economic Review* 92 (4): 1169–84.
- Chowdhury, S. M., and R. M. Sheremeta. 2011. “A Generalized Tullock Contest.” *Public Choice* 147 (3-4): 413–20. <https://doi.org/10.1007/s11127-010-9636-3>.
- Elyoussoufi Attou, O., S. E. L. Ganich, I. Taouaf, M. Arouch, and B. Oulhadj. 2019. “Modelization of the Value Chain for Effective Technology Transfer Within Universities in Morocco.” *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering* 8 (5): 1808–23. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2019/03852019>.
- Fonseca, M. A. 2009. “An Experimental Investigation of Asymmetric Contests.” *International Journal of Industrial Organization* 27 (5): 582–91. <https://doi.org/10.1016/j.ijindorg.2009.01.004>.
- Kobarg, Sebastian, Jutta Stumpf-Wollersheim, and Isabell M Welp. 2018. “University–Industry Collaborations and Product Innovation Performance: The Moderating Effects of Absorptive Capacity and Innovation Competencies.” *The Journal of Technology Transfer* 43 (6): 1696–1724.
- Leyden, Dennis Patrick, and Albert N Link. 2017. “Knowledge Spillovers, Collective Entrepreneurship, and Economic Growth: The Role of Universities.” In *Universities and the Entrepreneurial Ecosystem*. Edward Elgar Publishing.
- Lhuillery, Stéphane, and Etienne Pfister. 2009. “R&D Cooperation and Failures in Innovation Projects: Empirical Evidence from French CIS Data.” *Research Policy* 38 (1): 45–57.
- Liefner, Ingo, Yue-fang Si, and Kerstin Schäfer. 2019. “A Latecomer Firm’s R&D Collaboration with Advanced Country Universities and Research Institutes: The Case of Huawei in Germany.” *Technovation* 86: 3–14.
- Nepelski, Daniel, and Giuseppe Piroli. 2018. “Organizational Diversity and Innovation Potential of EU-Funded Research Projects.” *The Journal of Technology Transfer* 43 (3): 615–39.

- Nishimura, Junichi, and Hiroyuki Okamuro. 2016. "Knowledge and Rent Spillovers Through Government-Sponsored R&D Consortia." *Science and Public Policy* 43 (2): 207–25.
- Okamuro, Hiroyuki, and Junichi Nishimura. 2018. "Whose Business Is Your Project? A Comparative Study of Different Subsidy Policy Schemes for Collaborative R&D." *Technological Forecasting and Social Change* 127: 85–96.
- Wu, SB, X Gu, GD Wu, and Q Zhou. 2016. "Cooperative R&D Contract of Supply Chain Considering the Quality of Product Innovation." *International Journal of Simulation Modelling* 15 (2): 341–51.
- Zeng, Deming, Luyun Xu, and Xia-an Bi. 2017. "Effects of Asymmetric Knowledge Spillovers on the Stability of Horizontal and Vertical R&D Cooperation." *Computational and Mathematical Organization Theory* 23 (1): 32–60.

Apéndice

Prueba de proposición 1

Partiendo de la adaptación de la función tipo tullock para la universidad i (ecuación 4), se obtiene que la condición de primer orden, de donde se desprende la función de mejor respuesta para la universidad i está dada por:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i} = \frac{1}{k_i} - \frac{Ae_j}{(e_i + e_j)^2} = 0$$

Al despejar el esfuerzo que genera la universidad j , dada la mejor respuesta de la universidad i , se obtiene:

$$\frac{1}{k_i} = \frac{Ae_j}{(e_i + e_j)^2}$$
$$e_j = \sqrt{k_j A e_i} - e_i$$

De forma análoga para la universidad j (ecuación 5), de la condición de primer orden, se obtiene

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial e_j} = \frac{1}{k_j} - \frac{Ae_i}{(e_i + e_j)^2} = 0$$

Al despejar el esfuerzo que genera la universidad i , dada la mejor respuesta de la universidad j , se obtiene:

$$\frac{1}{k_j} = \frac{Ae_i}{(e_i + e_j)^2}$$
$$e_i = \sqrt{k_i A e_j} - e_j$$

Finalmente al igualar los esfuerzos de mejor respuesta, se obtiene el esfuerzo de equilibrio de Nash para la universidad j

$$\frac{1}{k_i A e_j} = \frac{1}{k_j A e_i}$$
$$\frac{1}{k_i} = \frac{Ae_j}{\left(\frac{k_i e_j}{k_j} + e_j\right)^2}$$
$$e_j = \frac{A k_i}{\left(\frac{k_i}{k_j}\right)^2 + \frac{2k_i}{k_j} + 1}$$
$$e_j = \frac{A k_i k_j^2}{(k_i^2 + 2k_i k_j + k_j^2)}$$

El esfuerzo de equilibrio de Nash para j es: $e_j^* = \frac{Ak_i k_j^2}{(k_i + k_j)^2}$

Por simetría el esfuerzo de equilibrio de Nash para i es: $e_i^* = \frac{Ak_j^2 k_j}{(k_i + k_j)^2}$

Prueba de proposición 2

Al incluir el esfuerzo óptimo de la universidad i y de la universidad j , se obtiene la siguiente expresión:

$$V_i = \frac{A\left(\frac{Ak_i k_j^2}{(k_i + k_j)^2}\right)}{\frac{Ak_i^2 k_j}{(k_i + k_j)^2} + \frac{Ak_i k_j^2}{(k_i + k_j)^2}} - \frac{Ak_j^2}{(k_i + k_j)^2} + \beta\left(\frac{Ak_i^2 k_j}{(k_i + k_j)^2}\right)^2$$

Del cual se desprende el beneficio óptimo para la universidad i , $V_i^* = \frac{A^2 k_i k_j^2}{Ak_i^2 k_j + Ak_i k_j^2} - \frac{Ak_j^2}{(k_i + k_j)^2} + \frac{(\beta Ak_i^2 k_j)^2}{(k_i + k_j)^4}$

y el beneficio óptimo para la universidad j es:

$$V_j^* = \frac{A^2 k_j^2 k_j}{Ak_i k_j^2 + Ak_i^2 k_j} - \frac{Ak_i^2}{(k_i + k_j)^2} + \frac{(\beta Ak_i k_j^2)^2}{(k_i + k_j)^4}$$

Prueba de proposición 5

Partiendo de la agregación de los dos beneficios generados por la adaptación de la función de tullock (ecuación 15), al simplificar se obtiene el bienestar social,

$$V_s = \frac{Ak_i k_j + \beta e_i^2 k_i k_j + \beta e_j^2 k_i k_j - e_i k_j - e_j k_i}{k_i k_j}$$

Por medio de las condiciones de primer orden, se obtienen el esfuerzo de equilibrio de la universidad i :

$$\frac{\partial V_s}{\partial e_i} = 2\beta e_i - \frac{1}{k_i} = 0$$

$$e_i^* = \frac{1}{2k_i \beta}$$

y de forma análoga para la universidad j es :

$$\frac{\partial V_s}{\partial e_j} = 2\beta e_j - \frac{1}{k_j} = 0$$

$$e_j^* = \frac{1}{2k_j \beta}$$

Finalmente al incluir los esfuerzos de equilibrio de la universidad i y de la universidad j , en la función de bienestar social (ecuación 15), se obtiene el beneficio social óptimo:

$$V_s^* = \frac{4A\beta k_i^2 k_j^2 - k_i^2 - k_j^2}{4\beta k_i^2 k_j^2}$$

Código para las simulaciones

```
#Librerias
```

```
library(dplyr)
library(tidyr)
library(ggplot2)
library(latex2exp)
library(faraway)
require(gridExtra)
```

```
#Parámetros iniciales
```

```
a=1
x=0.1
y=0.1
```

```
#Simulaciones
```

```
#### Figure 1:
```

```
y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)
resultado=matrix(NA,10,length(y1))
for (j in 1:length(y1)) {
  y=y1[j]
  for (i in 1:10) {
    x=i/10
    resultado[i,j]=(a*(x^2)*y)/((x+y)^2)
  }
}
```

```
resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)
colnames(resultado)<-c("kj=0.1","kj=0.2","kj=0.3",
                      "kj=0.4","kj=0.5","kj=0.6","kj=0.9","k_i")
resultado<-data.frame(resultado)
datos1=gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
datos1$Iteración=gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)
```

```

g1<-ggplot(data=datos1, aes(x=k.i, y=valores, group=Iteración,
                             color=Iteración)) +
  geom_line() + geom_point()+
  scale_color_brewer(palette="Paired")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(0.1,1,0.1))+
  theme_minimal()+ xlab(TeX("k_i")) + ylab(TeX("e^*_{i}"))+
  geom_hline(yintercept = 0, colour = "red")+
  ggtitle(TeX("A. esfuerzo de equilibrio de la universidad  $i$") )

```

Figure 2:

#Ecuación 12

```
x=0.1
```

```
y=0.1
```

```
y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)
```

```
resultado=matrix(NA,10,length(y1))
```

```
for (j in 1:length(y1)) {
```

```
  y=y1[j]
```

```
  for (i in 1:10) {
```

```
    x=i/10
```

```
    resultado[i,j]=(2*a*x*(y^2))/((x+y)^3)
```

```
  }
```

```
}
```

```
resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)
```

```
colnames(resultado)<-c("kj=0.1", "kj=0.2", "kj=0.3",
```

```
                      "kj=0.4", "kj=0.5", "kj=0.6", "kj=0.9", "k_i")
```

```
resultado<-data.frame(resultado)
```

```
datos1=gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
```

```

datos1$Iteración=gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)

g1<-ggplot(data=datos1, aes(x=k.i, y=valores, group=Iteración,
                           color=Iteración)) +
  geom_line() + geom_point()+
  scale_color_brewer(palette="Paired")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(0.1,1,0.1))+
  theme_minimal()+ xlab(TeX("k_i")) + ylab(TeX("e^*_i"))+
  geom_hline(yintercept = 0, colour = "red")+
  labs(title = TeX("A.Cambio del esferzo óptimo $e^*_i$"),
       subtitle =TeX("con relación a cambios de su propia capacidad $k_{i}$"))

#####

x=0.1
y=0.1

y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)
resultado=matrix(NA,10,length(y1))
for (j in 1:length(y1)) {
  y=y1[j]
  for (i in 1:10) {
    x=i/10
    resultado[i,j]=(a*x^2*(x-y))/((x+y)^3)

  }
}

resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)
colnames(resultado)<-c("kj=0.1", "kj=0.2", "kj=0.3",
"kj=0.4", "kj=0.5", "kj=0.6", "kj=0.9", "k_i")
resultado<-data.frame(resultado)
datos1=gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
datos1$Iteración=gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)

g2<-ggplot(data=datos1, aes(x=k.i, y=valores, group=Iteración,
                           color=Iteración)) +

```

```

geom_line() + geom_point()+
scale_color_brewer(palette="Paired")+
scale_x_continuous(breaks = seq(0.1,1,0.1))+
theme_minimal() + xlab(TeX("$k_{i}$")) + ylab(TeX("$e^{*}_{i}$"))+
geom_hline(yintercept = 0, colour = "red")+
labs(title = TeX("B.Cambio del esferzo óptimo $e^{*}_{i}$"),
      subtitle =TeX("con relación a cambios de capacidad del rival $k_{j}$"))

```

```
#p3<-grid.arrange(g1,g2, nrow=1,ncol=2)
```

Figure 3:

```
x=0.1
```

```
y=0.1
```

```
b=0
```

```
y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)
```

```
resultado=matrix(NA,10,length(y1))
```

```
for (j in 1:length(y1)) {
```

```
  y=y1[j]
```

```
  for (i in 1:10) {
```

```
    x=i/10
```

```
    resultado[i,j]=((b*(a^2)*(x^2)*(y^4))/
```

```
    (x+y)^4)-((a*x*y)/(x+y)^2)+(a*x/(x+y))
```

```
  }
```

```
}
```

```
resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)
```

```
colnames(resultado)<-c("kj=0.1","kj=0.2","kj=0.3",
```

```
                      "kj=0.4","kj=0.5","kj=0.6","kj=0.9","k_i")
```

```

resultado<-data.frame(resultado)
datos1=gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
datos1$Iteración=gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)

g2<-ggplot(data=datos1, aes(x=k.i, y=valores, group=Iteración,
                           color=Iteración)) +
  geom_line() + geom_point()+
  scale_color_brewer(palette="Paired")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(0.1,1,0.1))+
  theme_minimal()+ xlab(TeX("$k_{i}$")) + ylab(TeX("$V^*_{i}$"))+
  geom_hline(yintercept = 0, colour = "red")+
  ggtitle(TeX("A. Beneficio de equilibrio universidad $i$ con $\beta = 0$"))

```

Figura 4

#Variación del Beneficio

```

x=0.1
y=0.1
b=0

```

```

y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)
resultado=matrix(NA,10,length(y1))
for (j in 1:length(y1)) {
  y=y1[j]
  for (i in 1:10) {
    x=i/10
    resultado[i,j]=(2*a*x*y*(x^2+2*x*y+y^2-a*b*x*y^3+a*b*y^4))/(x+y)^5
  }
}

```

```

resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)

```

```

colnames(resultado) <- c("kj=0.1", "kj=0.2", "kj=0.3",
                        "kj=0.4", "kj=0.5", "kj=0.6", "kj=0.9", "k_i")
resultado <- data.frame(resultado)
datos1 = gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
datos1$Iteración = gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)
datos1$Iteración = gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)
g2 <- ggplot(data=datos1, aes(x=k_i, y=valores, group=Iteración,
                             color=Iteración)) +
  geom_line() + geom_point() +
  scale_color_brewer(palette="Paired") +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0.1, 1, 0.1)) +
  theme_minimal() + xlab(TeX("$k_{i}$")) + ylab(TeX("$V^{*}_{i}$")) +
  geom_hline(yintercept = 0, colour = "red") +
  labs(title = TeX("A. Cambio del beneficio $V^{*}_{i}$ "),
        subtitle = TeX("con relación a cambios de su capacidad $k_{i}$$,
                        con $\beta = 0$"))

```

Figura 6

#Diferencias entre beneficios

x=0

y=0

b=0.1

y1=c(0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.9)

resultado=matrix(NA,10,length(y1))

for (j in 1:length(y1)) {

 y=y1[j]

 for (i in 1:10) {

 x=i/10

 resultado[i,j]=(4*a^2*b^2*x^4*y^4*(x^2 + y^2)-

 8*a*b*x^3*y^3*(x+y)^2+(x+y)^4*(x^2+y^2))/(4*b*x^2*y^2*(x+y)^4)

 }

}

```

resultado<-cbind(resultado,seq(1:10)/10)
colnames(resultado)<-c("kj=0.1","kj=0.2","kj=0.3",
                      "kj=0.4","kj=0.5","kj=0.6","kj=0.9","k_i")
resultado<-data.frame(resultado)
datos1=gather(data=resultado, key="Iteración", value="valores", 1:7)
datos1$Iteración=gsub("kj.", "kj=", datos1$Iteración)

g2<-ggplot(data=datos1, aes(x=k.i, y=valores, group=Iteración,
                           color=Iteración)) +
  geom_line() + geom_point()+
  scale_color_brewer(palette="Paired")+
  scale_x_continuous(breaks = seq(0.1,1,0.1))+
  scale_y_continuous(breaks = round(seq(min(datos1$valores),
max(datos1$valores), (max(datos1$valores)-min(datos1$valores))/10)))+
  theme_minimal()+
  xlab(TeX("$k_{i}$")) + ylab(TeX("$ (V^*_{i}+V^*_{j})-V^*_{s}$"))+
  #geom_hline(yintercept = 0, colour = "red")+
  ggtitle(TeX("A. Beneficio óptimo universidad $i$ con $\beta = 0.1$"))

```