

Taller 0: Microeconomía I

2017-I

2 de febrero de 2017

Profesores: Andrea Atencio, Carlos Sepúlveda, Santiago Sautua y Luis H. Gutiérrez.

Repaso Matemático

Ejercicio 1

Para la siguiente función:

$$F(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{(1-\alpha)}, \quad \alpha \in (0, 1).$$

- Pruebe que es homogénea de grado 1.
- Maximice respecto a x_1 y x_2 si $5x_1 + 3x_2 = 20$.
- Pruebe que la solución encontrada constituye un máximo local de la función $F(x_1, x_2)$.

Ejercicio 2

Para la siguiente función implícita:

$$\frac{x^2}{(2+a)^3} = x b e^{4y}.$$

- Despeje la variable x como función del resto de las variables.
- Despeje la variable b como función del resto de las variables.
- Encuentre la derivada $\frac{\partial x}{\partial a}$.
- Encuentre la derivada $\frac{\partial b}{\partial y}$.

Ejercicio 3

Dada la función $U(x, y, w, z) = x^a y^b w^c z^d$, con parámetros a , b , c y d , encuentre las siguientes derivadas:

- $\frac{\partial U}{\partial y}$, $\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial U}{\partial w}$, $\frac{\partial U}{\partial z}$.
- $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial w}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial w \partial z}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y}$.

Ejercicio 4

Diga si las siguientes igualdades son correctas o no.

- a) $(a + x)^3 = a^3 + x^3$.
- b) $(a + x)^2 = a^2 + x^2$.
- c) $e^{2a} e^{3a} = e^{6a}$.
- d) $e^{2a} e^{3a} = e^{5a}$.
- e) $x(3y + 2z)^2 + 3x(3y + 2z)^2 = 4x(3y + 2z)^2$.
- f) $\ln(3x/4y)^3 = 3[\ln(3x) - \ln(4y)]$.
- g) $\ln(3x + 4y)^3 = 3[\ln(3x) + \ln(4y)]$.

Ejercicio 5

Calcule las siguientes derivadas:

- a) $\frac{\partial \ln(4x)}{\partial x}$.
- b) $\frac{\partial \ln(x+2y)}{\partial y}$.
- c) $\frac{\partial e^{-(ax+2y)}}{\partial x}$.
- d) $\frac{\partial x/(2y)}{\partial y}$.
- e) $\frac{\partial \sqrt{x}}{\partial x}$.

Para cada caso indique el signo de la derivada y explique si la función crece o disminuye cuando la variable de derivación (x o y dependiendo del caso) aumenta/disminuye.

Ejercicio 6

La siguiente función es una parábola que depende de los parámetros a , b , c .

$$y(x) = ax^2 + bx + c.$$

Suponga que $a > 0$ y $b > 0$.

- a) Determine para qué valores de x la función es creciente.
- b) Determine para qué valores de x la función es decreciente.
- c) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x mínimo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese mínimo?.
- d) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x máximo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese máximo?.

Ejercicio 7

La siguiente función es una parábola que depende de los parámetros a , b , c .

$$y(x) = ax^2 + bx + c.$$

Suponga que $a < 0$ y $b > 0$.

- a) Determine para qué valores de x la función es creciente.
- b) Determine para qué valores de x la función es decreciente.
- c) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x mínimo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese mínimo?.
- d) ¿Tiene la función $y(x)$ un valor de x máximo? ¿para qué valor de x la función alcanza ese máximo?.

Ejercicio 8

Represente la siguiente función en una gráfica: $y = 20 - 10x$. Encuentre la pendiente de esta función.

Ejercicio 9

Grafique las siguientes funciones:

a) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} 300 - 20x & \text{si } 10 \geq x \geq 0, \\ 200 - 10x & \text{si } 20 \geq x > 10. \end{cases}$$

b) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} 12 & \text{si } 5 \geq x \geq 0, \\ 15 - 0,6x & \text{si } 25 \geq x > 5. \end{cases}$$

c) La función $y(x) = \frac{8}{x}$, para $x \in [0, +\infty)$.

d) La función $y(x) = \frac{8}{2+x}$, para $x \in [0, +\infty)$.

e) La función $y(x)$ definida por:

$$y = \begin{cases} \frac{8}{2+x} & \text{si } 2 \geq x \geq 0, \\ 4 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Ejercicio 10

Verificaremos si las siguientes transformaciones son transformaciones monótonas crecientes de la función original U . Es decir diga si las aseveraciones son verdaderas o no para V_1 y V_2 . En todos los casos $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ (es decir, nos concentramos en el “primer cuadrante” del dominio de U).

- Si $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = \log U$ son transformaciones monótonas crecientes.
- Si $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = U/4$ son transformaciones monótonas crecientes.
- Si $U(x_1, x_2) = x_1 + \log(x_2)$, las funciones $V_1 = e^U$ y $V_2 = U^2$ son transformaciones monótonas crecientes.
- Si $U(x_1, x_2) = \log(x_1 x_2)$, las funciones $V_1 = U^2$ y $V_2 = \sqrt{U}$ son transformaciones monótonas crecientes.

Ejercicio 11

Calcule las siguientes integrales:

a) $\int_0^8 10 - x \, dx$.

b) $\int_1^e \frac{10}{x} \, dx$.

c) $\int_1^{+\infty} \frac{8}{x^2} \, dx$.

d) $\int_4^2 \frac{16}{x^2} \, dx$.

[Nota: el límite inferior (4) es mayor al límite superior (2).]

Ejercicio 12

Resuelva los siguientes problemas de optimización restringida:

a) $\text{máx } x^2 + 2y^2 + 3$
s.a. $x + y = 5$

b) $\text{mín } x_1 + x_2$
s.a. $x_1^2 + x_2^2 = 4$